

## СОРОК ТРЕТИЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

10 – 11 классы, сложный вариант, март 2022 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

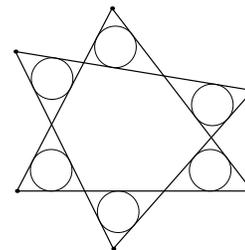
- 5 1. Для каждого из девяти натуральных чисел  $n, 2n, 3n, \dots, 9n$  выписали на доску первую слева цифру в его десятичной записи. При этом  $n$  выбрали так, чтобы среди девяти выписанных цифр количество различных цифр было как можно меньше. Чему равно это количество?

*Алексей Толпыго*

- 4 2. В прямоугольной системе координат (с одинаковым масштабом по осям  $x$  и  $y$ ) нарисовали график функции  $y = f(x)$ . Затем ось ординат и все отметки на оси абсцисс стёрли. Предложите способ, как с помощью карандаша, циркуля и линейки восстановить ось ординат, если
- 4 а)  $f(x) = 3^x$ ;
- 4 б)  $f(x) = \log_a x$ , где  $a > 1$  — неизвестное число.

*Михаил Евдокимов*

- 8 3. Два треугольника пересекаются по шестиугольнику, который отсекает от них шесть маленьких треугольников. Радиусы вписанных окружностей этих шести треугольников равны. Докажите, что радиусы вписанных окружностей двух исходных треугольников также равны.



*Андрей Кушнир*

- 8 4. По доске  $n \times n$  прошла ладья, побывав в каждой клетке один раз, причём каждый её ход был на соседнюю по стороне клетку. Клетки занумерованы целыми числами от 1 до  $n^2$  в порядке прохождения ладьи. Пусть  $M$  — наибольшая разность между номерами соседних по стороне клеток. Каково наименьшее возможное значение  $M$ ?

*Борис Френкин*

- 8 5. Дан многочлен степени 2022 с целыми коэффициентами и старшим коэффициентом 1. Какое наибольшее число корней он может иметь на интервале  $(0, 1)$ ?

*Алексей Канель-Белов*

- 8 6. Султан собрал 300 мудрецов и предложил им испытание. Он сообщил им список из 25 цветов и сказал, что на испытании каждому мудрецу наденут на голову колпак одного из этих цветов, причём если для каждого цвета написать количество надетых колпаков этого цвета, все числа будут различны. Каждый мудрец увидит, какой колпак на ком надет, но свой колпак не увидит. Затем одновременно (по сигналу) каждый должен будет назвать предполагаемый цвет своего колпака. Могут ли мудрецы заранее договориться действовать так, чтобы гарантированно хотя бы 150 из них назвали цвет верно?

*Александр Грибалко*

- 6 7. Звездолёт находится в полупространстве на расстоянии  $a$  от его границы. Экипаж знает об этом, но не представляет, в каком направлении двигаться, чтобы достигнуть граничной плоскости. Звездолёт может лететь в пространстве по любой траектории, измеряя длину пройденного пути, и имеет датчик, подающий сигнал, когда граница достигнута. Может ли звездолёт гарантированно достигнуть границы, пролетев путь длиной
- 6 а) не более  $14a$ ;
- 6 б) не более  $13a$ ?

*Михаил Евдокимов*