Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2018-2019
ФИЗИКА (9 класс)
Заключительный этап
(ОТВЕТЫ)

1. К потолку и стенке ящика, находящегося на горизонтальной поверхности, и движущегося с ускорением $\vec{a}$ вправо, подвесили груз массой m на двух нитях. Нити составляют углы α со стенкой и β с дном ящика, как показано на рисунке 1. Определить силы натяжения T_1 и T_2 обеих нитей.

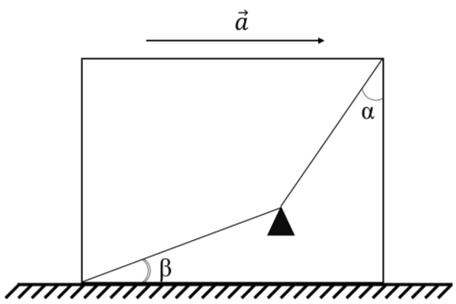
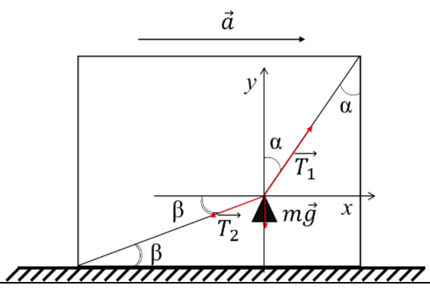


Рисунок 1

Решение

Ход решения	Баллы
Расставить силы и записать Второй закон Ньютона: $m\vec{g}+\vec{T_1}+\vec{T_2}=m\vec{a}$ 	6
Записать Второй закон Ньютона в проекциях на выбранные оси: (1) ох: $T_1\sin\alpha - T_2\cos\beta = ma$, (2) оу: $T_1\cos\alpha - T_2\sin\beta - mg = 0$.	2
Выразить из 1, 2 – T_2: (1’) $T_1\sin\alpha = ma + T_2\cos\beta$, (2’) $T_1\cos\beta = mg + T_2\sin\beta$, $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{ma+T_2\cos\beta}{mg+T_2\sin\beta}$, $mg\mathrm{tg}\alpha + T_2\sin\beta\mathrm{tg}\alpha = ma + T_2\cos\beta$, $T_2 = \dfrac{m(a-g\mathrm{tg}\alpha)}{\sin\beta\mathrm{tg}\alpha-\cos\beta} = \dfrac{m(g\sin\alpha - a\cos\alpha)}{\cos(\alpha+\beta)}$.	6
Аналогично выразить T_1: $\dfrac{T_1\sin\alpha - ma}{T_1\cos\alpha - mg} = \mathrm{ctg}\beta$, $T_1 = \dfrac{m(a-g\mathrm{ctg}\beta)}{\sin\alpha-\cos\alpha\mathrm{ctg}\beta} = \dfrac{m(a\sin\beta - g\cos\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}$	6
ИТОГО	**20**

2. Однородный обруч массой m положили на два гвоздя, вбитые в стену так, как показано на рисунке 2. Радиусы, проведённые от центра обруча к этим гвоздям, образуют прямой угол. Определите силы, с которыми обруч давит на гвозди 1 и 2. Угол α между диаметром обруча, проведённым параллельно горизонтальной плоскости, и радиусом, проведённым к гвоздю 1, считать известным.

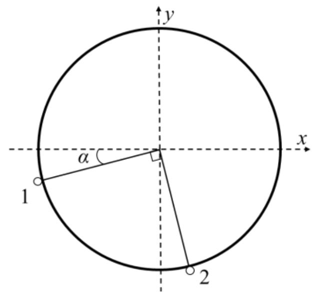
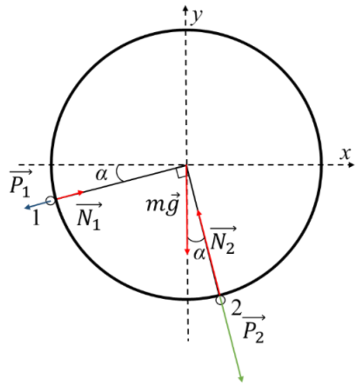


Рисунок 2

Решение

Ход решения	Баллы
Расставить силы (1/4) и записать 2-ой закон Ньютона (1/4) для обруча, определить угол между вертикалью и радиусом, проведённым к гвоздю 2 (1/4), используя 3-ий закон Ньютон выразить силы, действующие со стороны обруча на гвозди (1/4): $m\vec{g} + \vec{N_1} + \vec{N_2} = 0$, $\lvert\vec{N_1}\rvert = \lvert\vec{P_1}\rvert$, $\lvert\vec{N_2}\rvert = \lvert\vec{P_2}\rvert$. 	8
Записать Второй закон Ньютона для обруча в проекциях на оси: ox: $N_1 \cos\alpha - N_2 \sin\alpha = 0$, oy: $N_1 \sin\alpha + N_2 \cos\alpha - mg = 0$. *Либо взять оси параллельными радиусам, проведённым от гвоздей к центру.*	2
Выразить N_2 избавившись от N_1 разделив одно уравнение на другое: $N_1 \sin\alpha = mg - N_2 \cos\alpha$, $N_1 \cos\alpha = N_2 \sin\alpha$, $\mathrm{tg}\alpha = \frac{mg - N_2 \cos\alpha}{N_2 \sin\alpha}$, $N_2 = mg\cos\alpha$.	4
Аналогично выразить N_1: $N_2 = N_1 \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $N_1(\sin\alpha + \frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha}) = mg$, $N_1 = mg\sin\alpha$	4
Записать ответ: $P_1 = mg\sin\alpha$, $P_2 = mg\cos\alpha$.	2
ИТОГО	**20**

3. Во сколько раз изменится работа тока электрической цепи, если три металлических бруска каждый высотой $\boldsymbol{h}$, шириной $\boldsymbol{a}$ и длиной $\boldsymbol{a}$, $2\boldsymbol{a}$, $3\boldsymbol{a}$, подсоединить сначала, как на рисунке 3, а потом, как на рисунке 4. В обоих случаях систему подключают к напряжению $\boldsymbol{U}$.

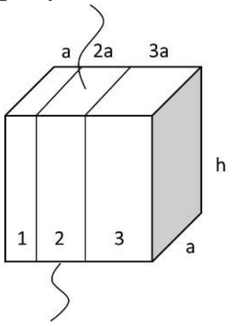


Рисунок 3

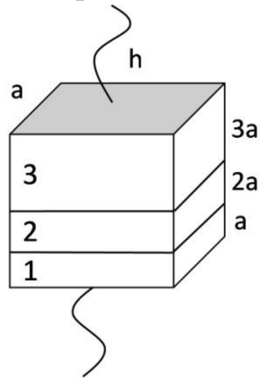


Рисунок 4

Решение

Ход решения	Баллы
В первом случае соединение брусков – параллельное, а во втором – последовательное. Поэтому, общее сопротивление в первом случае $$\frac{1}{R_1}=\frac{1}{r_{11}}+\frac{1}{r_{21}}+\frac{1}{r_{31}},$$ а во втором случае $$R_2=r_{12}+r_{22}+r_{32},$$ где r_{11}, r_{21}, r_{31} – сопротивление 1-го, 2-го и 3-го бруска соответственно в первом случае, а r_{12}, r_{22}, r_{32} – сопротивление 1-го, 2-го и 3-го бруска соответственно во втором случае.	4
Пусть удельное сопротивление металла брусков рвано ρ, тогда $$r_{11}=\rho\frac{h}{a^2}, r_{21}=\rho\frac{h}{2a^2}, r_{31}=\rho\frac{h}{3a^2},$$ $$r_{12}=\frac{\rho}{h}, r_{22}=\frac{2\rho}{h}, r_{32}=\frac{3\rho}{h}.$$	4
Из последних равенств получаем $$R_1=\frac{\rho h}{6a^2}, R_2=\frac{6\rho}{h}.$$	4
Работу электрического тока можно найти по формуле $$A=\frac{U^2}{R}t.$$ Отсюда следует, что $$A_1=\frac{6(Ua)^2}{\rho h}t, A_2=\frac{hU^2}{6\rho}t.$$	2
Наконец получаем ответ: $$\frac{A_1}{A_2}=\frac{36a^2}{h^2}.$$	6
ИТОГО	**20**

4. Для того, чтобы расплавить небольшой кубик льда при температуре $-5°C$ необходимо взять 43 капли воды при $50°C$. Сколько понадобится капель воды взятых при той же температуре, чтобы расплавить кубик льда такой же массы взятого при температуре $-10°C$? Удельная теплоемкость воды $\boldsymbol{c}_в = 4200\ \frac{Дж}{кг\cdot°C}$, удельная теплоемкость льда $\boldsymbol{c}_л = 2090\ \frac{Дж}{кг\cdot°C}$, а удельная теплота плавления льда $\boldsymbol{\lambda} = 3{,}33 \cdot 10^5\ \frac{Дж}{кг}$.

Решение

Ход решения	Баллы
Запишем уравнение теплового баланса для системы $$Q_1 = Q_2 + Q_3,$$ где Q_1 – охлаждение капель воды, Q_2 – нагревание льда, Q_3 – таяние льда.	4
Пусть m – масса одной капли, M – масса кубика льда, t_1 – температура капель, t_2 – температура плавления льда, t_3 – начальная температура льда в первом случае, t_4 – начальная температура льда во втором случае, t_3 – начальная температура льда в первом случае. Тогда для первого случая уравнение теплового баланса имеет вид (уравнение 1) $$c_в m n_1(t_2 - t_1) = c_л M(t_2 - t_3) + \lambda M,$$ а для второго случая (уравнение 2) $$c_в m n_2(t_2 - t_1) = c_л M(t_2 - t_4) + \lambda M,$$	4
Поделим уравнение (2) на уравнение (1) $$\frac{n_2}{n_1} = \frac{c_л(t_2 - t_4) + \lambda}{c_л(t_2 - t_3) + \lambda}$$	6
Отсюда получим $$n_2 = n_1 \frac{c_л(t_2 - t_4) + \lambda}{c_л(t_2 - t_3) + \lambda}$$	4
Переводя данные в систему СИ и производя вычисления получаем $n_2 = 44{,}3$, так как число капель должно быть целым необходимо взять $n_2 = 45$ Ответ: $n_2 = 45$	4
ИТОГО	**20**

5. Груз какой массы $\boldsymbol{m_2}$ нужно поставить в середине перекладины массы $\boldsymbol{M} =$ 0,2 кг, чтобы она располагалась горизонтально, если масса груза, висящего на нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок радиуса $\boldsymbol{R}$ равна $\boldsymbol{m_1} =$ 0,3 кг?

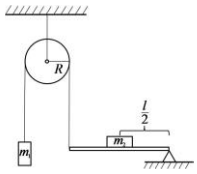
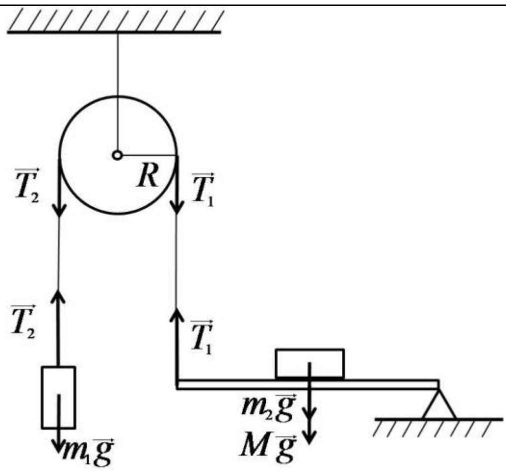


Рисунок 5

Решение

<table>
<tr><th>Ход решения</th><th>Баллы</th></tr>
<tr><td>

Расставим силы, действующие в системе.</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Так как блок уравновешен, то моменты сил, действующих на него равны. Отсюда следует, что $T_1 = T_2 = T$, то есть силы натяжения нитей равны.</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Так как груз 1 находится в покое, то силы действующие на него равны, следовательно $m_1 g = T_2 = T$</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Запишем условие равновесия перекладины

$$T_2 l = m_2 g \frac{l}{2} + Mg\frac{l}{2},$$

где l – длина перекладины</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Отсюда следует, что

$$m_1 g l = m_2 g \frac{l}{2} + Mg\frac{l}{2}$$
$$m_1 = m_2 \frac{1}{2} + M\frac{1}{2}$$
$$m_2 = 2m_1 - M$$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Подставляя данные получим
Ответ: $m_2 = 0{,}4$ кг</td><td>2</td></tr>
<tr><td>ИТОГО</td><td>20</td></tr>
</table>