

СОРОК ПЕРВЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 13 октября 2019 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы задачи

- 3 1. Фокусник выкладывает в ряд колоду из 52 карт и объявляет, что 51 из них будут выкинуты со стола, а останется тройка трэф. Зритель на каждом шаге говорит, какую по счёту с края карту надо выкинуть, а фокусник выбирает, с левого или с правого края считать, и выкидывает соответствующую карту. При каких начальных положениях тройки трэф можно гарантировать успех фокуса?

Алексей Воробаев

- 4 2. Дан выпуклый пятиугольник $ABCDE$ такой, что $AE \parallel CD$ и $AB = BC$. Биссектрисы его углов A и C пересекаются в точке K . Докажите, что $BK \parallel AE$.

Егор Бакаев

- 4 3. Любое число x , написанное на доске, разрешается заменить либо на $3x + 1$, либо на $\lceil \frac{x}{2} \rceil$ (наибольшее целое число, не превосходящее $\frac{x}{2}$). Докажите, что если вначале написано 1, то такими операциями можно получить любое натуральное число.

Владислав Новиков

- 5 4. Дан многоугольник, у которого любые две соседние стороны перпендикулярны. Назовем две его вершины *не дружными*, если биссектрисы многоугольника, выходящие из этих вершин, перпендикулярны. Докажите, что для любой вершины количество не дружных с ней вершин чётно.

Михаил Скопенков

- 5 5. В каждой клетке полоски длины 100 стоит по фишке. Можно за 1 рубль поменять местами любые 2 соседние фишки, а также можно бесплатно поменять местами любые 2 фишки, между которыми стоят ровно 4 фишки. За какое наименьшее количество рублей можно переставить фишки в обратном порядке?

Егор Бакаев