Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада
2020-2021
ФИЗИКА

9 класс

1 Вариант. II этап.

1. В воду на тонкой проволоке длиной $\boldsymbol{l}$ и массой $\boldsymbol{m}$ опущен металлический цилиндр плотностью $\boldsymbol{\rho}$, диаметром $\boldsymbol{d}$ и выстой $\boldsymbol{h}$. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы вынуть цилиндр из воды за проволоку. Площадь круга $S = \pi r^2$. Плотность воды $\boldsymbol{\rho_0}$.

Возможное решение:

Минимальная работа, которую нужно совершить пойдет на увеличение потенциальной энергии тела, при этом не сообщая телу заметного $F_{Арх} = 0$ изменения скорости. Таким образом общая работа состоит из работы по поднятию проволоки и работы по подъему самого цилиндра:

$$A = A_1 + A_2,$$

где A_1 - работа по поднятию проволоки, A_2 - работа по поднятию цилиндра. (4 балла)

Так как проволока тонкая – силой Архимеда, действующей на неё – можно пренебречь, с другой стороны пока цилиндр в воде $F_{Арх} = const$, а когда цилиндр выходит из воды, она меняется от какого-то максимально значения $F_{Арх} = макс$, до минимального по линейному закону (отсюда можно высчитать среднюю силу Архимеда). Отсюда можно записать:

$$A_1 = mgh(l+h),$$

$$A_2 = \underbrace{m_2 g(l+h) - F_{Арх} l}_{\text{в воде до верхнего торца циллндра}} - \underbrace{F_{Арх}\frac{h}{2}}_{A'=F_{Арх.средн}\cdot h}\ . \qquad \text{(8 баллов)}$$

Массу цилиндра необходимо выразить через плотность и объём: $m_2 = \rho\frac{\pi d^2}{4}h$, и аналогично сила Архимеда $F_{Арх} = \rho_0 g\frac{\pi d^2}{4}h$. (4 балла)

Тогда, подставляя выраженные величины, можно записать ответ в общем виде:

$$A = mg(l+h) + gh\frac{\pi d^2}{4}\left[l(\rho-\rho_0) + h(\rho - 0,5\rho_0)\right]. \qquad \text{(4 балла)}$$

2. При температуре $\boldsymbol{t_л}$ = 0°С в специальном термосе за время $\boldsymbol{\tau_2}$ = 22,5 ч тает лёд массой $\boldsymbol{m_2}$ = $4\cdot10^{-3}$ кг, при температуре окружающего воздуха $\boldsymbol{t_в}$ = 20°С из-за теплообмена. В этом же сосуде, содержащим жидкий азот при температуре $\boldsymbol{t_a}$ = -195°С, за время $\boldsymbol{\tau_1}$ = 24 ч испаряется $\boldsymbol{V_1}$ = 10^{-3} м^3. Плотность жидкого азота $\boldsymbol{\rho_1}$ = 800 кг/м^3. Удельная теплота плавления льда $\boldsymbol{\lambda}$ = 0,33 МДж/кг. Считая количество теплоты, подводимое ежесекундно к сосуду, пропорционально разности температур снаружи и внутри термоса, определить удельную теплоту парообразования азота.

Возможное решение

Система не идеальна, однако работа газом не совершается, тогда можно записать: $Q = \Delta U$,
или $Q = Q_1$, где ΔU - увеличение внутренней энергии тел внутри термоса. (2 балла)

Тогда, с одной стороны, можно записать:

(1) $$\frac{Q}{\tau} = k(t_2 - t_1),$$ (4 балла)

где τ - время, в течение которого подводится тепло, $t_2 - t_1$- разность температур снаружи и внутри термоса, а k - коэффициент пропорциональности. Таким образом, то же уравнение для азота:
с другой стороны, нагрев с помощью двух тепловых элементов:

(2) $$Q_1 = k(t_a - t_в)\tau_1, \quad Q_1' = rm_1,$$ (4 балла)

где m_1 - масса испарившегося азота, r - удельная теплота парообразования, причем, согласно ЗСЭ, $Q_1 = Q_1'$. Таким образом, получаем:

(3) $$k(t_a - t_в)\tau_1 = rm_1.$$ (2 балла)

Аналогично можно записать для сосуда со льдом:

(4) $$k(t_л - t_в)\tau_2 = \lambda m_2.$$ (2 балла)

Заменяя теперь массу азота m_1 через плотность и объём сосуда, разделим уравнение (3) на (4) и выразим r.

(5) $$\frac{k(t_a - t_в)\tau_1}{k(t_л - t_в)\tau_2} = \frac{rm_1}{\lambda m_2}, \quad \frac{\lambda m_2(t_a - t_в)\tau_1}{\rho_1 V_1(t_л - t_в)\tau_2} = r.$$ (4 балла)

Итого, подставляя численные значения, получим:

$$r = \frac{0,33\cdot10^6\cdot4\cdot10^{-3}\cdot86400\cdot(-195-20)}{800\cdot10^{-3}(0-20)\cdot81000} = 18920 \text{ Дж/кг}^3.$$ (2 балла)

(что где-то на порядок меньше чем должно быть в действительности)

3. В цилиндрический сосуд радиуса ***R*** положили шар меньшего радиуса ***r***. Какой объём жидкости следует налить в цилиндр, чтобы шар, плотностью в два раза меньшей плотности жидкости, перестал давить на дно сосуда.

Площадь круга $S = \pi r^2$, объём шара $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Возможное решение

Запишем, какие силы действуют на шар, когда в цилиндр начинают наливать жидкость:

(1) $$mg - N - F_A = 0,$$ (4 балла)

где $F_A = \rho_1 g V_1$, ρ_1 - плотность жидкости, V_1 - объём тела, погруженного в жидкость, V - объём шара. Причем, в момент когда шар перестает давить на дно сосуда $P = N = 0$. (4 балла)

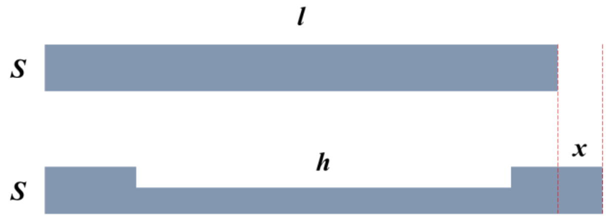
Таким образом, заменяя массу шара через плотность и объём шара, учитывая, что $\rho = 0,5\rho_1$:

(2) $$N = mg - F_A = 0,5\rho_1 gV - \rho_1 gV_1 = 0$$ (6 баллов)

Приведя подобные, получаем: $0,5V = V_1$, то есть шар оказывается погруженным в жидкость лишь наполовину. Откуда необходимо выразить количество жидкости в цилиндре: (2 балла)

(3) $$\Delta V = \pi R^2 \cdot r - \frac{4}{3}\pi \frac{r^3}{2},$$
$$\Delta V = \pi r\left(R^2 - \frac{2}{3}r^2\right).$$ (4 балла)

4. Провод длиной $\boldsymbol{l}$ был придавлен валиком шириной $\boldsymbol{h}$ так, что по краям остались одинаковые части без изменения толщины. При этом он удлинился на величину $\boldsymbol{x}$ не изменив своего объёма, у провода уменьшилась площадь поперечного сечения только в придавленной области. Определить во сколько раз изменилось сопротивление такого провода.



Возможное решение

Объём провода не изменился, таким образом, можем записать: $V = Sl = S_1 h + (l + x - h)S$. (3 балла)

Тогда площадь придавленной валиком части провода можно выразить как:

(1) $$S_1 = \frac{h-x}{h}S,$$ (1 балл)

Сопротивление провода определяется по формуле: $R = \frac{\rho L}{S}$, причем в случае когда провод придавлен по центру – общее сопротивление можно рассчитать как сумму последовательно соединённых проводов соответствующего сечения:

$$R' = R_1 + 2R_2,$$

где $R_1 = \frac{\rho h}{S_1} = \frac{\rho h^2}{(h-x)S}$, а $R_2 = \frac{\rho(l+x-h)}{2S}$. Таким образом, можно выразить итоговое R': (4 балла)

(2) $$R' = \frac{\rho h^2}{(h-x)S} + \frac{\rho(l+x-h)}{S},$$
$$R' = \frac{\rho}{S}\left(\frac{h^2}{h-x} + l + x - h\right),$$
$$R' = \frac{\rho}{S}\frac{h^2 + lh - lx + hx - x^2 - h^2 + hx}{h-x},$$
$$R' = \frac{\rho}{S}\frac{l(h-x) + x(2h-x)}{h-x},$$
$$R' = \frac{\rho}{S}\left(l + \frac{x(2h-x)}{h-x}\right).$$ (8 баллов)

Таким образом, наконец, зная что $R_0 = \frac{\rho l}{S}$, можно выразить ответ:

(3) $$\frac{R'}{R_0} = \frac{\frac{\rho}{S}\left(l + \frac{x(2h-x)}{h-x}\right)}{\frac{\rho l}{S}},$$
$$\frac{R'}{R_0} = 1 + \frac{x(2h-x)}{l(h-x)}.$$ (4 балла)

5. Небольшой брусок был запущен вдоль поверхности льда с коэффициентом трения $\boldsymbol{\mu}$ = 0,03 с начальной скоростью $\boldsymbol{v_1}$. Второй раз этот же брусок бросили под углом $\boldsymbol{\beta}$ = 35° к горизонту с начальной скоростью $\boldsymbol{v_2}$. В каком случае бруску была сообщена большая скорость и во сколько раз, если дальность полёта и перемещение по льду оказались одинаковыми?

Возможное решение

Когда брусок движется по льду с коэффициентом трения $\boldsymbol{\mu}$, такое движение будет равнозамедленным, причем ускорение будет равно $a = \mu g$, тогда, перемещение можно записать как:

(1) $$S_1 = \frac{v_1^2}{2\mu g}.$$ (6 баллов)

С другой стороны, дальность полёта при движении под углом к горизонту, может быть выражено:

(2) $$S_2 = \frac{v_2^2 \sin 2\beta}{g}.$$ (8 баллов)

Таким образом, легко можно сравнить начальные скорости (2')/(1’):

(3) $$\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{1}{2\mu \sin 2\beta}$$ (4 балла)

Подставляя известные числа, получим:

(3’) $$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 0,03 \sin 70°}} \approx 4,2$$ (2 балла)

Таким образом $v_2 > v_1$.

Оценка заданий №№ 1 – 5 по 20 баллов

Внимание!

Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада
2020-2021
ФИЗИКА

9 класс

2 Вариант. II этап.

1. В воду на тонкой проволоке длиной $\boldsymbol{l}$ и массой $\boldsymbol{m}$ опущен металлический цилиндр плотностью $\boldsymbol{\rho}$ и выстой $\boldsymbol{h}$. Минимальная работа, которую нужно совершить, чтобы вынуть цилиндр из воды за проволоку равна $\boldsymbol{A}$. Найти площадь основания цилиндра. Площадь круга $S = \pi r^2$. Плотность воды $\boldsymbol{\rho_0}$.

Возможное решение:

Минимальная работа, которую нужно совершить пойдет на увеличение потенциальной энергии тела, при этом не сообщая телу заметного $F_{Apx} = 0$ изменения скорости. Таким образом общая работа состоит из работы по поднятию проволоки и работы по подъему самого цилиндра:

$$A = A_1 + A_2,$$

где A_1 - работа по поднятию проволоки, A_2 - работа по поднятию цилиндра. (4 балла)

Так как проволока тонкая – силой Архимеда, действующей на неё – можно пренебречь, с другой стороны пока цилиндр в воде $F_{Apx} = const$, а когда цилиндр выходит из воды, она меняется от какого-то максимально значения $F_{Apx} = макс$, до минимального по линейному закону (отсюда можно высчитать среднюю силу Архимеда). Отсюда можно записать:

$$A_1 = mgh(l+h),$$

$$A_2 = \underbrace{m_2 g(l+h) - F_{Apx} l}_{\text{в воде до верхнего торца циллндра}} - \underbrace{F_{Apx}\frac{h}{2}}_{A' = F_{Apx.средн} \cdot h}. \quad \text{(8 баллов)}$$

Массу цилиндра необходимо выразить через плотность и объём: $m_2 = \rho Sh$, и аналогично сила Архимеда $F_{Apx} = \rho_0 gSh$. (4 балла)

Тогда, подставляя выраженные величины, можно записать в общем виде:

$$A = mg(l+h) + ghS\left[l(\rho - \rho_0) + h(\rho - 0{,}5\rho_0)\right]. \quad \text{(3 балла)}$$

После чего нетрудно получить итоговый ответ:

$$S = \frac{A - mg(l+h)}{gh\left[l(\rho - \rho_0) + h(\rho - 0{,}5\rho_0)\right]}. \quad \text{(1 балла)}$$

2. При температуре $\boldsymbol{t_л}$ = 0°C в специальном термосе за время $\boldsymbol{\tau_2}$ = 22,5 ч тает лёд массой $\boldsymbol{m_2}$ = $4\cdot10^{-3}$ кг, при температуре окружающего воздуха $\boldsymbol{t_в}$ = 20°C из-за теплообмена. В этом же сосуде, содержащим жидкий азот при температуре $\boldsymbol{t_a}$ = -195°C, за время $\boldsymbol{\tau_1}$ = 24 ч испаряется $\boldsymbol{V_1}$ = 10^{-3} м^3. Удельная теплота парообразования азота $\boldsymbol{r}$ = 199 кДж/кг. Удельная теплота плавления льда $\boldsymbol{\lambda}$ = 0,33 МДж/кг. Считая, что количество теплоты, подводимое ежесекундно к сосуду, пропорционально разности температур снаружи и внутри термоса, определить плотность жидкого азота.

Возможное решение

Система не идеальна, однако работа газом не совершается, тогда можно записать: $Q = \Delta U$,
или $Q = Q_1$, где ΔU - увеличение внутренней энергии тел внутри термоса. (2 балла)

Тогда, с одной стороны, можно записать:

(1)
$$\frac{Q}{\tau} = k(t_2 - t_1), \qquad \text{(4 балла)}$$

где τ - время, в течение которого подводится тепло, $t_2 - t_1$ - разность температур снаружи и внутри термоса, а k - коэффициент пропорциональности. Таким образом, то же уравнение для азота:
с другой стороны, нагрев с помощью двух тепловых элементов:

(2)
$$Q_1 = k(t_a - t_в)\tau_1,$$
$$Q_1' = rm_1, \qquad \text{(4 балла)}$$

где m_1 - масса испарившегося азота, r - удельная теплота парообразования, причем, согласно ЗСЭ, $Q_1 = Q_1'$. Таким образом, получаем:

(3)
$$k(t_a - t_в)\tau_1 = rm_1. \qquad \text{(2 балла)}$$

Аналогично можно записать для сосуда со льдом:

(4)
$$k(t_л - t_в)\tau_2 = \lambda m_2. \qquad \text{(2 балла)}$$

Заменяя теперь массу азота m_1 через плотность и объём сосуда, разделим уравнение (3) на (4) и выразим ρ.

(5)
$$\frac{k(t_a - t_в)\tau_1}{k(t_л - t_в)\tau_2} = \frac{r\rho_1 V_1}{\lambda m_2},$$
$$\rho_1 = \frac{\lambda m_2 (t_a - t_в)\tau_1}{rV(t_л - t_в)\tau_2}. \qquad \text{(4 балла)}$$

Итого, подставляя численные значения, получим:

$$r = \frac{0,33\cdot10^6\cdot4\cdot10^{-3}\cdot86400\cdot(-195-20)}{199\cdot10^3\cdot10^{-3}(0-20)\cdot81000} = 76,06 \text{ кг/м}^3. \qquad \text{(2 балла)}$$

(что где-то на порядок меньше чем должно быть в действительности)

3. На дне цилиндрического сосуда радиуса ***R*** лежит призванный нитью ко дну шар радиуса ***r*** (***r*** < ***R***). Какой объём жидкости следует налить в цилиндр, чтобы шар, плотностью в 4 раза меньшей плотности жидкости, всплывая натянул нить с силой в два раза меньшей силы Архимеда?

Площадь круга $S = \pi r^2$, объём шара $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Запишем, какие силы действуют на шар, когда в цилиндр начинают наливать жидкость:

(1) $$F_A - mg - T = 0,$$ (4 балла)

где $F_A = \rho_1 g V_1$, ρ_1 - плотность жидкости, V_1 - объём тела, погруженного в жидкость, V - объём шара. Причем, по условию задачи $T = \frac{F_A}{2}$. (4 балла)

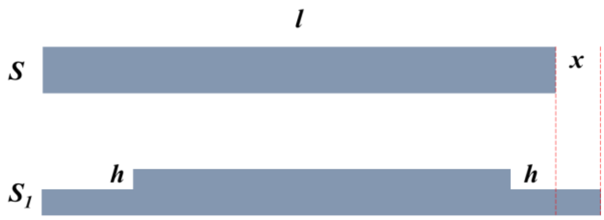
Таким образом, заменяя массу шара через плотность и объём шара, учитывая, что $\rho = 0,25\rho_1$:

(2) $$\frac{\rho_1 g V_1}{2} - 0,25\rho_1 g V = 0$$ (4 балла)

Приведя подобные, получаем: $2V_1 = V$, то есть шар оказывается погруженным в жидкость лишь наполовину, причем расстояние от центра шара до дна $2r$. Откуда необходимо выразить количество жидкости в цилиндре: (6 баллов)

(3) $$\Delta V = \pi R^2 \cdot 2r - \frac{4}{3}\pi\frac{r^3}{2},$$
$$\Delta V = 2\pi r\left(R^2 - \frac{r^2}{3}\right).$$ (2 балла)

4. Провод длиной $\boldsymbol{l}$ был придавлен с двух концов валиком шириной $\boldsymbol{h}$ так, что в середине осталась неизменённая часть провода. При этом провод удлинился на величину $\boldsymbol{x}$ не изменив своего объёма. У провода уменьшилась площадь поперечного сечения только в придавленных областях $\boldsymbol{h}$. Во сколько раз изменилось сопротивление такого провода?



Возможное решение

Объём провода не изменился, таким образом, можем записать: $V = Sl = 2S_1h + (l + x - 2h)S$. (3 балла)
Тогда площадь придавленной валиком части провода можно выразить как:

(1) $$S_1 = \frac{2h - x}{2h} S\ ,$$ (1 балла)

Сопротивление провода определяется по формуле: $R = \frac{\rho L}{S}$, причем в случае когда провод придавлен по центру – общее сопротивление можно рассчитать как сумму последовательно соединённых проводов соответствующего сечения:

$$R' = 2R_1 + R_2\ ,$$

где $R_1 = \frac{\rho h}{S_1} = \frac{\rho 2h^2}{(2h - x)S}$, а $R_2 = \frac{\rho(l + x - 2h)}{S}$. Таким образом, можно выразить итоговое R': (4 балла)

(2)
$$R' = 2\frac{\rho 2h^2}{(2h - x)S} + \frac{\rho(l + x - 2h)}{S},$$
$$R' = \frac{\rho}{S}\left(\frac{4h^2}{2h - x} + l + x - 2h\right),$$
$$R' = \frac{\rho}{S}\frac{4h^2 + 2hl - lx + 2hx - x^2 - 4h^2 + 2hx}{2h - x},$$
$$R' = \frac{\rho}{S}\frac{2hl - lx + 4hx - x^2}{2h - x}.$$
$$R' = \frac{\rho}{S}\frac{(2h - x)l + (4h - x)x}{2h - x},$$
$$R' = \frac{\rho}{S}\left(l + \frac{(4h - x)x}{2h - x}\right),$$
(8 балла)

Таким образом, наконец, зная что $R_0 = \frac{\rho l}{S}$, можно выразить ответ:

(3)
$$\frac{R'}{R_0} = \frac{\frac{\rho}{S}\left(l + \frac{(4h - x)x}{2h - x}\right)}{\frac{\rho l}{S}},$$
$$\frac{R'}{R_0} = 1 + \frac{(4h - x)x}{2h - x}.$$
(4 балла)

5. Небольшое тело брошено под углом $\boldsymbol{\alpha}$ = 40° к горизонту со скоростью $\boldsymbol{v_1}$. При этом его дальность полёта оказалась такой же, как если бы это тело было запущено вдоль горизонтальной поверхности льда с коэффициентом трения $\boldsymbol{\mu}$ = 0,02 с начальной скоростью $\boldsymbol{v_2}$. В каком случае телу была сообщена большая скорость и во сколько раз?

Возможное решение

Дальность полёта при движении под углом к горизонту, может быть выражено:

(1) $$S_1 = \frac{v_1^2 \sin 2\alpha}{g}.$$ (8 баллов)

С другой стороны, когда брусок движется по льду с коэффициентом трения $\boldsymbol{\mu}$, такое движение будет равнозамедленным, причем ускорение будет равно $a = \mu g$, тогда, перемещение можно записать как:

(2) $$S_2 = \frac{v_2^2}{2\mu g}.$$ (6 баллов)

Таким образом, легко можно сравнить начальные скорости (1')/(2’):

(3) $$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{1}{2\mu \sin 2\alpha}.$$ (4 балла)

Подставляя известные числа, получим:

(3’) $$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 0,02 \sin 80°}} \approx 5,04.$$ (2 балла)

Таким образом $v_1 > v_2$.

Оценка заданий №№ 1 – 5 по 20 баллов

Внимание!

Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!