

СОРОКОВОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 7 октября 2018 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

- 4 1. Окружность, проходящая через вершину B прямого угла и середину гипотенузы прямоугольного треугольника ABC , пересекает катеты этого треугольника в точках M и N . Оказалось, что $AC = 2MN$. Докажите, что M и N — середины катетов треугольника ABC .

Михаил Евдокимов

- 4 2. Найдите все натуральные n , удовлетворяющие условию: числа $1, 2, 3, \dots, 2n$ можно разбить на пары так, что если сложить числа в каждой паре и результаты перемножить, получится квадрат натурального числа.

Фольклор

- 1 3. Клетчатый прямоугольник размера 7×14 разрезали по линиям сетки на квадраты 2×2 и уголки из трёх клеток. Могло ли
3 а) столько же, сколько уголков;
б) больше, чем уголков?

Михаил Евдокимов

- 5 4. У Насти есть пять одинаковых с виду монет, среди которых три настоящие — весят одинаково — и две фальшивые: одна тяжелее настоящей, а вторая на столько же легче настоящей. Эксперт по просьбе Насти сделает на двухчашечных весах без гирь три взвешивания, которые она укажет, после чего сообщит Насте результаты. Может ли Настя выбрать взвешивания так, чтобы по их результатам гарантированно определить обе фальшивые монеты и указать, какая из них более тяжёлая, а какая более лёгкая?

Рустэм Женодаров

- 5 5. Назовём девятизначное число *красивым*, если все его цифры различны. Докажите, что существует по крайней мере 1000 красивых чисел, каждое из которых делится на 37.

Михаил Евдокимов