



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА  
по ЭКОНОМИКЕ  
2020-2021 учебный год

10-11 класс

**Задача 1. (Правильно и полностью решенная задача оценивается в 25 баллов)**

Эксперт из антимонопольного ведомства анализирует рынок, на котором сложилась монополия. С помощью эконометрической модели была выведена функция общих затрат фирмы-монополиста, которая имеет вид:

$ТС_q = q^2 + 20q + 100$ , где  $q$  – объем выпуска фирмы.

Также экономистами ведомства была смоделирована функция рыночного спроса следующего вида:

$Q_D = \frac{N}{10000} (80 - P)$ , где  $Q_D$  – величина спроса,  $N$  – число покупателей, а  $P$  – цена товара.

Эксперту известно, что рынки ресурсов, на которых фирма-монополист закупает необходимые ей ресурсы для производства товара, функционируют в условиях максимально близких к совершенной конкуренции.

Для принятия антимонопольных мер, по регулированию данного рынка, перед экспертом поставлено три задачи:

- 1) Определить, при каком количестве покупателей фирма будет безубыточной на данном рынке.
- 2) Определить, при каком количестве покупателей только одна фирма будет безубыточной, являясь при этом естественным монополистом.
- 3) Выяснить, если государство в целях минимизации общественных потерь от деятельности фирмы-монополиста в рамках антимонопольного регулирования установит предельно допустимую цену на уровне предельных затрат фирмы, то каково должно быть при этом число покупателей на рынке, которое обеспечит фирме безубыточную работу.

**Задача 2. (Правильно и полностью решенная задача оценивается в 10 баллов)**

Менеджер банка Алексей, получивший доход в размере 160 тыс. руб., заплатил налог в размере 25 тыс. руб.

Прогрессивное налогообложение доходов с физических лиц в стране определено следующими налоговыми ставками:

- доходы ниже 20 тыс. руб. не облагаются налогом;
- доходы свыше 20 тыс. руб. и не более 100 тыс. руб. облагаются по ставке 20%;
- доходы свыше 100 тыс. руб. облагаются по ставке 30%.

**Ответ на вопросы:**

1. Заплачен ли налог полностью?
2. Если нет, то:
  - Какую часть дохода индивид скрыл;
  - Каков размер налога со всего полученного дохода.



**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА  
по ЭКОНОМИКЕ  
2020-2021 учебный год**

**Задача 3. (Правильно и полностью решенная задача оценивается в 20 баллов)**

В связи со сложной эпидемиологической обстановкой руководитель предприятия вынужден перевести на удалённую работу как можно больше сотрудников, поскольку семье каждого сотрудника, заболевшего на работе он, согласно законодательству, обязан выплачивать значительное пособие. В связи с тем, что производительность труда каждого сотрудника при переходе на удалённую работу падает в пять раз, руководитель решает повысить производительность остальных сотрудников. Простимулировав их материально, ему удаётся повысить их производительность на некоторое целое число процентов, но не более, чем в полтора раза. На предприятии 310 сотрудников. Какое наибольшее число сотрудников он сможет отправить на удалённую работу, не изменяя количество производимой предприятием продукции? Во сколько раз удалось руководителю предприятия увеличить производительность труда сотрудников, не ушедших на дистанционную работу?

**Задача 4. (Правильно и полностью решенная задача оценивается в 20 баллов)**

После смерти Скупого Рыцаря его наследник вернулся домой и узнал: покойный барон решил усложнить сыну путь к наследству. В поместье им запряжено множество сундуков, которые пронумерованы натуральными числами и содержат указания на любое целое неотрицательное число, своё для каждого сундука, мест хранения других сундуков, те – следующих и так далее вплоть до того, в котором находится завещание. Сын должен обнаружить его в сжатые сроки (что не даёт возможности просто перекопать поместье), иначе наследство отойдёт короне. Душеприказчики вручают ему сотню универсальных ключей. Замок каждого из сундуков имеет две скважины и рассчитан на использование двух любых ключей. Однако некоторые из сундуков являются «ложными». Ложный сундук невозможно открыть, а при попытке это сделать оба ключа просто ломаются.

Местоположение первых шести сундуков (№1-№6) уже известно. Сундук №1 открылся, открыв путь к сундуку №7, сундук №5 - тоже, дав указание на сундуки №18 и №29, остальные четыре сундука оказались ложными и сломали восемь ключей. Чтобы не лишиться ключей задолго до конца поисков, наследник начал искать способ решить задачу, не открывая все сундуки подряд. Поскольку вряд ли барон мог реализовать этот план в одиночку, сын стал расспрашивать слуг, обещая награду. Один смог назвать мастера, изготовившего сундуки. Другой поделился частью плана размещения карт в сундуках, уцелевшей, когда барон сжигал этот план.

Мастер поведал, что настоящих сундуков всего сотня, и все они имеют одну особенность: предполагается, что для открытия замка нужно поворачивать оба ключа одновременно, тогда оба они останутся целыми, и их можно будет использовать повторно. Однако если, вставив оба ключа в скважины, поворачивать только один, этот ключ сломается, но сундук при этом откроется, а второй ключ можно будет извлечь. Изготовитель ложных сундуков, как и их число, неизвестны, однако, осмотрев сундук №2, мастер обнаружил похожую особенность: открыть ключами их невозможно, но попытка открыть ложный сундук поворотом только одного ключа приводит к поломке и потере только этого ключа.

Из спасённых из огня записей удалось выяснить следующее:

1. В них описывается последняя часть схемы описания содержимого сундуков, так что один из них должен содержать искомое завещание.
2. Содержимое сундуков №209, №220, №223, №225, №228 и №230 не указано, так что завещание явно содержится в одном из них, а остальные – ложные.



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА  
по ЭКОНОМИКЕ  
2020-2021 учебный год

10-11 класс

3. Сундук №229 указывает путь к сундуку №230, №226 - к №228 и №229, №224 - к №225 и №226, №222 - к №223, №208 - к №209, №220, №222 и №224, №200 - к №201 и №207.

4. В паре сундуков №201 и №207 один является ложным, а другой – указывает место сундука №208. Плохой почерк барона не позволяет точно установить, какой именно.

Предположим, наследник уже добрался до сундука №200.

Каково минимальное число ключей, которое у него должно остаться к этому моменту, чтобы гарантированно получить завещание, в каком бы из возможных сундуков оно ни находилось?

Каким должно быть это число, если предположить, что он не знает секретного приёма от мастера, позволяющего пытаться открывать сундук поворотом только одного ключа?

Какие общие рекомендации по экономии ключей в процессе поиска сундука №200 вы бы могли ему дать?

**Задача 5. (Правильно и полностью решенная задача оценивается в 25 баллов)**

На затерянном острове проживает племя туземцев с необычными экономическими традициями. Все обитатели острова питаются только особыми фруктами – дурианами, которые индивидуально собираются с деревьев разной высоты. Остальные возможности потребления запрещены строгим набором верований этого племени.

Предположим, что количество обитателей острова, занятых добычей и обменом дурианами (трудоспособное население,  $N$ ), составляет 1000 человек. Туземцы неукоснительно соблюдают древнее табу, которое требует не потреблять результат своего труда, а сначала обменяться собранными дурианами с любым своим соплеменником. Это значит, что акт потребления возможен только тогда, когда каждый житель, который хотел бы обменять свой дуриан на аналогичный продукт, найдет подходящего контрагента. Допустим, что за один раз абориген может собрать только один фрукт, и процесс нахождения потенциального «покупателя» не реализуется мгновенно, а сопряжен с транзакционными издержками на поиск подходящего контрагента. Также предположим, что на острове отсутствует кредит (то есть, для реализации своей потребности в дуриане каждый трудоспособный житель должен быть вовлечен в поиск фруктовых деревьев и сбор продукции).

В каждый период времени трудоспособный обитатель острова может пребывать в одном из двух состояний: находиться в процессе поиска фруктовых деревьев (сбора фруктов с них, т.е., «производства») или находиться в процессе поиска контрагента для обмена (имея на руках уже собранный дуриан). Между двумя этими категориями наблюдается взаимный переток трудоспособного населения.

Аборигены, вовлеченные в процесс поиска соплеменников для обмена («торгующие» жители), составляют на начало периода долю  $x$  от трудоспособного населения. Пусть каждый абориген находит себе торгового партнера со средним темпом  $g$  (фактически, это показатель времени, которое требуется затратить для совершения обменной операции). Успешность индивидуальных обменных операций напрямую зависит от количества торгующих жителей острова (то есть,  $g = f(x)$ ). Рассмотрим простую ситуацию, при которой  $g = x$ .

Оставшаяся часть трудоспособного населения, занятая в данный период поиском и сбором фруктов, затрачивает на это определенные усилия. Пусть параметр  $f$  обозначает средний темп, с которым каждому жителю удастся решить проблему нахождения дерева и доставания с него дуриана (фактически, это вероятность успешного акта «производства», зависящая от желания и усилий индивида).



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА  
по ЭКОНОМИКЕ  
2020-2021 учебный год

10-11 класс

Вопросы:

- (1) Выпишите уравнение, описывающее, от каких факторов будет зависеть изменение  $x$  в данном периоде. Приведите его экономическую интерпретацию.
- (2) Какое количество трудоспособного населения перейдет в данном периоде из категории «производителей» (сборщиков дурианов) в категорию «торговцев» (предлагающих дурианы к взаимному обмену), если на начало периода доля  $x$  составляла 40% трудоспособного населения, а параметр  $f$  равен 0,15?
- (3) Объясните, что будет обозначать ситуация, при которой  $f = 0$ . Каковы возможные причины и экономические последствия?
- (4) Будем считать равновесием на рынке труда ситуацию, при которой количество «производителей» и «торговцев» остается постоянным (то есть, доля  $x$  не меняется с течением времени). Найдите два возможных равновесных исхода. Каким будет равновесное значение  $x$  при  $f = 0,15$  (при расчете округляйте значения до двух знаков после запятой)?
- (5) Находясь в статусе «производителей», обитатели острова имеют следующую функцию индивидуального благосостояния (функцию полезности):  $U_1 = f \cdot c$  (где  $c < 0$ : величина издержек (антиполезность труда)). При этом обитатели острова, находящиеся в статусе «торговцев», имеют функцию индивидуального благосостояния  $U_2 = g \cdot y$  (где  $y$  – объем потребления дурианов). При каком условии у жителей острова будут стимулы к увеличению своего потребления с течением времени? Приведите экономическую интерпретацию. Вычислите долю  $x$ , соответствующую данному условию, если  $f = 0,15$ ;  $c = (-80)$ ;  $y = 120$ .