Олимпиада школьников РАНХиГС 2014-2015

Математика 8 – 9 класс

Заочный этап

1. В трапеции $ABCD$ основание AB вдвое длиннее основания CD . Биссектриса угла D пересекает отрезок AB в его середине E . Продолжения сторон AD и BC пересекаются в точке F . Найти BD , если $EF=10$.

2. Два пловца Антон и Борис в понедельник в бассейне проплыли расстояние $2S$ каждый, причём за одно и то же время. Во вторник Антон остался в бассейне и показал на той же дистанции тот же результат. Борис, ввиду хорошей погоды, пошёл на речку и проплыл с той же собственной скоростью, что и вчера, расстояние S по течению реки и расстояние S против течения. Кто показал лучшее время во вторник?

3. Точка D лежит на окружности, описанной около правильного треугольника ABC . Длина отрезка BD равна 1, а длина отрезка AD равна 3. Найти длину отрезка DC .

4. На плоскости выбрано 20 точек, никакие 3 из них не лежат на одной прямой. Доказать, что существует треугольник с вершинами в этих точках и хотя бы с одним углом меньшим 10 градусов.

5. Семь человек собрали вместе 100 грибов, причем никакие двое не собрали одинакового числа грибов. Доказать, что среди них можно найти 3-х человек, которые собрали вместе не менее 50 грибов.

6. Вычислить:

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots - 2014^2$$

7. Решите уравнение

$$x^2 - 4x + 5 * |x - 2| = 2.$$

8. Решите уравнение

$$||x - 1| - 2| - 3| = 2.$$