ТРИДЦАТЬ ВОСЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8-9 классы, базовый вариант, 26 февраля 2017 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

3

4

5

5

2

3

1. Найдите наименьшее натуральное число, которое начинается (в десятичной записи) на 2016 и делится на 2017.

М. А. Евдокимов

2. Докажите, что на графике любого квадратного трёхчлена со старшим коэффициентом 1, имеющего ровно один корень, найдётся такая точка (p,q), что трёхчлен $x^2 + px + q$ также имеет ровно один корень.

Б. Р. Френкин

3. Из вершины A остроугольного треугольника ABC по биссектрисе угла A выпустили бильярдный шарик, который отразился от стороны BC по закону «угол падения равен углу отражения» и дальше катился по прямой, уже ни от чего не отражаясь. Докажите, что если $\angle A = 60^\circ$, то траектория шарика проходит через центр описанной окружности треугольника ABC.

А. Г. Кузнецов

4. В ряд стоят 100 детей разного роста. Разрешается выбрать любых 50 детей, стоящих подряд, и переставить их между собой как угодно (остальные остаются на своих местах). Как всего за 6 таких перестановок гарантированно построить всех детей по убыванию роста слева направо?

И. И. Богданов

5.

- а) На каждой стороне 10-угольника (не обязательно выпуклого) как на диаметре построили окружность. Может ли оказаться, что все эти окружности имеют общую точку, не совпадающую ни с одной вершиной 10-угольника?
- б) Решите ту же задачу для 11-угольника.

Е. В. Бакаев