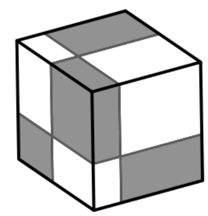
СОРОК ТРЕТИЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 10 октября 2021 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы	задачи
3	1. Натуральное число k назовем *интересным*, если произведение первых k простых чисел делится на k (например, произведение первых двух простых чисел — это $2 \cdot 3 = 6$, и 2 — число интересное). Какое наибольшее количество интересных чисел может идти подряд? *Борис Френкин*
4	2. Дан куб. Три плоскости, параллельные граням, разделили его на 8 параллелепипедов. Их покрасили в шахматном порядке. Объемы чёрных параллелепипедов оказались равны 1, 6, 8, 12. Найдите объёмы белых параллелепипедов.  *Олег Смирнов*
6	3. В белом клетчатом квадрате 2021×2021 требуется закрасить чёрным две клетки. После этого через каждую минуту одновременно закрашиваются чёрным все клетки, которые граничат по стороне хоть с одной из уже закрашенных. Ваня выбрал две начальные клетки так, чтобы весь квадрат закрасился как можно быстрее. Через сколько минут закрасился квадрат? *Иван Ященко*
6	4. Дан отрезок AB. Точки X, Y, Z в пространстве выбираются так, чтобы ABX был правильным треугольником, а $ABYZ$ — квадратом. Докажите, что ортоцентры всех получающихся таким образом треугольников XYZ попадают на некоторую фиксированную окружность. *Александр Матвеев*
6	5. Дан отрезок $[0;1]$. За ход разрешается разбить любой из имеющихся отрезков точкой на два новых отрезка и записать на доску произведение длин этих двух новых отрезков. Докажите, что ни в какой момент сумма чисел на доске не превысит $1/2$. *Михаил Лукин*