

СОРОК ПЕРВЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8 – 9 классы, сложный вариант, 1 марта 2020 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

- 4 1. Существует ли число, делящееся на 2020, в котором всех цифр 0, 1, 2, ..., 9 поровну?
Михаил Евдокимов
- 5 2. Три богатыря бьются со Змеем Горынычем. Илья Муромец каждым своим ударом отрубает Змею половину всех голов и ещё одну, Добрыня Никитич — треть всех голов и ещё две, Алёша Попович — четверть всех голов и ещё три. Богатыри бьют по одному в каком хотят порядке, отрубая каждым ударом целое число голов. Если ни один богатырь не может ударить (число голов получается нецелым), Змей съедает всех троих. Смогут ли богатыри отрубить все головы 41!-головому Змею? (Напомним, что $41! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 41$.)
Алексей Заславский
- 4 а) $N = 19$;
3 б) $N = 20$?
Михаил Малкин
- 8 4. Для каких N можно расставить в клетках квадрата $N \times N$ действительные числа так, чтобы среди всевозможных сумм чисел на парах соседних по стороне клеток встречались все целые числа от 1 до $2(N - 1)N$ включительно (ровно по одному разу)?
Максим Дидин
- 9 5. Трапеция $ABCD$ вписана в окружность. Её основание AB в 3 раза больше основания CD . Касательные к описанной окружности в точках A и C пересекаются в точке K . Докажите, что угол KDA прямой.
Александр Юран
- 9 6. У Пети есть колода из 36 карт (4 масти по 9 карт в каждой). Он выбирает из неё половину карт, какие хочет, и отдаёт Васе, а вторую половину оставляет себе. Далее каждым ходом игроки по очереди выкладывают на стол по одной карте (по своему выбору, в открытом виде); начинает Петя. Если в ответ на ход Пети Вася смог выложить карту той же масти или того же достоинства, Вася зарабатывает 1 очко. Какое наибольшее количество очков он может гарантированно заработать?
Михаил Евдокимов
- 12 7. Глеб задумал натуральные числа N и a , где $a < N$. Число a он написал на доске. Затем Глеб стал проделывать такую операцию: делить N с остатком на последнее выписанное на доску число и полученный остаток от деления также записывать на доску. Когда на доске появилось число 0, он остановился. Мог ли Глеб изначально выбрать такие N и a , чтобы сумма выписанных на доске чисел была больше $100N$?
Иван Митрофанов