

Министерство образования и науки РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада
2012-2013

ФИЗИКА
11 класс
II этап

ВАРИАНТ 2

1. Для хранения нефтепродуктов на Томском нефтехимическом комбинате используют большие цистерны. В дне такого нефтяного бака имеется отверстие, заделанное цилиндрической пробкой. Максимальная высота, до которой можно заливать нефть в цистерну, чтобы не выдавить пробку, составляет 2 м. Определите плотность нефти, если площадь пробки 10 см^2 , а в отсутствие нефти в цистерне для извлечения пробки необходимо приложить силу 16 Н.

Решение:

Атмосферное давление в этом случае учитывать не нужно, так как оно действует на пробку со всех сторон и не участвует в ее выдавливании. Предельную высоту найдем из условия, что сила давления, создаваемая столбом нефти, будет достаточной для выдавливания пробки

$$F = pS = \rho ghS,$$

Откуда

$$\rho = F / hgS = 800 \text{ кг/м}^3$$

Ответ: 800 кг/м^3 .

2. Для забивки сваи груз $m = 200 \text{ кг}$ поднимают со скоростью $v = 5 \text{ м/с}$, а затем отпускают на высоте $H = 10 \text{ м}$, после чего он движется свободно до удара о сваю. Масса сваи $M = 300 \text{ кг}$. Сила сопротивления грунта движению сваи равна 20 кН. На какую глубину погружается свая после каждого удара?

Решение:

За нулевой уровень возьмем потенциальную энергию груза на уровне головки сваи. Тогда в момент удара его кинетическая энергия будет равна полной энергии в момент отпускания:

$$E = mv_1^2/2 = mgH + mv^2/2 \quad (1)$$

где v_1 – скорость груза в момент удара. Если считать удар кратковременным и неупругим из закона сохранения импульса получим:

$$mv_1 = (m + M) v_2 \quad (2)$$

где v_2 – скорость сваи с грузом после удара. Работа силы сопротивления грунта будет равна разности потенциальной энергии сваи с грузом, смещенных на глубину h и их начальной энергии (кинетической энергии сразу после удара):

$$(m + M)gh - (m + M) v_2^2/2 = Fh \quad (3)$$

Решая систему (1) – (3) найдем:

$$h = m^2(2gH + v^2)/2(m + M)(mg + Mg - F) = -0,6 \text{ м}$$

(знак «-» появляется за счет выбора нулевого уровня).

Ответ: - 0,6 м

3. Однажды, любитель подледного лова очутился один на отколовшейся плоской льдине площадью $S = 5 \text{ м}^2$. От огорчения он подпрыгнул, и льдина вместе с ним начала колебаться, совершая одно колебание в секунду. Это его сразу успокоило: зная свою массу ($m = 80 \text{ кг}$), он тут же определил, что льдина достаточно толстая. Какова ее толщина? ($\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{\text{л}} = 900 \text{ кг/м}^3$)

Решение.

Чтобы определить толщину d отколовшейся льдины, достаточно узнать ее массу M , поскольку $M = \rho_{\text{л}} S d$. Эту массу можно, в свою очередь, найти, зная период колебаний льдины, на которой находится рыбак: при изменении осадки на величину Δx возникает возвращающая сила, обусловленная изменением силы Архимеда: $\Delta F_A = \rho_{\text{в}} g \Delta V = \rho_{\text{в}} g S \Delta x$. (1)

Как видно, возвращающая сила пропорциональна величине отклонения льдины от положения равновесия, поэтому колебания будут гармоническими.

$$\text{Учтём, что для упругой силы: } \Delta F = m_0 a = m_0 \omega^2 \Delta x, \quad (2)$$

где m_0 – полная масса (масса льдины и человека $M+m$).

Из сравнения (1) и (2) видно, что циклическая частота колебаний определяется соотношением $\omega^2 = \frac{\rho_{\text{в}} g S}{M+m}$. (3)

Таким образом, из (3): $M = \frac{\rho_{\text{в}} g S}{\omega^2} - m$, а толщина льдины $d = \frac{M}{\rho_{\text{л}} S} = \frac{\rho_{\text{в}} g S - m \omega^2}{\omega^2 \rho_{\text{л}} S}$. С учетом того, что $\omega = 2\pi\nu$

$$d = \frac{1000 \cdot 9,8 \cdot 5 - 80 \cdot 4 \cdot (3,14)^2 \cdot 1^2}{4 \cdot (3,14)^2 \cdot 1^2 \cdot 900 \cdot 5} \cong \frac{49000 - 3158,27}{177652,88} \cong 0,258 \approx 0,26 \text{ м.}$$

Ответ: $d = 0,26 \text{ м.}$

4. Две частицы движутся с ускорением \vec{g} в однородном поле тяжести. В начальный момент времени частицы находились в одной точке и имели скорости $v_{10} = 3 \text{ м/с}$ и $v_{20} = 4 \text{ м/с}$, направленные горизонтально в противоположные стороны. Найдите расстояние s между частицами в момент, когда векторы их скоростей окажутся взаимно перпендикулярными.

Решение:

Расстояние между частицами в момент, когда их скорости взаимно перпендикулярны равно сумме путей частиц вдоль оси Ox :

$$s = \Delta x_1 + \Delta x_2 = (v_{10} + v_{20}) t, \quad (1)$$

где t – время, через которое скорости частиц станут перпендикулярными друг другу; Δx_1 и Δx_2 – изменение координаты x каждой частицы за время t .

Для того, чтобы получить выражение для времени движения, запишем

$$\text{tg} \alpha = \frac{v_{x1}}{v_{y1}} = \frac{v_{01}}{v_{y1}}, \quad (2)$$

где α – угол, который составляет скорость \vec{V}_1 первой частицы в момент времени t по отношению к скорости \vec{V}_{10} .

Для второй частицы:

$$\text{tg} \beta = \frac{v_{x2}}{v_{y2}} = \frac{v_{02}}{v_{y2}}, \quad (3)$$

где β – угол, который составляет скорость \vec{V}_2 второй частицы в момент времени t по отношению к скорости \vec{V}_{20} .

По условию задачи $\alpha + \beta = 90^\circ$, следовательно, $\beta = 90^\circ - \alpha$.

Учтем, что в любой момент времени

$$v_{y1} = v_{y2} = gt.$$

Тогда уравнения (2) и (3) можно представить в виде:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_{01}}{gt}; \quad (4)$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg}\alpha = \frac{v_{02}}{gt}. \quad (5)$$

Разделив (4) на (5), получим

$$\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{v_{01}}{v_{02}} \quad \text{или} \quad \operatorname{tg}\alpha = \sqrt{\frac{v_{01}}{v_{02}}}.$$

С учетом (4), имеем

$$\frac{v_{01}}{gt} = \sqrt{\frac{v_{01}}{v_{02}}}, \quad \text{откуда} \quad t = \frac{\sqrt{v_{01}v_{02}}}{g}. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (1), найдем

$$s = (v_{10} + v_{20}) \frac{\sqrt{v_{10}v_{20}}}{g}.$$

Подставив числовые значения, получим

$$s = (3 + 4) \cdot \frac{\sqrt{3 \cdot 4}}{9,8} = 2,47 \text{ м/с} \approx 2,5 \text{ м}$$

Ответ: 2,5 м

5. На сколько равных частей нужно разрезать проводник, имеющий сопротивление $R = 36 \text{ Ом}$, чтобы сопротивление его частей, соединенных параллельно, было равно 1 Ом.

Решение:

Обозначим количество частей через n . Тогда сопротивление всего проводника

$$R = nr,$$

где r – сопротивление каждой из n частей. При параллельном соединении n проводников сопротивление получившейся цепи

$$R_{\text{общ}} = r/n.$$

Тогда

$$R/R_{\text{общ}} = n^2.$$

Поскольку n – целое положительное число, большее единицы, то

$$R_{\text{общ}} = R/n^2 = 1 \quad \text{получится при} \quad n = 6$$

Ответ: 6

6. Два одинаковых заряженных шарика, подвешенных на нитях равной длины в одной точке, разошлись в воздухе на угол 2α . Какова должна быть плотность ρ материала шариков, чтобы при погружении их в керосин ($\epsilon = 2$, $\rho_k = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$) угол между нитями не изменился?

Решение:

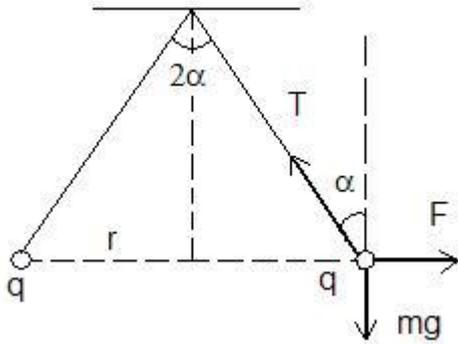


рис.1

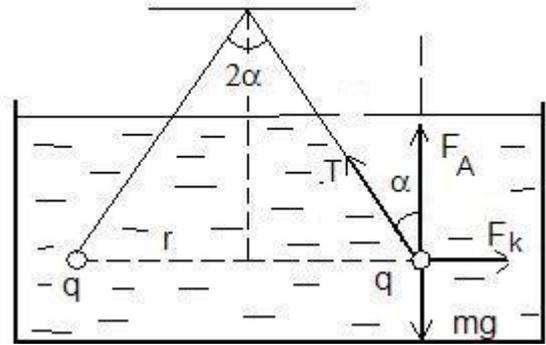


рис. 2

До погружения в керосин на каждый из шариков действуют сила тяжести mg , сила натяжения нити T и сила кулоновского отталкивания $F = kq^2/r^2$, где m – масса шарика, q - его заряд и r – расстояние между шариками (рис.1). При равновесии суммы проекций сил на вертикальное и горизонтальное направления равны нулю:

$$T \cos\alpha - mg = 0, \quad F - T \sin\alpha = 0 \quad (1)$$

При погружении шариков в керосин сила Кулона становится равной

$$F_k = kq^2 / \epsilon r^2$$

И появляется направленная вертикально вверх сила Архимеда (рис. 2)

$$F_A = \rho_k g V = mg \rho_k / \rho$$

Условие равновесия примет вид:

$$T_k \cos\alpha - (mg - F_A) = 0, \quad F_k - T_k \sin\alpha = 0 \quad (2)$$

Из (1) и (2) получим:

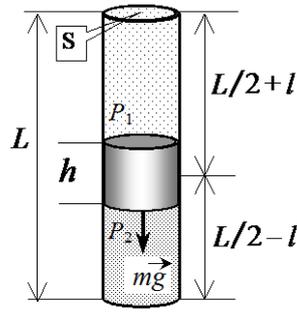
$$F/F_k = mg/(F_A - mg), \text{ откуда}$$

$$\rho = \epsilon \rho_k / (\epsilon - 1) = 1,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

Ответ: $1,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$,

7. Посередине откаченной и запаянной с обоих концов горизонтальной трубки длиной $L = 1$ м находится столбик ртути длиной $h = 20$ см. Если трубку поставить вертикально, столбик ртути сместится на $l = 10$ см. До какого давления P_0 была откачена трубка? Плотность ртути $\rho = 1,36 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$.

Решение:



На столбик ртути в вертикально поставленной трубке (см. рис.) действует три силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и силы давления газа действующие на столбик вниз $F_1 = P_1S$ и вверх $F_2 = P_2S$, где S – площадь поперечного сечения трубки.

В условиях равновесия

$$m\vec{g} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0. \quad (1)$$

Запишем уравнение (1) в проекции на направление ускорения свободного падения

$$mg + (P_1 - P_2)S = 0. \quad (2)$$

Так как процесс изотермический, а $v_1 = v_2$ (количество газа справа от столбика ртути равно его количеству слева по условию задачи), то можно применить закон Бойля-Мариотта.

Для верхнего объема (рис. 3.2) запишем

$$P_0V_0 = P_1V_1, \text{ то есть } P_0(L/2 - h/2)S = P_1(L/2 + l - h/2)S.$$

Отсюда

$$P_1 = P_0 \frac{L/2 - h/2}{L/2 + l - h/2}. \quad (3)$$

Аналогично запишем для нижнего объема

$$P_2 = P_0 \frac{L/2 - h/2}{L/2 - l - h/2}. \quad (4)$$

Подставляя (3) и (4) в (2) и учитывая, что $m = \rho V = \rho hS$, запишем

$$\rho gh + P_0 \left(\frac{L/2 - h/2}{L/2 + l - h/2} - \frac{L/2 - h/2}{L/2 - l - h/2} \right) = 0.$$

Отсюда

$$P_0 = \frac{\rho gh}{\frac{L/2 - h/2}{L/2 - h/2 - l} - \frac{L/2 - h/2}{L/2 - h/2 + l}}; \quad P_0 = \frac{\rho gh}{\frac{L-h}{L-h-2l} - \frac{L-h}{L-h+2l}};$$

$$P_0 = \frac{\rho gh \left[(L-h)^2 - 4l^2 \right]}{4l(L-h)}.$$

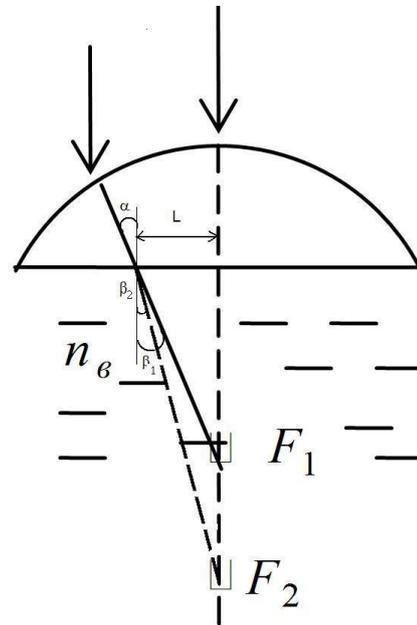
Подставляя числовые значения, получим

$$P_0 = \frac{1,36 \cdot 10^4 \cdot 9,8 \cdot 0,2 \cdot \left[(1-0,2)^2 - 4 \cdot 0,1^2 \right]}{4 \cdot 0,1(1-0,2)} = 50 \text{ кПа}$$

Ответ: 50 кПа

8. Плоско-выпуклая линза с фокусным расстоянием $F_1 = 10 \text{ см}$ погружена плоской поверхностью в жидкость так, что сферическая поверхность линзы находится в воздухе. Перпендикулярно к поверхности жидкости падают параллельные лучи света, которые фокусируются на расстоянии 20 см от поверхности. Определите показатель преломления жидкости. Диаметр линзы много меньше её фокусного расстояния.

Оценка задания № 8 – 20 баллов



Решение:

Пусть луч выходит из линзы на расстоянии L от оптической оси. Для такого луча закон преломления в воздухе запишется

$$\sin \alpha / \sin \beta_1 = 1/n_{\text{стекла}}, \text{ где } \operatorname{tg} \beta_1 = L/F_1.$$

Для луча, выходящего в жидкость получим

$$\sin \alpha / \sin \beta_2 = n_{\text{жидк}}/n_{\text{стекла}}, \text{ где } \operatorname{tg} \beta_2 = L/F_2.$$

из приведенных выше формул получим

$$\sin \beta_1 / \sin \beta_2 = n_{\text{жидк}},$$

$$F_2 = n_{\text{жидк}} F_1 = 20 / 10 = 2$$

Ответ: 2