

Задания Олимпиады школьников СПбГУ по экономике 2012/2013 учебном году.

Время выполнения задания 180 минут.

Задача 1 (30 баллов)

В Юрской области существуют два крупных предприятия, являющихся основными загрязнителями окружающей среды региона - химический завод (далее - завод) и целлюлозно-бумажный комбинат (далее - комбинат). Предельные природоохранные издержки (*предельные природоохранные издержки* в данном случае показывают изменения в издержках предприятия в денежном выражении, которые повлечет за собой некоторое малое изменение объема его выбросов, так что с ростом природоохранной деятельности на предприятии стоимость каждого следующего мероприятия по снижению выбросов описывается при помощи функции предельных издержек; по сути, функция предельных издержек является первой производной функции общих издержек) для завода описываются функцией $F_x = 300 - Q_x / 2$, а для комбината - $F_y = 200 - Q_y$, где Q_x и Q_y - объемы выбросов завода и комбината соответственно (измеряются в некоторых бесконечно делимых условных единицах).

1. В области вообще отсутствует какое-либо государственное регулирование качества окружающей среды. **Каков будет совокупный объем выбросов двух данных загрязнителей?**
2. Теперь предположим, что власти обратили внимание на экологическую обстановку в области. Проведенная экспертиза показала, что по используемой шкале предельно допустимым уровнем загрязнения является 350 условных единиц. Для достижения этой цели разработан проект постановления, согласно которому каждому из предприятий будет запрещено выбрасывать больше 175 условных единиц. **Каковы будут расходы завода и комбината в случае принятия данного постановления?**
3. Теперь предположим, что в процессе обсуждения было принято принципиально иное решение: вместо ограничения объема выбросов предполагается ввести налог на выбросы (его ставка едина для каждой условной единицы выбросов каждого загрязнителя). **Какую ставку налога следует назначить для выхода уровня совокупного загрязнения на 350 единиц? Каков будет в таком случае объем выбросов завода? Комбината? Каковы будут расходы завода и комбината в случае введения налога?**
4. Однако введение налога оказалось затруднено: власти не располагают информацией о предельных природоохранных издержках загрязнителей, что не дает им определить оптимальную налоговую ставку. Тогда было принято решение вернуться к первому законопроекту, но в несколько иной форме: раздать предприятиям *разрешения на загрязнение окружающей среды* (каждое получает разрешений на 175 условных единиц) и позволить им осуществлять между собой торговлю данными документами (по единой цене). **Какова будет равновесная цена на рынке разрешений? Каков будет в таком случае объем выбросов завода? Комбината? Каковы будут расходы завода и комбината в случае появления рынка разрешений?**

Решение:

1. В отсутствие контроля загрязнители не будут расходовать средства на борьбу с загрязнением, их издержки (и общие, и предельные) будут равны 0, соответственно их действия описываются формулами $F_x = 300 - Q_x / 2 = 0$ и $F_y = 200 - Q_y = 0$, откуда $Q_x = 600$, $Q_y = 200$ и совокупный объем $Q_x + Q_y = 800$.

2. Комбинат хотел бы выбрасывать 200 условных единиц, но имеет право выбрасывать только 175. Соответственно, он вынужден провести природоохранные мероприятия, направленные на снижение объема своих выбросов на 25 единиц. Стоимость данной операции определяется как площадь

под графиком предельных издержек между $Q_x = 175$ и $Q_x = 200$. Данная фигура - прямоугольный треугольник, и ее площадь равна $25 \cdot 25 / 2 = 312,5$. Аналогично, расходы завода составят $425 \cdot (212,5) / 2 = 45156,25$.

3. У каждого предприятия есть выбор: осуществлять природоохранные мероприятия, оплачивая ликвидацию данной единицы выбросов, или платить с нее налог. Соответственно, предприятия будут осуществлять очистку до тех пор, пока предельные природоохранные издержки не сравняются со ставкой налога (обозначим ее за t). Тогда $F_x = 300 - Q_x / 2 = t$ и $F_y = 200 - Q_y = t$. При этом власти, зная о такой реакции предприятий, устанавливают ставку, позволяющую добиться выполнения $Q_x + Q_y = 350$. Получаем систему из трех уравнений с тремя неизвестными, откуда находим: $Q_x = 300$, $Q_y = 50$, $t = 150$. Тогда расходы комбината определяются как сумма налога $t \cdot Q_y = 7500$ и платы за очистку (вычисляется аналогично предыдущему случаю) $150 \cdot 150 / 2 = 11250$. Соответственно, расходы завода составляют 67500.

4. У каждого предприятия есть выбор: осуществлять природоохранные мероприятия, оплачивая ликвидацию данной единицы выбросов, или оплатить покупку разрешения. Соответственно, одно из предприятий (в данном случае это завод) будет приобретать разрешения до тех пор, пока его предельные природоохранные издержки не сравняются с ценой (обозначим ее за p). Тогда $F_x = 300 - Q_x / 2 = p$ и $F_y = 200 - Q_y = p$. Поскольку общий объем разрешений соответствует 350 условным единицам, к данным двум уравнениям можно добавить третье: $Q_x + Q_y = 350$. Получаем систему из трех уравнений с тремя неизвестными, откуда находим: $Q_x = 300$, $Q_y = 50$, $p = 150$. Тогда расходы завода определяются как сумма расходов на покупку разрешений (при 175 изначальных разрешениях ему необходимо еще 125 разрешений, чтобы иметь право на выброс 300 условных единиц; таким образом, он заплатит за них $150 \cdot 125 = 18750$) и платы за очистку (вычисляется аналогично предыдущему случаю) $150 \cdot 150 / 2 = 11250$. Соответственно, расходы завода составляют 41250. Комбинат, в свою очередь, продает разрешения заводу. Его расходы - разность между платой за очистку (вычисляется аналогично предыдущему случаю) $150 \cdot 150 / 2 = 11250$ и выручкой от продажи разрешений (как уже вычислено, 18750). Таким образом, вместо расходов он получает чистую прибыль в размере 7500.

Ответ:

1. Совокупный объем $Q_x + Q_y = 800$.
2. Расходы завода составят 45156,25.
3. Расходы завода составляют 67500
4. Платы за очистку заводом составит 11250. Соответственно, расходы завода составляют 41250. Комбинат получает чистую прибыль в размере 7500.

Задача 2. (30 баллов)

Администрация Карлского края решает, сколько километров живописной долины Клары можно сохранить, создав заповедник. Есть 100 граждан, предпочтения каждого из которых данной проблемы имеет описывается функцией: $P = 10 - q$, где q - количество охраняемых кв.километров, а P - цена охраны каждого кв.километра.

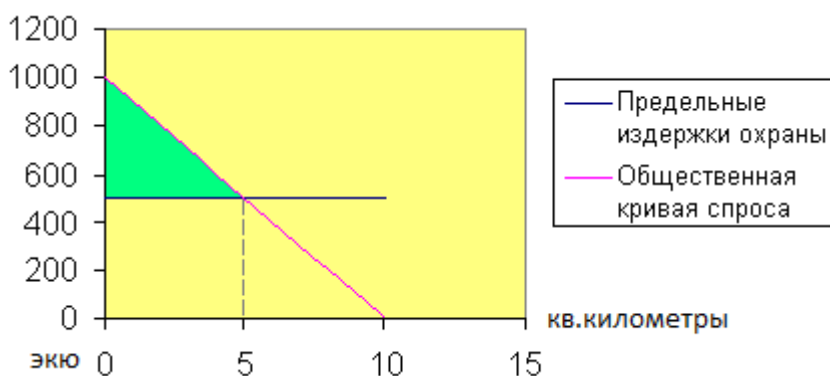
1. Если издержки, связанные с объявлением заповедной зоны 1 кв.км равны 500 экю (в данном случае - денежная единица). **Какой должен быть оптимальный размер заповедника?**
2. Очевидно, что существует некоторая разница между суммой, которую граждане реально заплатят за охрану реки и той, которую они максимально были бы готовы заплатить, если бы стоимость охраны каждого кв. километра долины определялась бы отдельно. Разность между второй и первой суммами в экономике носит название *излишка потребителя*, и может ассоциироваться с деньгами, которые

гражданам удалось таким образом сэкономить. **Определите величину излишка потребителя в данном случае.**

Решение

Живописная долина Кллары в данном случае представляет собой общественное благо. Сложим по вертикальной оси 100 кривых спроса и получим $P_{общ} = 1000 - 100q$. Эта кривая спроса должна пересечь кривую предельных издержек тогда, когда $P_{общ} = 500$, следовательно, $q = 5$ кв.километров.

Если бы было принято решение об охране только 4-х кв.км, граждане в соответствии с общественной кривой спроса готовы были бы заплатить $P_{общ} = 1000 - 400 = 600$ экю, 3 кв.км – 700 экю и т.д. При переходе к предельному случаю излишек потребителя представляется выделенным прямоугольным треугольником, высота которого равна 500 экю (1000 экю – точка, где кривая спроса пересекается с осью ординат, минус 500 экю, предельные издержки), а основание равно 5 кв.км. Площадь данного треугольника равна $0,5 \times 500 \times 5 = 1250$ экю.



Ответ:

Излишек потребителя равен 1250 млн. экю, оптимальный размер заповедника 5 кв. км

Задача 3 (10 баллов)

На рынке автомобильной отрасли страны Октавия присутствует 100 фирм, производящих джипы одного класса. Функция валовых затрат для всех фирм одинакова и имеет вид $TC = 2q^2 - 8q + 18$, где q – количество производимой продукции одной фирмой в тыс. шт. **Определите:**

1. Какова связь между ценой джипов и их количеством, предлагаемым отдельной фирмой (функция предложения)
2. Какова функция предложения отрасли в целом.
3. Каковы равновесные цена и объем продаж, если спрос на данную продукцию задан $Q_D = 500 - 5P$.
4. Какова при таком спросе прибыль или убытки отдельной фирмы.

Решение.

1. Предложение отдельной фирмы совершенного конкурента есть его функция предельных издержек $MC = (TC)' = (2q^2 - 8q + 18)' = 4q - 8$; $q = 2 + 0,25P$
2. Функция предложения отрасли получается суммированием функций предложения отдельных фирм, функционирующих в данной отрасли $Q_S = 200 + 25P$.
3. Равновесие на рынке устанавливается в точке пересечения кривых спроса и предложения $Q_D = 500 - 5P = Q_S = 200 + 25P$, следовательно, $P = 10$, $Q = 450$
4. При равновесной цене $P = 10$ каждая отдельная фирма будет производить количество продукции в соответствии с ее функцией предложения $q = 2 + 0,25P = 4,5$, следовательно, прибыль отдельной фирмы равно: $TR - TC = P \times q - (2q^2 - 8q + 18) = 22,5$

Ответ:

$q = 2 + 0,25P$ – функция предложения отдельной фирмы,

для 100 фирм функция предложения $Q_S=200+25P$.

$P=10$, $Q=450$.

Прибыль=22,5

Задача 4 (15 баллов)

Василий положил 1000 тугриков в банк под $x\%$ годовых (сложные проценты, начисляются раз в год в конце года). При этом x - целое число. Он решил снять деньги со счета в тот момент, когда сумма превзойдет исходную не менее, чем вдвое. В итоге, Василий снял деньги через 5 лет. **Какое наибольшее и наименьшее целое число тугриков мог снять Василий?**

Решение. Обозначим $1 + \frac{x}{100} = t$. Тогда по условию $1000t^4 < 2000$, а $1000t^5 \geq 2000$, т.е.

$t^4 < 2$, а $t^5 \geq 2$. Таким образом, $1,14 < t < 1,19$. Откуда $1,14 < 1 + \frac{x}{100} < 1,19$ и $15 \leq x \leq 18$, так как число x - целое. Значит, $1000 \cdot 1,15^5 \leq 1000 \cdot t^5 \leq 1000 \cdot 1,18^5$. Учитывая, что $1,15^5 \approx 2,011$ и $1,18^5 \approx 2,2877$, получаем, что наименьшее целое число тугриков, которое мог снять Василий, равно 2011, а наибольшее целое число тугриков, которое мог снять Василий, равно 2287.

Ответ: наименьшее число тугриков 2011, а наибольшее – 2287.

Задача 5 (10 баллов)

1. Известно, что в государстве Банановая республика основным товаром на рынке являются бананы. Функции спроса и предложения внутри страны на бананы: $Q_D=200-2P$ и $Q_S=-20+2P$, где Q_D и Q_S – количество спроса и предложения в тысячах килограмм бананов, P – цена одного кг бананов в дуянах (местной валюте).

Определите:

1. **Каковы равновесные параметры рынка Банновой республики, т.е. цена и объем продаж.**
2. **Каким будет объем ввозимых бананов в Банановую республику, в случае беспошлинного допуска в Банановую республику из соседнего Королевства кокосов бананов по цене $P=40$ дуянов за один кг,**
3. **Каким будет размер импорта, если в целях защиты отечественного производителя Король Банановой республики установил ему потоварную субсидию в размере 10 дуянов за один кг бананов.**
4. **Для защиты отечественного производителя Король Банановой республики также может ввести таможенную пошлину на ввозимый товар. Таможенная пошлина, какой величины была введена королем в Банановой республике, если импорт уменьшился до 20 тыс. кг бананов.**

2. В государстве Банановая республика вторым по значимости товаром являются кокосы, которые в государстве продаются по-штучно. Известна функция спроса на товар $Q_D=100-2P$ и коэффициент эластичности предложения $E_S=1$ в точке равновесия рынка при цене $P=20$ дуянов.

Определите:

1. Вид функции предложения, полагая ее линейной ($Q_S=c+d \times P$).
2. Какими будут цена и объем продаж кокосов, если государство введет потоварную субсидию производителю в размере 5 дуянов за один кокос.
3. При первоначальных функциях спроса и предложения государство устанавливает фиксированную цену продаж на данном рынке $P=15$ дуянов. Каким будет состояние рынка (дефицитным или избыточным) и какова величина дефицита или избытка.

Решение:

Часть 1.

1. Равновесие на рынке устанавливается в точке пересечения кривых спроса и предложения $Q_D=200-2P=Q_S=-20+2P$, следовательно, $P=55$, $Q=90$ тыс.кг
2. В случае беспошлинного доступа в страну товара (в данном случае – бананов) цена на товар снижается до $P=40$ дуянов. Внутренний спрос при этом $Q_D=200-2P=120$ тыс.кг, отечественное предложение (предложение Банновой республики) $Q_S=-20+2P=60$ тыс.кг. Недостающее количество товара покрывает импорт из Кокосового королевства: $120-60=60$ тыс.кг.
3. Если отечественным производителям, т.е. производителям Банновой республики, будет предоставлена субсидия, то функция внутреннего предложения изменится $Q_S=-20+2(P+10)=2P$. Величина импорта – это разница между внутренним спросом и предложением по цене $P=40$ дуянов. Внутренний спрос по-прежнему $Q_D=200-2P=120$ тыс.кг величина отечественного предложения $Q_S=2P=80$ тыс.кг Следовательно, импорт $120-80=40$ тыс.кг.
4. Введение таможенной пошлины поднимает цену товара на величину пошлины. Импорт покрывает разницу между объемом спроса и предложения, т.е. импорт равен: $Q_D-Q_S=200-2(P+t)-(-20+2(P+t))=20$, следовательно $t=10$ дуянам.

Часть.2

1. Чтобы выявить вид линейной функции предложения, необходимо найти величины c и d . Из $Q_D=100-2P$, при $P=20$, $Q_D=60$. Используя формулу коэффициента эластичности предложения, находим d : $E_S=1=d \times (P/Q)=d \times (20/60)$. Зная $P=20$, $Q_D=60$ и $d=3$, находим $c=0$. Следовательно, $Q_S=3 \times P$
2. Введение потоварной субсидии изменит функцию предложения $Q_S=3 \times (P+5)=15+3P$. Равновесные цену и объем продаж находим из равенства спроса и предложения $Q_D=100-2P=Q_S=15+3P$. $P=17$; $Q=66$ тыс. шт.
3. Установление фиксированной цены $P=15$ руб. приведет к несоответствию спроса и предложения: $Q_D=100-2P=70$, $Q_S=3P=45$. Так как величина спроса больше величины предложения, на рынке будет дефицит в размере $70-45=25$ тыс. шт.

Ответ:

1. $P=55$; $Q=90$ тыс. шт.
количество импорта 60 тыс. шт.
количество импорта 40 тыс. шт.
пошлина в размере 10 дуянов на единицу товара.
2. $Q_S=3P$.
 $Q_S=15+3P$; $P=17$; $Q=66$ тыс. шт.
Дефицит в размере 25 тыс. шт.