

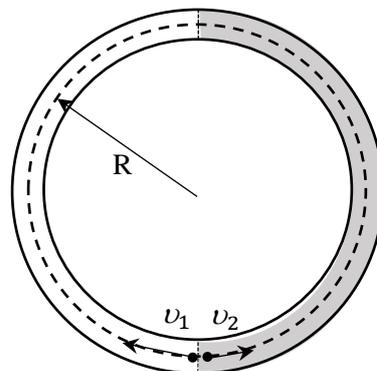
Министерство образования и науки РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада
2016-2017

ФИЗИКА

8 класс

II этап

1. В горизонтальном сквозном кольцевом тоннеле радиуса R с гладкими внутренними стенками есть возможность в двух равных половинах создать различные значения сопротивления среды, влияющих на скорость полета испытательных образцов. В одной половине тоннеля скорость образца строго равна v_1 , в другой – v_2 . Определите интервал времени, через который встретятся два образца, запускаемые одновременно из любой точки границы давления в противоположных направлениях.



Решение:

Будем считать скорость $v_1 > v_2$. Обозначим флажком на рисунке предполагаемое место встречи. Тогда к моменту времени t_1 первый образец пройдет ровно половину левой окружности до точки A . Длина этой половины окружности равна πR . С другой стороны, это путь, который проходит первый образец со скоростью v_1 за время t_1 $\pi R = v_1 t_1$. Отсюда получаем время:

$$t_1 = \frac{\pi R}{v_1}. \quad (4 \text{ балла})$$

Второй образец, двигающийся с правой стороны, к этому моменту времени успеет пройти только часть окружности до точки B . При этом, расстояние, которое обозначим за x , второй образец проходит со скоростью v_2 за время t_1 :

$$x = v_2 t_1. \quad (2 \text{ балла})$$

Или, с подстановкой времени t_1 получаем:

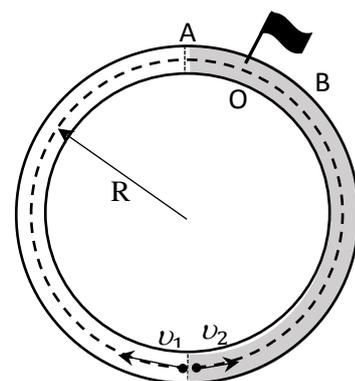
$$x = v_2 \frac{\pi R}{v_1}. \quad (2 \text{ балла})$$

При вхождении первого образца в правую область от A до O он будет двигаться со скоростью v_2 , так как в этой части из-за сопротивления движение возможно только с этой скоростью. Вторым образцом от B к O также двигается со скоростью v_2 . Значит, за одинаковый промежуток времени t_2 оба образца пройдут с одинаковыми скоростями одинаковое расстояние $y = AO = BO$. Но расстояние $x + 2y = \pi R$ равно половине окружности. Подставим сюда значение x :

$$v_2 \frac{\pi R}{v_1} + 2y = \pi R. \quad (4 \text{ балла})$$

Отсюда можем выразить неизвестное расстояние y :

$$2y = \pi R - v_2 \frac{\pi R}{v_1},$$



$$y = \frac{\pi R}{2} \left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right). \quad (2 \text{ балла})$$

Так как это расстояние пройдено со скоростью v_2 , то время $t_2 = \frac{y}{v_2}$. Подставим в это выражение значение y :

$$t_2 = \frac{\pi R}{2v_2} \left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right). \quad (2 \text{ балла})$$

Теперь остается сложить два промежутка времени t_2 и t_1 , чтобы получить общее время t до момента встречи.

$$t = \frac{\pi R}{v_1} + \frac{\pi R}{2v_2} \left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right). \quad (2 \text{ балла})$$

Приведя подобные, можно получить окончательный ответ:

$$t = \pi R \frac{v_1 + v_2}{2v_1 v_2}. \quad (2 \text{ балла})$$

Ответ: $t = \pi R \frac{v_1 + v_2}{2v_1 v_2}$.

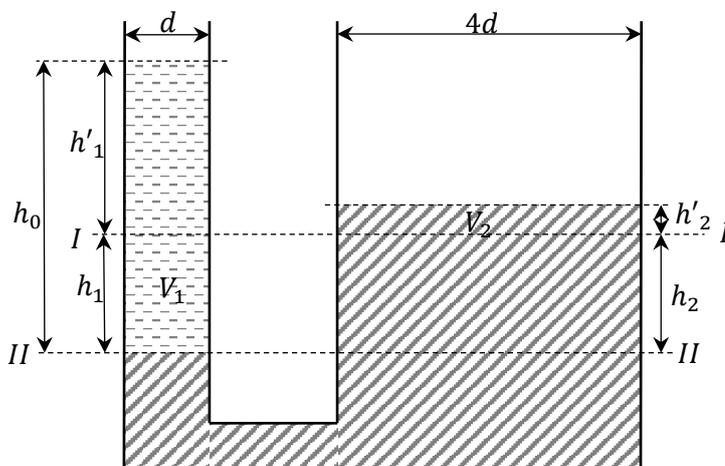
2. Определить насколько поднимется уровень ртути в одном колене сообщающихся сосудов и насколько опустится в другом колене, если в узкое колено наливают 70 сантиметров воды. Узкое колено имеет диаметр в 4 раза меньше широкого. Плотность воды $\rho_v = 10^3 \text{ кг/м}^3$, а плотность ртути $\rho_p = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Решение:

Рисунок (2 балла)

Начальный уровень ртути в сообщающихся сосудах на высоте $I-I$. После наливания воды уровень в левом (узком) колене опустится до уровня $II-II$. Поэтому на этом уровне давление в левом колене равно давлению в правом:

$$\rho_v g h_1 + \rho_v g h'_1 = \rho_p g h_2 + \rho_p g h'_2.$$



Преобразуем это выражение к виду:

$$\rho_v h_1 + \rho_v h'_1 = \rho_p h_2 + \rho_p h'_2. \quad (1) \quad (2 \text{ балла})$$

Из рисунка следует, что общая высота столба воды, налитого согласно условию задачи:

$$h_0 = h_1 + h'_1. \quad (2) \quad (2 \text{ балла})$$

Ввиду несжимаемости жидкостей следует, что объем $V_1 = V_2$. То есть, насколько меньше стал объем ртути в левом колене, на столько его стало больше в правом колене. Принимая это во внимание, и учитывая площадь поперечного сечения каждого из колен, получаем:

$$\frac{\pi d^2}{4} h_1 = \frac{\pi (4d)^2}{4} h'_2. \quad (2 \text{ балла})$$

Отсюда следует, что:

$$h_1 = 16h'_2. \quad (3)$$

Подставим (3) в (2):

$$h_0 = 16h'_2 + h'_1$$

И выразим отсюда h'_1 :

$$h'_1 = h_0 - 16h'_2. \quad (4) \quad (2 \text{ балла})$$

Теперь подставим в выражение (1) значения из (3) и (4).

$$\rho_B 16h'_2 + \rho_B(h_0 - 16h'_2) = \rho_P h_2 + \rho_P h'_2. \quad (2 \text{ балла})$$

Из рисунка учтем, что $h_1 = h_2$ и, подставим в последнее выражение.

$$\rho_B 16h'_2 + \rho_B(h_0 - 16h'_2) = \rho_P h_1 + \rho_P h'_2. \quad (2 \text{ балла})$$

С учетом (3) это равенство примет вид:

$$\rho_B 16h'_2 + \rho_B(h_0 - 16h'_2) = \rho_P 16h'_2 + \rho_P h'_2. \quad (2 \text{ балла})$$

Раскрывая скобки и приведя подобные, получим:

$$\rho_B h_0 = \rho_P 17h'_2.$$

Отсюда можно получить значение h'_2 , на которое поднимется уровень ртути в широком колене.

$$h'_2 = \frac{\rho_B h_0}{17\rho_P}. \quad (2 \text{ балла})$$

Подставляя численные значения в это выражение, окончательно получим:

$$h'_2 = \frac{10^3 \cdot 0,7}{17 \cdot 13,6 \cdot 10^3} = 0,003 \text{ м} = 0,3 \text{ см.}$$

Учитывая равенство (3) и полученное значение для h'_2 , имеем уровень h_1 , на который опустится ртуть в левом колене:

$$h_1 = 16h'_2 = \frac{16\rho_B h_0}{17\rho_P}.$$

Или с учетом данных задачи:

$$h_1 = \frac{16 \cdot 10^3 \cdot 0,7}{17 \cdot 13,6 \cdot 10^3} = 0,048 \text{ м} = 4,8 \text{ см.} \quad (2 \text{ балла})$$

Ответ: $h'_2 = 0,003 \text{ м} = 0,3 \text{ см}$, $h_1 = 0,048 \text{ м} = 4,8 \text{ см}$.

3. Сколько времени уйдет на нагревание $m = 1 \text{ кг}$ воды до 100°C , если в качестве нагревательного элемента использовать два последовательно соединенных нагревателя мощностью $P = 840 \text{ Вт}$ каждый. Подключение производить к одной и той же бытовой сети. Потерями тепла пренебречь. Начальную температуру считать 20°C , а удельную теплоемкость воды принять $c = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$.

Решение:

При последовательном соединении двух одинаковых нагревателей (если считать, что сопротивление каждого нагревателя остается равным R) их общее сопротивление:

$$R_1 = 2R, \quad (4 \text{ балла})$$

а выделяющаяся тепловая мощность по закону Джоуля-Ленца равна:

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1} \quad (2 \text{ балла})$$

Так как:

$$P = \frac{U^2}{R}, \quad (2 \text{ балла})$$

То:

$$P_1 = \frac{P}{2}. \quad (4 \text{ балла})$$

Для того чтобы нагреть до температуры кипения $t_k = 100^\circ\text{C}$ массу воды m , требуется количество теплоты $Q = cm(t_k - t_H)$ Следовательно, искомое время будет равно:

$$\tau = \frac{Q}{P_1} = \frac{2cm(t_k - t_H)}{P}. \quad (6 \text{ баллов})$$

Подставляя численные значения, получим:

$$\tau = \frac{2 \cdot 4200 \cdot 1 \cdot (100 - 20)}{840} = 800 \text{ с}. \quad (2 \text{ балла})$$

Ответ: $\tau = 800 \text{ с}$.

4. Построить изображение предмета AB , даваемое линзой.

Решение:

На рисунке изображена рассеивающая линза. Фокус мнимый. Предмет AB находится на главной оптической оси.

(2 балла)

Сначала построим фокальную плоскость через фокус F перпендикулярно главной оптической оси.

(2 балла)

Затем из точек A и B под произвольным углом на линзу направим параллельные лучи AA' и BB' .

(4 балла)

Эти лучи преломляются рассеивающей линзой так, что продолжение этих лучей, изображенных пунктирной линией, должно пересечься в фокальной плоскости в точке F' побочного фокуса линзы.

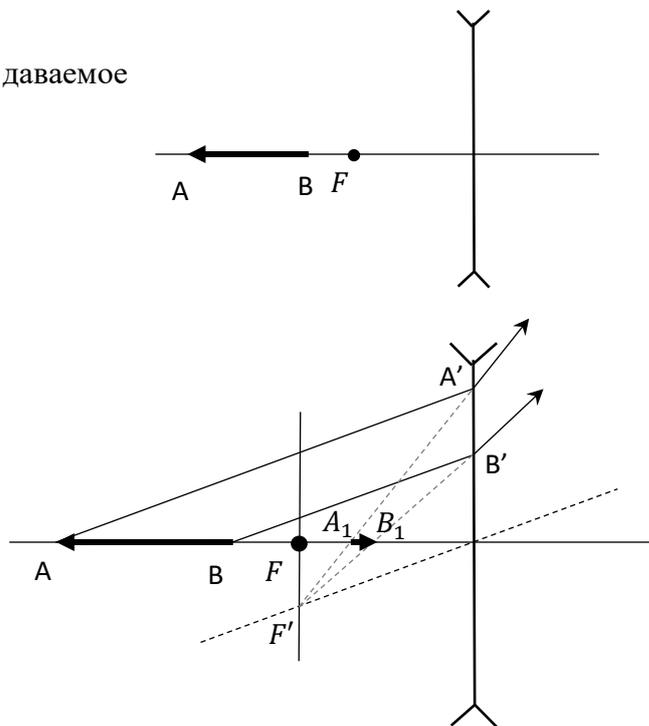
(4 балла)

В свою очередь этот побочный фокус был получен при построении побочной оптической оси, проходящей через центр линзы и параллельно лучам AA' и BB' .

(4 балла)

Пересечение продолжений лучей $A'F'$ и $B'F'$ с главной оптической осью дает соответственно точки A_1 и B_1 изображения предмета AB .

(4 балла)



5. Сколько весит прямоугольный брусок, имеющий площадь поперечного сечения $S = 10 \times 15 \text{ см}^2$, если при перемещении его из пресной воды с $\rho_2 = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ в соленую воду с $\rho_1 = 1,03 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ глубина осадки уменьшилась на $h = 1 \text{ мм}$?

Решение:

Вес бруска равен весу вытесненной воды:

$$P = \rho_1 g V_1, \quad (2 \text{ балла})$$

где V_1 – объем соленой воды, вытесненной бруском.

Согласно условию плавания запишем для соленой воды:

$$\rho_1 g V_1 = mg, \quad (2 \text{ балла})$$

где m – масса бруска. А для пресной воды с учетом осадки:

$$\rho_2 g V_2 = \rho_2 g (V_1 + Sh) = mg. \quad (4 \text{ балла})$$

Приравняем последние два выражения:

$$\rho_1 g V_1 = \rho_2 g (V_1 + Sh). \quad (2 \text{ балла})$$

Выразим отсюда объем V_1 :

$$V_1 = \frac{\rho_2 Sh}{\rho_1 - \rho_2}. \quad (2 \text{ балла})$$

Зная теперь объем V_1 , найдем вес бруска $P = \rho_1 g V_1$:

$$P = \rho_1 g \frac{\rho_2 Sh}{\rho_1 - \rho_2}. \quad (4 \text{ балла})$$

Подставляя численные значения, получим:

$$P = 1,03 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot \frac{1 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3}}{1,03 \cdot 10^3 - 1 \cdot 10^3} = 5,047 \text{ кг}. \quad (4 \text{ балла})$$

Ответ: $P = 5,047 \text{ кг}$.