**СОРОК ПЕРВЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ**

Осенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 13 октября 2019 г.

*(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)*

---

баллы задачи

4 1. Фокусник выкладывает в ряд колоду из 52 карт и объявляет, что 51 из них будут выкинуты со стола, а останется тройка треф. Зритель на каждом шаге говорит, какую по счёту с края карту надо выкинуть, а фокусник выбирает, с левого или с правого края считать, и выкидывает соответствующую карту. При каких начальных положениях тройки треф можно гарантировать успех фокуса?

*Алексей Воропаев*

4 2. Дана окружность $\omega$ с центром $O$ и две её различные точки $A$ и $C$. Для любой другой точки $P$ на $\omega$ отметим середины $X$ и $Y$ отрезков $AP$ и $CP$ и построим точку $H$ пересечения высот треугольника $OXY$. Докажите, что положение точки $H$ не зависит от выбора точки $P$.

*Артемий Соколов*

4 3. В каждой клетке полоски длины 100 стоит по фишке. Можно за 1 рубль поменять местами любые 2 соседние фишки, а также можно бесплатно поменять местами любые 2 фишки, между которыми стоят ровно 3 фишки. За какое наименьшее количество рублей можно переставить фишки в обратном порядке?

*Егор Бакаев*

5 4. Даны целые числа $a_1, \ldots, a_{1000}$. По кругу записаны их квадраты $a_1^2, \ldots, a_{1000}^2$. Сумма любых 41 подряд идущих квадратов на круге делится на $41^2$. Верно ли, что каждое из чисел $a_1, \ldots, a_{1000}$ делится на 41?

*Борис Френкин*

5 5. У Васи есть неограниченный запас брусков $1 \times 1 \times 3$ и уголков из трёх кубиков $1 \times 1 \times 1$. Вася целиком заполнил ими коробку $m \times n \times k$, где $m$, $n$ и $k$ — целые числа, большие чем 1. Докажите, что можно было обойтись лишь уголками.

*Михаил Евдокимов*