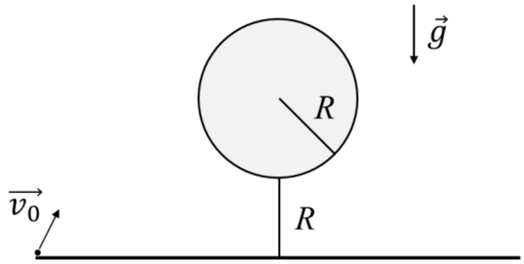
Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада
2020-2021
ФИЗИКА

10 класс

1 Вариант. II этап.

1. Какую минимальную начальную скорость $\boldsymbol{v_0}$ нужно сообщить камню, чтобы он перелетел воздушный шар радиуса $\boldsymbol{R}$, покоящийся на высоте $\boldsymbol{R}$ над уровнем броска.



Возможное решение

С одной стороны, можно записать основное уравнение кинематики в проекции на вертикальную ось, для движения камня:

(1) $$y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2},$$ (2 балла)

причем известно, что $y_{max} = 3R$, в таком случае – скорость будет минимальной. Т.к. в верхней точки траектории $v_y = 0$, $v = v_0 \cos\alpha$, и, таким образом:

(2) $$a_ц = \frac{v^2}{r} = \frac{v_0^2 \cos^2\alpha}{2R} = g.$$ (6 баллов)

Откуда можно выразить: $\cos^2\alpha = \frac{2Rg}{v_0^2}$.

С другой стороны, выражая $t_{под}$:

(3) $$0 = v_0 \sin\alpha - gt_{под},$$
$$t_{под} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}.$$ (4 балла)

И подставляя в уравнение (1):

(4) $$3R = \frac{{v_0}^2 \sin^2\alpha}{2g}$$ (2 балла)

Откуда можно выразить: $\sin^2\alpha = \frac{6Rg}{v_0^2}$, и теперь, пользуясь основным тригонометрическим тождеством, наконец получим окончательный ответ.

(5) $$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = \frac{6Rg}{v_0^2} + \frac{2Rg}{v_0^2} = 1,$$
$${v_0}^2 = 8gR.$$ (4 балла)

Таким образом: $v_0 = 2\sqrt{2gR}$. (2 балла)

2. При температуре $\boldsymbol{t_л}$ = 0°С в специальном термосе за время $\boldsymbol{\tau_2}$ = 22,5 ч тает лёд массой $\boldsymbol{m_2}$ = $4\cdot10^{-3}$ кг, при температуре окружающего воздуха $\boldsymbol{t_в}$ = 20°С из-за теплообмена. В этом же сосуде, содержащим жидкий азот при температуре $\boldsymbol{t_a}$ = -195°С, за время $\boldsymbol{\tau_1}$ = 24 ч испаряется $\boldsymbol{V_1}$ = 10^{-3} м^3. Плотность жидкого азота $\boldsymbol{\rho_1}$ = 800 кг/м^3. Удельная теплота плавления льда $\boldsymbol{\lambda}$ = 0,33 МДж/кг. Считая количество теплоты, подводимое ежесекундно к сосуду, пропорционально разности температур снаружи и внутри термоса, определить удельную теплоту парообразования азота.

Возможное решение

Система не идеальна, однако работа газом не совершается, тогда можно записать: $Q = \Delta U$,
или $Q = Q_1$, где ΔU - увеличение внутренней энергии тел внутри термоса. (2 балла)

Тогда, с одной стороны, можно записать:

(1) $$\frac{Q}{\tau} = k(t_2 - t_1),$$ (4 балла)

где τ - время, в течение которого подводится тепло, $t_2 - t_1$ - разность температур снаружи и внутри термоса, а k - коэффициент пропорциональности. Таким образом, то же уравнение для азота:
с другой стороны, нагрев с помощью двух тепловых элементов:

(2) $$Q_1 = k(t_a - t_в)\tau_1, \quad Q_1' = rm_1,$$ (4 балла)

где m_1 - масса испарившегося азота, r - удельная теплота парообразования, причем, согласно ЗСЭ, $Q_1 = Q_1'$. Таким образом, получаем:

(3) $$k(t_a - t_в)\tau_1 = rm_1.$$ (2 балла)

Аналогично можно записать для сосуда со льдом:

(4) $$k(t_л - t_в)\tau_2 = \lambda m_2.$$ (2 балла)

Заменяя теперь массу азота m_1 через плотность и объём сосуда, разделим уравнение (3) на (4) и выразим r.

(5) $$\frac{k(t_a - t_в)\tau_1}{k(t_л - t_в)\tau_2} = \frac{rm_1}{\lambda m_2}, \quad \frac{\lambda m_2 (t_a - t_в)\tau_1}{\rho_1 V_1 (t_л - t_в)\tau_2} = r.$$ (4 балла)

Итого, подставляя численные значения, получим:

$$r = \frac{0,33\cdot10^6\cdot4\cdot10^{-3}\cdot86400\cdot(-195-20)}{800\cdot10^{-3}(0-20)\cdot81000} = 18920 \text{ Дж/кг}^3.$$ (2 балла)

(что где-то на порядок меньше чем должно быть в действительности)

3. В цилиндрический сосуд радиуса $\boldsymbol{R}$ положили шар меньшего радиуса $\boldsymbol{r}$. Какой объём жидкости следует налить в цилиндр, чтобы шар, плотностью в два раза меньшей плотности жидкости, перестал давить на дно сосуда.

Площадь круга $S = \pi r^2$, объём шара $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Возможное решение

Запишем, какие силы действуют на шар, когда в цилиндр начинают наливать жидкость:

(1) $$mg - N - F_A = 0,$$ (4 балла)

где $F_A = \rho_1 g V_1$, ρ_1 - плотность жидкости, V_1 - объём тела, погруженного в жидкость, V - объём шара. Причем, в момент когда шар перестает давить на дно сосуда $P = N = 0$. (4 балла)

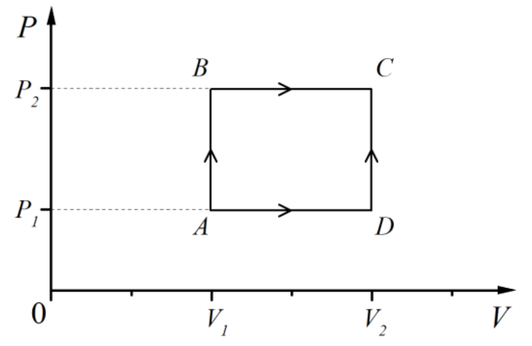
Таким образом, заменяя массу шара через плотность и объём шара, учитывая, что $\rho = 0,5\rho_1$:

(2) $$N = mg - F_A = 0,5\rho_1 gV - \rho_1 gV_1 = 0$$ (6 баллов)

Приведя подобные, получаем: $0,5V = V_1$, то есть шар оказывается погруженным в жидкость лишь наполовину. Откуда необходимо выразить количество жидкости в цилиндре: (2 балла)

(3) $$\Delta V = \pi R^2 \cdot r - \frac{4}{3}\pi\frac{r^3}{2},$$
$$\Delta V = \pi r\left(R^2 - \frac{2}{3}r^2\right).$$ (4 балла)

4. На участке ABC идеальный газ получает количество теплоты $\boldsymbol{Q_1}$. Если известны величины $\boldsymbol{p_1}$, $\boldsymbol{p_2}$, $\boldsymbol{V_1}$ и $\boldsymbol{V_2}$, найдите количество теплоты $\boldsymbol{Q_2}$, которое необходимо сообщить газу в процессе ADC.



Возможное решение

Запишем Первое начало термодинамики (ЗСЭ) для двух процессов:

(1) $$Q_1 = \Delta U_{ABC} + A_{ABC} = \Delta U_{ABC} + p_2(V_2 - V_1).$$ (4 балла)

(2) $$Q_2 = \Delta U_{ADC} + A_{ADC} = \Delta U_{ADC} + p_1(V_2 - V_1).$$ (4 балла)

Причем $\Delta U_{ABC} = \Delta U_{ADC}$, т.к. процессы начинаются и заканчиваются в одинаковых точках. (6 баллов)

Таким образом вычитая из уравнения (1) уравнение (2) получим:

(3) $$Q_1 - Q_2 = p_2(V_2 - V_1) - p_1(V_2 - V_1) = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1).$$ (4 балла)

Приведя подобные, таким образом: $Q_2 = Q_1 - (p_2 - p_1)(V_2 - V_1)$. (2 балла)

5. Небольшой брусок был запущен вдоль поверхности льда с коэффициентом трения $\boldsymbol{\mu}$ = 0,03 с начальной скоростью $\boldsymbol{v_1}$. Второй раз этот же брусок бросили под углом $\boldsymbol{\beta}$ = 35° к горизонту с начальной скоростью $\boldsymbol{v_2}$. В каком случае бруску была сообщена большая скорость и во сколько раз, если дальность полёта и перемещение по льду оказались одинаковыми?

Возможное решение

Когда брусок движется по льду с коэффициентом трения $\boldsymbol{\mu}$, такое движение будет равнозамедленным, причем ускорение будет равно $a = \mu g$, тогда, перемещение можно записать как:

(1) $$S_1 = \frac{v_1^2}{2\mu g}.$$ (6 баллов)

С другой стороны, дальность полёта при движении под углом к горизонту, может быть выражено:

(2) $$S_2 = \frac{v_2^2 \sin 2\beta}{g}.$$ (8 баллов)

Таким образом, легко можно сравнить начальные скорости (2')/(1'):

(3) $$\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{1}{2\mu \sin 2\beta}.$$ (4 балла)

Подставляя известные числа, получим:

(3') $$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 0,03 \sin 70°}} \approx 4,2.$$ (2 балла)

Таким образом $v_2 > v_1$.

Оценка заданий №№ 1 – 5 по 20 баллов

Внимание!

Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

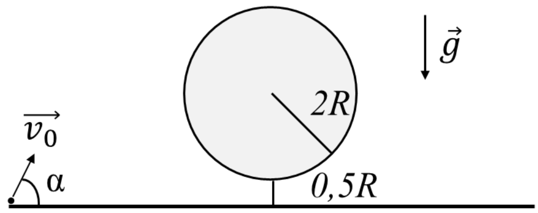
Желаем успеха!

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада
2020-2021
ФИЗИКА

10 класс

2 Вариант. II этап.

1. Под каким углом к горизонту нужно бросить камень, чтобы он перелетел через воздушный шар радиуса ***2R***, покоящийся на высоте ***0,5R*** над уровнем броска коснувшись его? Ускорение свободного падения ***g***.



Возможное решение

С одной стороны, можно записать основное уравнение кинематики в проекции на вертикальную ось, для движения камня:

(1) $$y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2},$$ (2 балла)

причем известно, что $y_{max} = 2,5R$, в таком случае – скорость будет минимальной. Т.к. в верхней точки траектории $v_y = 0$, $v = v_0 \cos\alpha$, и, таким образом:

(2) $$a_ц = \frac{v^2}{r} = \frac{v_0^2 \cos^2\alpha}{2,5R} = g\,.$$ (6 баллов)

Откуда можно выразить: $\cos^2\alpha = \dfrac{2,5Rg}{v_0^2}$.

С другой стороны, выражая $t_{под}$:

(3) $$0 = v_0 \sin\alpha - gt_{под},$$ $$t_{под} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}.$$ (4 балла)

И подставляя в уравнение (1):

(4) $$2,5R = \frac{{v_0}^2 \sin^2\alpha}{2g}$$ (2 балла)

Откуда можно выразить: $\sin^2\alpha = \dfrac{5Rg}{v_0^2}$, и теперь, наконец, получим окончательный ответ.

(5) $$\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \left(\frac{5Rg}{v_0^2}\right) / \left(\frac{2,5Rg}{v_0^2}\right) = 2,$$ $$\mathrm{tg}^2\alpha = 2.$$ (4 балла)

Таким образом: $\mathrm{tg}\alpha = \sqrt{2} \approx 55°$. (2 балла)

2. При температуре $\boldsymbol{t_л}$ = 0°C в специальном термосе за время $\boldsymbol{\tau_2}$ = 22,5 ч тает лёд массой $\boldsymbol{m_2}$ = $4\cdot10^{-3}$ кг, при температуре окружающего воздуха $\boldsymbol{t_в}$ = 20°C из-за теплообмена. В этом же сосуде, содержащим жидкий азот при температуре $\boldsymbol{t_a}$ = -195°C, за время $\boldsymbol{\tau_1}$ = 24 ч испаряется $\boldsymbol{V_1}$ = 10^{-3} м^3. Удельная теплота парообразования азота $\boldsymbol{r}$ = 199 кДж/кг. Удельная теплота плавления льда $\boldsymbol{\lambda}$ = 0,33 МДж/кг. Считая, что количество теплоты, подводимое ежесекундно к сосуду, пропорционально разности температур снаружи и внутри термоса, определить плотность жидкого азота.

Возможное решение

Система не идеальна, однако работа газом не совершается, тогда можно записать: $Q = \Delta U$,
или $Q = Q_1$, где ΔU - увеличение внутренней энергии тел внутри термоса. (2 балла)

Тогда, с одной стороны, можно записать:

(1) $$\frac{Q}{\tau} = k(t_2 - t_1),$$ (4 балла)

где τ - время, в течение которого подводится тепло, $t_2 - t_1$ - разность температур снаружи и внутри термоса, а k - коэффициент пропорциональности. Таким образом, то же уравнение для азота:
с другой стороны, нагрев с помощью двух тепловых элементов:

(2) $$Q_1 = k(t_a - t_в)\tau_1, \quad Q_1{}' = rm_1,$$ (4 балла)

где m_1 - масса испарившегося азота, r - удельная теплота парообразования, причем, согласно ЗСЭ, $Q_1 = Q_1{}'$. Таким образом, получаем:

(3) $$k(t_a - t_в)\tau_1 = rm_1.$$ (2 балла)

Аналогично можно записать для сосуда со льдом:

(4) $$k(t_л - t_в)\tau_2 = \lambda m_2.$$ (2 балла)

Заменяя теперь массу азота m_1 через плотность и объём сосуда, разделим уравнение (3) на (4) и выразим ρ.

(5) $$\frac{k(t_a - t_в)\tau_1}{k(t_л - t_в)\tau_2} = \frac{r\rho_1 V_1}{\lambda m_2}, \quad \rho_1 = \frac{\lambda m_2 (t_a - t_в)\tau_1}{rV(t_л - t_в)\tau_2}.$$ (4 балла)

Итого, подставляя численные значения, получим:

$$r = \frac{0,33\cdot10^6\cdot4\cdot10^{-3}\cdot86400\cdot(-195-20)}{199\cdot10^3\cdot10^{-3}(0-20)\cdot81000} = 76,06 \text{ кг/м}^3.$$ (2 балла)

(что где-то на порядок меньше чем должно быть в действительности)

3. На дне цилиндрического сосуда радиуса ***R*** лежит призванный нитью ко дну шар радиуса ***r*** (***r*** < ***R***). Какой объём жидкости следует налить в цилиндр, чтобы шар, плотностью в 4 раза меньшей плотности жидкости, всплывая натянул нить с силой в два раза меньшей силы Архимеда?

Площадь круга $S = \pi r^2$, объём шара $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Запишем, какие силы действуют на шар, когда он всплывает, когда в цилиндр начинают наливать жидкость:

(1) $$F_A - mg - T = 0,$$ (4 балла)

где $F_A = \rho_1 g V_1$, ρ_1 - плотность жидкости, V_1 - объём тела, погруженного в жидкость, V - объём шара.

Причем, по условию задачи $T = \frac{F_A}{2}$. (4 балла)

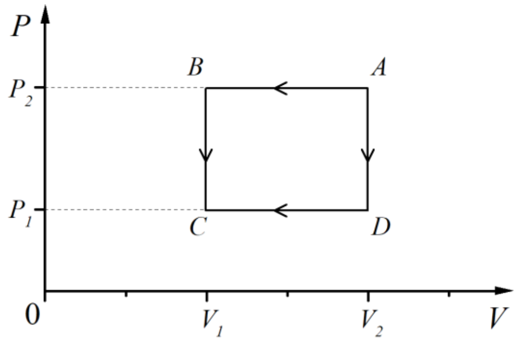
Таким образом, заменяя массу шара через плотность и объём шара, учитывая, что $\rho = 0,25\rho_1$:

(2) $$\frac{\rho_1 g V_1}{2} - 0,25\rho_1 g V = 0$$ (4 балла)

Приведя подобные, получаем: $2V_1 = V$, то есть шар оказывается погруженным в жидкость лишь наполовину, причем расстояние от центра шара до дна $2r$. Откуда необходимо выразить количество жидкости в цилиндре: (6 баллов)

(3) $$\Delta V = \pi R^2 \cdot 2r - \frac{4}{3}\pi\frac{r^3}{2},$$
$$\Delta V = 2\pi r\left(R^2 - \frac{r^2}{3}\right).$$ (2 балла)

4. На участке ADC идеальный газ отдаёт количество теплоты $\boldsymbol{Q_1}$. Если известны величины $\boldsymbol{p_1}$, $\boldsymbol{p_2}$, $\boldsymbol{V_1}$ и $\boldsymbol{V_2}$, найдите количество теплоты $\boldsymbol{Q_2}$, которое необходимо отвести от газа в процессе ABC.



Возможное решение

Запишем Первое начало термодинамики (ЗСЭ) для двух процессов:

(1) $$|Q_1| = \Delta U_{ABC} + A_{ABC} = \Delta U_{ABC} + p_2(V_2 - V_1).$$ (4 балла)

(2) $$|Q_2| = \Delta U_{ADC} + A_{ADC} = \Delta U_{ADC} + p_1(V_2 - V_1).$$ (4 балла)

Причем $\Delta U_{ABC} = \Delta U_{ADC}$, т.к. процессы начинаются и заканчиваются в одинаковых точках. (6 баллов)

Таким образом вычитая из уравнения (1) уравнение (2) получим:

(3) $$Q_1 - Q_2 = p_2(V_2 - V_1) - p_1(V_2 - V_1) = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1).$$ (4 балла)

Приведя подобные, таким образом: $Q_1 = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1) + Q_2$. (2 балла)

5. Небольшое тело брошено под углом α = 40° к горизонту со скоростью v_1. При этом его дальность полёта оказалась такой же, как если бы это тело было запущено вдоль горизонтальной поверхности льда с коэффициентом трения μ = 0,02 с начальной скоростью v_2. В каком случае телу была сообщена большая скорость и во сколько раз?

Возможное решение

Дальность полёта при движении под углом к горизонту, может быть выражено:

(1) $$S_1 = \frac{v_1^2 \sin 2\alpha}{g}.$$ (8 баллов)

С другой стороны, когда брусок движется по льду с коэффициентом трения μ, такое движение будет равнозамедленным, причем ускорение будет равно $a = \mu g$, тогда, перемещение можно записать как:

(2) $$S_2 = \frac{v_2^2}{2\mu g}.$$ (6 баллов)

Таким образом, легко можно сравнить начальные скорости (1')/(2'):

(3) $$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{1}{2\mu \sin 2\alpha}.$$ (4 балла)

Подставляя известные числа, получим:

(3') $$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 0,02 \sin 80^\circ}} \approx 5,04.$$ (2 балла)

Таким образом $v_1 > v_2$.

Оценка заданий №№ 1 – 5 по 20 баллов

Внимание!

Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!