

## Материалы заданий олимпиады

1. Иван Петрович каждый день в одно и то же время выезжает на своём автомобиле на работу. Если он едет со средней скоростью 40 км/ч, то он прибывает на работу в 8 ч 03 мин. Если его средняя скорость 60 км/ч, то он приезжает в 7 ч 57 мин. С какой средней скоростью нужно ехать Ивану Петровичу, чтобы прибыть на работу ровно в 8 ч?

2. Решить уравнение

$$(x - 2) \log_3(x^2) = 2|x - 2|.$$

3. Магазин открылся в 8.00. Каждую минуту в магазин либо один покупатель входит, либо двое выходят. Может ли в 11.00 в магазине находиться ровно 91 покупателей?

4. Система

$$\begin{cases} x^3 - 3x^2y \geq 3xy^2 - y^3; \\ x + y + 1 = 0 \end{cases}$$

задаёт на координатной плоскости  $Oxy$  отрезок. Найти его длину.

5. В треугольнике  $ABC$  на стороне  $AB$  выбрана точка  $E$  так, что

$$AE : EB = CF : FE = k,$$

где  $F$  — точка пересечения отрезка  $CE$  и медианы  $AD$ . Найти  $k$ .

6. Имеется квадратное клетчатое поле  $8 \times 8$ , составленное из квадратов со стороной 1. В каждой клетке написано по числу. Если центры трёх клеток образуют треугольник с длинами сторон 3, 4 и 5, то числа, записанные в этих клетках, дают в сумме нуль. Следует ли отсюда, что во всех клетках записаны нули?

7. В треугольной пирамиде  $ABCD$  боковые рёбра  $DA$ ,  $DB$  и  $DC$  равны по длине. Основание пирамиды — остроугольный треугольник  $ABC$ . В нём проведены высоты  $BE$  и  $CF$ . Доказать, что ребро  $DA$  перпендикулярно отрезку  $EF$ .

