

1. Леонардо да Винчи высказал следующее положение. Если сила F продвинет тело массой m за время t на расстояние S , то та же сила продвинет тело массой $\frac{m}{2}$ за то же время на двойное расстояние. Докажите, правильно ли это положение.

Решение:

$F, m, t, S,$

$\frac{m}{2}, 2S$

Верно ли это?

$$S = \frac{at^2}{2} \text{ и } F = ma.$$

Отсюда следует

$$S = \frac{Ft^2}{2m},$$

С условием изменений

$$2S = \frac{Ft^2}{2 \cdot \frac{m}{2}}$$

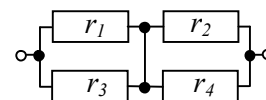
Или, поделив на 2 это уравнение, получаем, что

$$S = \frac{Ft^2}{2m}.$$

Положение верно.

Ответ: Положение верно.

2. Четыре одинаковых сопротивления, каждое из которых равно r , соединены так, как показано на рисунке. Определить эквивалентное сопротивление.



Решение.

Концы перемычки имеют одинаковый потенциал, значит, по ней ток не течет. Отсюда следует, что сопротивления 1 и 2 соединены последовательно. Также последовательно между собой соединены сопротивления 3 и 4. А верхний каскад из 1 и 2 соединен параллельно каскаду из 3 и 4.

Тогда

$$r_{12} = r + r = 2r,$$

$$r_{34} = r + r = 2r.$$

И общее сопротивление

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2r} + \frac{1}{2r} = \frac{2}{2r} = \frac{1}{r}.$$

Значит, $R = r$.

Ответ: $R = r$

3. Открытую с обоих торцов стеклянную трубку длиной $l = 60$ см погрузили на некоторую глубину в воду плотностью $\rho = 10^3$ кг/м³. На какую глубину надо погрузить эту трубку, чтобы, закрыв верхнее отверстие, вынуть столбик жидкости высотой $l/3$? Атмосферное давление $p_0 = 760$ мм рт ст.

Решение.

$$l = 60 \text{ см}$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$p_0 = 760 \text{ мм рт ст}$$

$$h_1 = l/3$$

h -?

За время погружения температура в трубке существенно не изменится. Тогда считаем процесс, происходящий с газом внутри трубки изотермическим, т.е. $T = \text{const}$. Или согласно уравнению Бойля-Мариотта, $p_1 V_1 = p_2 V_2$. В первоначальный момент давление воздуха в трубке $p_1 = p_0$, а после вынимания $p_2 = p_0 - \rho g \ell_1$.

Первоначальный объем воздуха в трубке $V_1 = S(\ell - h)$, а после вынимания - $V_2 = S \frac{2}{3} \ell$. Подставляем значения давлений и объема в уравнение Бойля-Мариотта.

$$p_0 S(\ell - h) = (p_0 - \rho g \frac{\ell}{3}) S \frac{2}{3} \ell.$$

Решая это уравнение относительно искомой высоты h , получаем

$$h = \frac{\ell}{3} \left(1 + \frac{\rho g \ell}{3 p_0} \right).$$

Численное значение $h = \frac{0,6}{3} \left(1 + \frac{10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,6}{3 \cdot 10^5} \right) = 0,204$ м. Или $h \approx 20$ см.

Ответ: $h \approx 20$ см

4. В комнате на столе имеются два теплоизолированных сосуда. В первом из них находится 5 л воды при температуре $t_1 = 60^\circ\text{C}$, во втором – 1 л воды при температуре $t_2 = 20^\circ\text{C}$. Вначале часть воды перелили из первого сосуда во второй. Затем, когда установилось тепловое равновесие, из него в первый сосуд перелили столько воды, чтобы ее объемы в сосудах стали равны первоначальным. После этих операций температура воды в первом сосуде стала равной $t = 59^\circ\text{C}$. Сколько воды переливали из первого сосуда во второй и обратно?

Решение.

$$V_1 = 5 \text{ л}, m_1 = 5 \text{ кг}$$

$$t_1 = 60^\circ\text{C}$$

$$V_2 = 1 \text{ л}, m_2 = 1 \text{ кг}$$

$$t_2 = 20^\circ\text{C}$$

$$t = 59^\circ\text{C}$$

Δm - ?

В результате двух переливаний масса воды в первом сосуде осталась прежней, а ее температура уменьшилась на $\Delta t_1 = 1^\circ\text{C}$. Следовательно, энергия воды в первом сосуде уменьшилась на

$$\Delta Q = c m_1 \Delta t_1. \quad (1)$$

Энергия воды во втором сосуде увеличилась на ΔQ , поэтому

$$\Delta Q = c m_2 \Delta t_2.$$

Приравняем (1) и (2).

$$c m_1 \Delta t_1 = c m_2 \Delta t_2.$$

$$\Delta t_2 = \frac{m_1}{m_2} \Delta t_1 = 5^\circ\text{C}.$$

Температура воды во втором сосуде

$$t'_2 = t_2 + \Delta t_2 = 25^\circ\text{C}.$$

Этого значения она достигла после переливания из первого сосуда во второй некоторой массы Δm , имеющей температуру t_1 .

Уравнение теплового баланса:

$$c \Delta m (t_1 - t'_2) = c m_2 (t'_2 - t_2).$$

Отсюда находим Δm :

$$\Delta m = m_2 \frac{(t'_2 - t_2)}{(t_1 - t'_2)} \approx 0,14 \text{ кг}.$$

Ответ: $\Delta m \approx 0,14$ кг.