Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2018-2019
ФИЗИКА (10 класс)
Заключительный этап
(ОТВЕТЫ)

1. К потолку и стенке ящика, находящегося на горизонтальной поверхности, и движущегося с ускорением $\vec{a}$ вправо, подвесили груз массой m на двух нитях. Нити составляют углы α со стенкой и β с дном ящика, как показано на рисунке 1. Определить силы натяжения T_1 и T_2 обеих нитей.

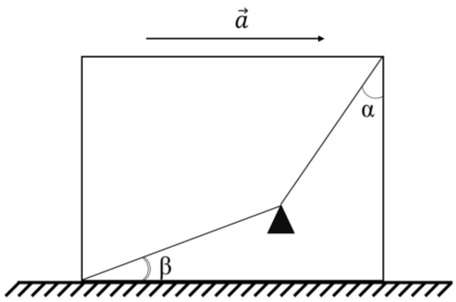
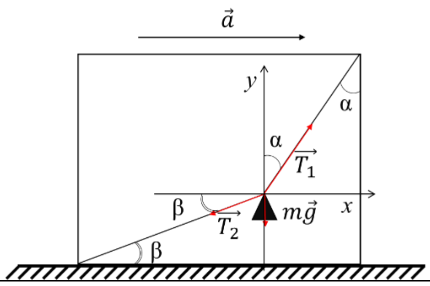


Рисунок 1

Решение

Ход решения	Баллы
Расставить силы и записать Второй закон Ньютона: $m\vec{g}+\vec{T}_1+\vec{T}_2=m\vec{a}$ 	6
Записать Второй закон Ньютона в проекциях на выбранные оси: (1) ox: $T_1\sin\alpha-T_2\cos\beta=ma$, (2) oy: $T_1\cos\alpha-T_2\sin\beta-mg=0$.	2
Выразить из 1, 2 – T_2: (1') $T_1\sin\alpha=ma+T_2\cos\beta$, (2') $T_1\cos\beta=mg+T_2\sin\beta$, $\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{ma+T_2\cos\beta}{mg+T_2\sin\beta}$, $mg\mathrm{tg}\alpha+T_2\sin\beta\mathrm{tg}\alpha=ma+T_2\cos\beta$, $T_2=\dfrac{m(a-g\mathrm{tg}\alpha)}{\sin\beta\mathrm{tg}\alpha-\cos\beta}=\dfrac{m(g\sin\alpha-a\cos\alpha)}{\cos(\alpha+\beta)}$.	6
Аналогично выразить T_1: $\dfrac{T_1\sin\alpha-ma}{T_1\cos\alpha-mg}=\mathrm{ctg}\beta$, $T_1=\dfrac{m(a-g\mathrm{ctg}\beta)}{\sin\alpha-\cos\alpha\mathrm{ctg}\beta}=\dfrac{m(a\sin\beta-g\cos\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}$	6
ИТОГО	**20**

2. Однородный обруч массой $\boldsymbol{m}$ положили на два гвоздя, вбитые в стену так, как показано на рисунке 2. Радиусы, проведённые от центра обруча к этим гвоздям, образуют прямой угол. Определите силы, с которыми обруч давит на гвозди 1 и 2. Угол $\boldsymbol{\alpha}$ между диаметром обруча, проведённым параллельно горизонтальной плоскости, и радиусом, проведённым к гвоздю 1, считать известным.

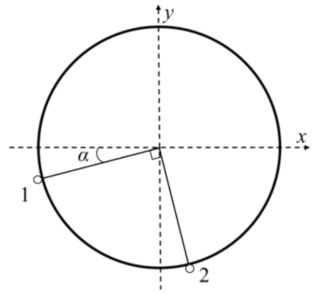
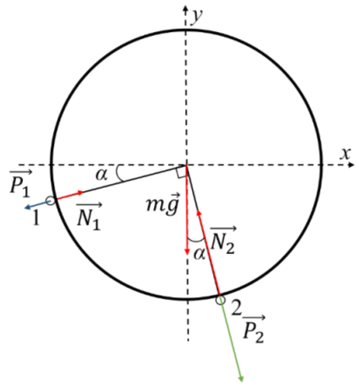


Рисунок 2

Решение

Ход решения	Баллы
Расставить силы (1/4) и записать 2-ой закон Ньютона (1/4) для обруча, определить угол между вертикалью и радиусом, проведённым к гвоздю 2 (1/4), используя 3-ий закон Ньютон выразить силы, действующие со стороны обруча на гвозди (1/4): $m\vec{g}+\vec{N}_1+\vec{N}_2=0$, $\lvert\vec{N}_1\rvert=\lvert\vec{P}_1\rvert$, $\lvert\vec{N}_2\rvert=\lvert\vec{P}_2\rvert$.  	8
Записать Второй закон Ньютона для обруча в проекциях на оси: ox: $N_1\cos\alpha-N_2\sin\alpha=0$, oy: $N_1\sin\alpha+N_2\cos\alpha-mg=0$. *Либо взять оси параллельными радиусам, проведённым от гвоздей к центру.*	2
Выразить N_2 избавившись от N_1 разделив одно уравнение на другое: $N_1\sin\alpha=mg-N_2\cos\alpha$, $N_1\cos\alpha=N_2\sin\alpha$, $\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{mg-N_2\cos\alpha}{N_2\sin\alpha}$, $N_2=mg\cos\alpha$.	4
Аналогично выразить N_1: $N_2=N_1\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $N_1(\sin\alpha+\dfrac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha})=mg$, $N_1=mg\sin\alpha$	4
Записать ответ: $P_1=mg\sin\alpha$, $P_2=mg\cos\alpha$.	2
ИТОГО	**20**

3. Во сколько раз изменится работа тока электрической цепи, если три металлических бруска каждый высотой $\boldsymbol{h}$, шириной $\boldsymbol{a}$ и длиной $\boldsymbol{a}$, $2\boldsymbol{a}$, $3\boldsymbol{a}$, подсоединить сначала, как на рисунке 3, а потом, как на рисунке 4. В обоих случаях систему подключают к напряжению $\boldsymbol{U}$.

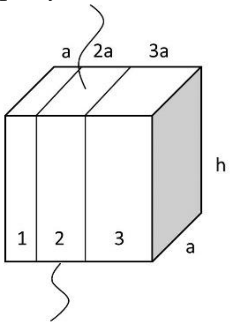


Рисунок 3

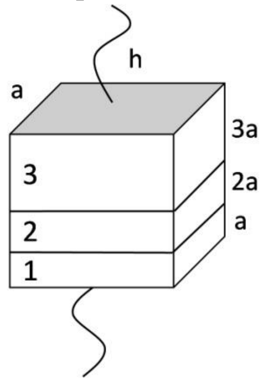


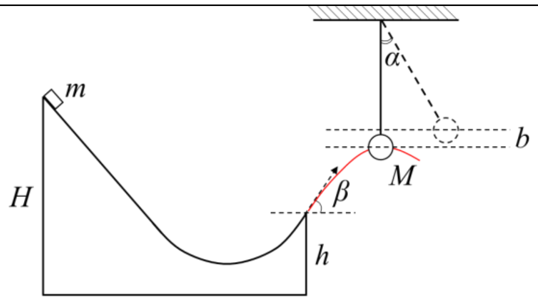
Рисунок 4

Решение

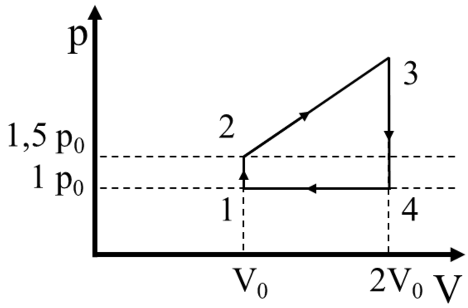
Ход решения	**Баллы**
В первом случае соединение брусков – параллельное, а во втором – последовательное. Поэтому, общее сопротивление в первом случае $$\frac{1}{R_1}=\frac{1}{r_{11}}+\frac{1}{r_{21}}+\frac{1}{r_{31}},$$ а во втором случае $$R_2=r_{12}+r_{22}+r_{32},$$ где r_{11}, r_{21}, r_{31} – сопротивление 1-го, 2-го и 3-го бруска соответственно в первом случае, а r_{12}, r_{22}, r_{32} – сопротивление 1-го, 2-го и 3-го бруска соответственно во втором случае.	4
Пусть удельное сопротивление металла брусков рвано ρ, тогда $$r_{11}=\rho\frac{h}{a^2}, r_{21}=\rho\frac{h}{2a^2}, r_{31}=\rho\frac{h}{3a^2},$$ $$r_{12}=\frac{\rho}{h}, r_{22}=\frac{2\rho}{h}, r_{32}=\frac{3\rho}{h}.$$	4
Из последних равенств получаем $$R_1=\frac{\rho h}{6a^2}, R_2=\frac{6\rho}{h}.$$	4
Работу электрического тока можно найти по формуле $$A=\frac{U^2}{R}t.$$ Отсюда следует, что $$A_1=\frac{6(Ua)^2}{\rho h}t, A_2=\frac{hU^2}{6\rho}t.$$	2
Наконец получаем ответ: $$\frac{A_1}{A_2}=\frac{36a^2}{h^2}.$$	6
ИТОГО	**20**

4. Небольшое тело массой $\boldsymbol{m}$ соскальзывает с вершины гладкой горки высоты $\boldsymbol{H}$. Внизу горки есть трамплин высотой $\boldsymbol{h}$ с закруглением в виде дуги окружности, с углом $\boldsymbol{\beta}$ между траекторией вылета с трамплина и горизонтальной плоскостью. В верхней точке траектории, тело, оторвавшись от горки, сталкивается с шаром массы $\boldsymbol{M}$, подвешенным на нити. Найти высоту, на которую поднимается шар относительно своего первоначального положения, если считать удар центральным и абсолютно неупругим.

Решение

Ход решения	Баллы
Подготовить рисунок, расставить условные знаки. Используя ЗСЭ для небольшого тела, определить его скорость, с которой оно вылетает с трамплина: $mgH = mgh + \frac{mv^2}{2}$, $gH = gh + \frac{v^2}{2}$, $v = \sqrt{2g(H-h)}$. 	8
Используя закон сохранения импульса, в проекции на горизонтальную плоскость, выразить скорость U, приобретаемую шаром с телом после неупругого столкновения: $mv\cos\beta = (\mathrm{M}+\mathrm{m})\,\mathrm{U}$, $U = \frac{mv\cos\beta}{M+m}$.	4
Используя ЗСЭ определить высоту, на которую поднимается шар: $\frac{(M+m)U^2}{2} = (M+m)gb$, $b = \frac{U^2}{2g}$. Подставляем из ЗСИ: $b = \frac{m^2v^2\cos^2\beta}{2g(M+m)^2}$. Подставляя v, в конце концов, получить ответ: $b = \frac{m^2\cos^2\beta(H-h)}{(M+m)^2}$.	8
ИТОГО	**20**

5. Для тепловой машины, действующей по замкнутому циклу 1-2-3-4-1 (приведён на **pV** - диаграмме), определить КПД цикла, считая используемый в качестве рабочего тела газ идеальным и одноатомным.



Решение

Ход решения	Баллы
Согласно 1 началу Термодинамики в процессах 1-2 и 2-3 газ получает теплоту, а в процессах 3-4 и 4-1 – отдаёт, тогда КПД цикла по определению: $$\eta = \frac{A_{цикла}}{Q_{12} + Q_{23}}$$	2
Процесс 1-2 изохорный (т.е. согласно закону Шарля P/T = const), тогда 1-е начало ТД можно записать в виде: $Q_{12} = \Delta U_{12} + 0$, где изменение внутренней энергии, по определению: $\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1)$. Используя уравнение Менделеева-Клайперона: $$P_0V_0 = \nu RT_1,\ 1{,}5P_0V_0 = \nu RT_2.$$ Таким образом: $Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{3}{2}\frac{1}{2}P_0V_0$.	6
Записать 1-е начало ТД для процесса 2-3: $$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23},\ \Delta U_{23} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2),$$ где, используя уравнение Менделеева-Клайперона: $$\frac{p_2V_2}{T_2} = \frac{p_3V_3}{T_3},\ 3p_0 2V_0 = \nu RT_3,\ T_3 = \frac{6p_0V_0}{\nu R},\ \Delta U_{23} = \frac{27}{4}p_0V_0.$$ С другой стороны, совершаемая газом за цикл работа равна площади трапеции 1-2-3-4-1: $$A_{23} = \frac{1}{2}(1{,}5p_0 + 3p_0)(2V_0 - V_0) = \frac{9}{4}p_0V_0.$$ Итого: $Q_{23} = \frac{27}{4}p_0V_0 + \frac{9}{4}p_0V_0 = 9p_0V_0$.	6
Для того, чтобы рассчитать КПД необходимо вычесть из работы газа, работу, совершаемую над газом в процессе 4-1: $A_{41} = p_0(V_0 - 2V_0) = -p_0V_0$, Таким образом $A_{цикла}$: $A_{цикла} = \left(\frac{9}{4} - 1\right)p_0V_0 = \frac{5}{4}p_0V_0$	4
Итого КПД: $$\eta = \frac{5/4}{3/4 + 9} = 5/40 = 1/8 = 0{,}125 = 12{,}5\%$$	2
ИТОГО	**20**