

Задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по физике 2021-2022 гг.

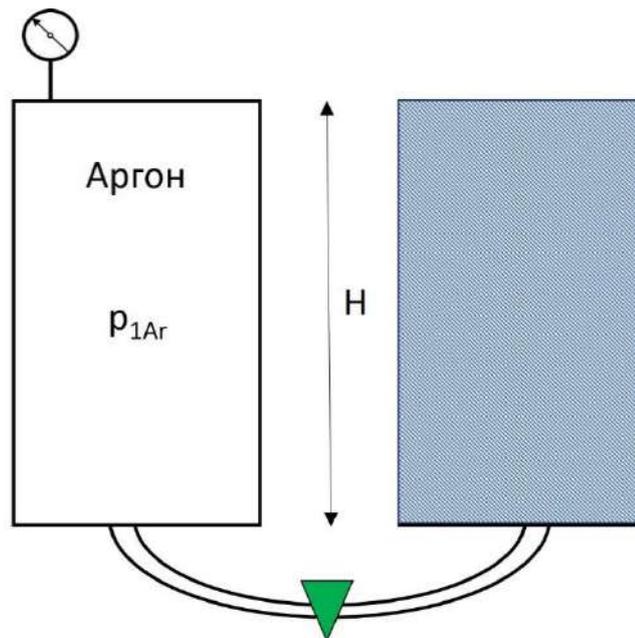
Участникам заключительного этапа предлагался к решению вариант, состоящий из 5 задач. Вариант для каждого участника выбирался случайным образом из заранее заготовленных.

11 класс

Вариант 1

Задача 1

Два одинаковых цилиндрических запаянных сосуда герметично соединены у дна тонкой перемычкой. В перемычку встроен кран-натекатель, который изначально закрыт. Один из сосудов полностью заполнен водой, другой – аргоном при давлении p_{Ar} . В заполненном аргоном сосуде установлен манометр, позволяющий измерять давление газа в сосуде. Кран открывают, вода начинает медленно перетекать. После установления равновесия манометр показывал давление, в n раз большее начального. Определите высоту сосудов. Температура в сосудах остается постоянной. Ускорение свободного падения, плотность воды, плотность и давление насыщенных паров воды при данной температуре считайте известными. Растворением аргона в воде пренебречь.



Задача 2

Рыбак, стоящий на берегу водоема, наблюдает под углом α к вертикали рыбу, находящуюся под водой. Ему кажется, что рыба находится на глубине y' . Определите, на какой реальной глубине находится рыба. Коэффициент преломления воды в водоеме примите равным n , коэффициент преломления воздуха – единице. Расстояние от рыбы до рыбака много больше размера рыбы.

Задача 3

К металлическому кольцу радиуса r в диаметрально противоположных точках подключены электрические контакты, к которым подведено постоянное напряжение V_0 . Рассмотрите следующие ситуации:

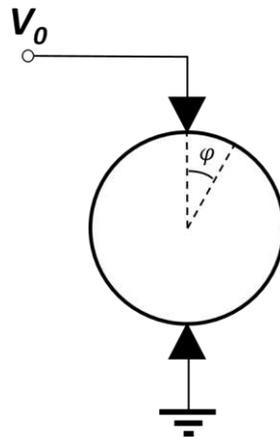
- 1) Кольцо представляет собой две спаянные на концах металлические проволоки одинаковой длины и толщины, но разных удельных сопротивлений ρ_1 и ρ_2 .

Определите, как нужно ориентировать кольцо относительно контактов, чтобы выделяемая на колесе мощность была минимальной?

- 2) Кольцо сделано из проволоки, удельное сопротивление которой изменяется по длине. Кольцо изначально ориентировали относительно электрических контактов таким образом, что его удельное сопротивление меняется с углом φ (отсчитываемого от верхнего контакта, см. рисунок) как функция:

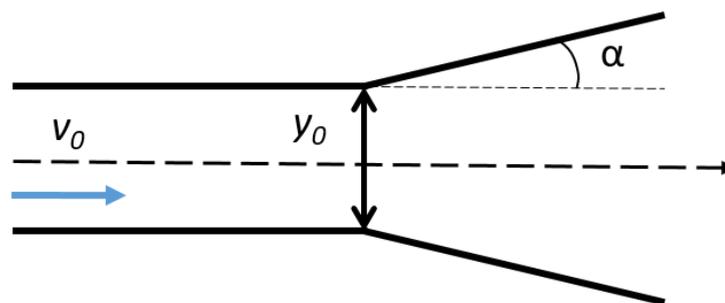
$$\rho(\varphi) = \rho_0(2 + (\cos(3\varphi))^2 + \sin(4\varphi) \sin(2\varphi))$$

В неподвижном состоянии при подведении напряжения V_0 к контактам на кольце выделялась мощность W_0 . Определите среднюю за период мощность, выделяемую на кольце, если оно будет вращаться с циклической частотой ω ?



Задача 4

По речному каналу прямоугольного сечения плывет плот. В некоторой точке канал начинает линейно расширяться с расстоянием, угол, образуемый стенками канала с центральной линией равен α , глубина канала при этом остается постоянной. Плот вплывает в расширяющийся участок со скоростью v_0 , ширина канала в этой точке составляет y_0 .



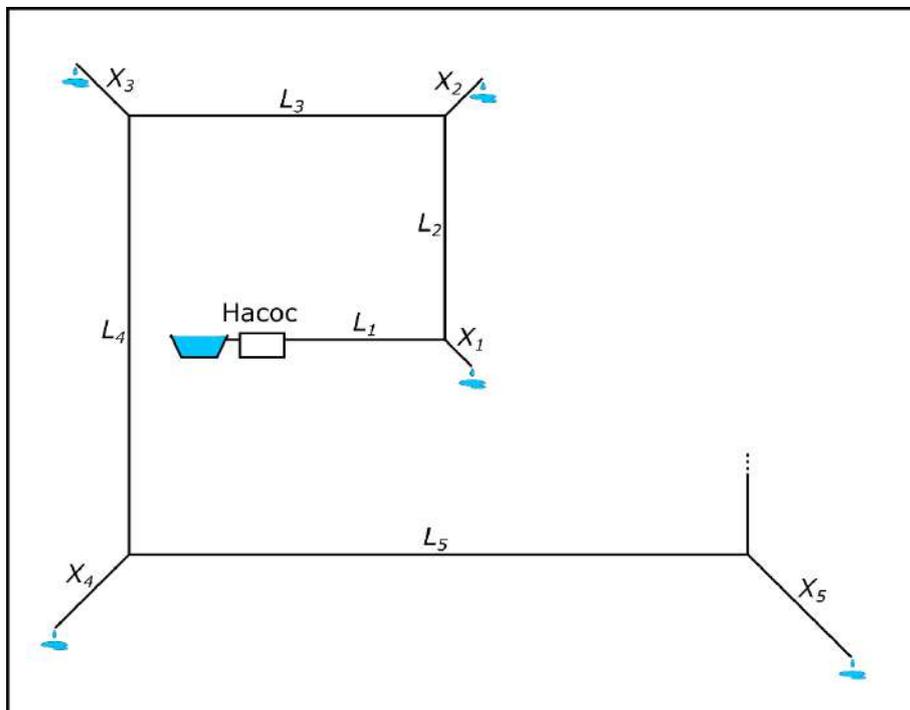
1. Определите, с каким ускорением будет двигаться плот по расширяющемуся участку канала.
2. За какое время плот преодолеет расстояние L от точки начала расширяющегося участка канала.

Поток воды считайте стационарным и ламинарным, трением воды о стенки канала пренебречь. Плот движется вместе с водой со скоростью, равной скорости воды. Размерами плота по сравнению с шириной канала пренебрегите.

Задача 5

На рисунке представлена бесконечная система капиллярных трубок, заполненная жидкостью с вязкостью η . В центре расположен насос, который создаёт в начале первой трубки давление, превышающее атмосферное на величину p_0 . Первая трубка имеет длину L_1 , и на её конце трубопровод разветвляется: начинается вторая трубка длиной L_2 , а также ответвляется трубка длиной X_1 , по которой жидкость вытекает во внешнее пространство. Каждая последующая трубка длиннее аналогичной в k раз: $L_{i+1} = k * L_i, X_{i+1} = k * X_i$. Найдите расход жидкости, выливающейся во внешнее пространство из трубки длиной X_N . Диаметр всех трубок одинаковый и равен D . Считайте, что потерей давления в точках ветвления трубопровода можно пренебречь по сравнению с потерей давления в отдельной трубке, а для связи расхода жидкости Q_{tube} и изменения давления на концах отдельной трубки Δp справедлив закон Пуазейля:

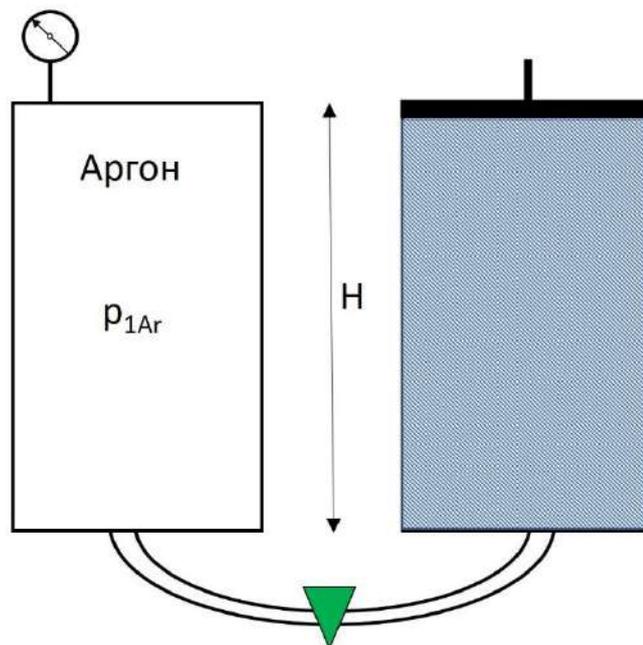
$$Q_{tube} = \frac{\pi D_{tube}^4 \Delta p}{128 \eta L_{tube}}$$



Вариант 2

Задача 1

Два одинаковых цилиндрических сосуда герметично соединены у дна тонкой перемычкой и расположены в камере, в которой поддерживается постоянное давление p_0 . В перемычку встроен кран-натекатель, который изначально закрыт. Один из сосудов запаян и полностью заполнен аргоном, другой заполнен водой и закрыт подвижным невесомым поршнем,двигающимся без трения. В заполненном аргоном сосуде установлен манометр, позволяющий измерять давление газа в сосуде. Кран открывают, вода начинает медленно перетекать. После установления равновесия манометр показывал давление, в n раз большее начального. Определите высоту запаянного сосуда. Температура в сосудах остается постоянной. Ускорение свободного падения, плотность воды, плотность и давление насыщенных паров воды при данной температуре считайте известными. Растворением аргона в воде пренебречь.



Задача 2

Водолаз, находящийся под водой, наблюдает летящий в небе самолет. Ему кажется, что самолет все время летит на одной и той же высоте y' . Коэффициент преломления воды равен n , коэффициент преломления воздуха считать равным единице. Определите:

1. Как зависит истинная высота самолета от угла наблюдения водолаза (угол наблюдения отсчитывайте от вертикали)?
2. При каких углах наблюдения самолет остается видимым для водолаза?

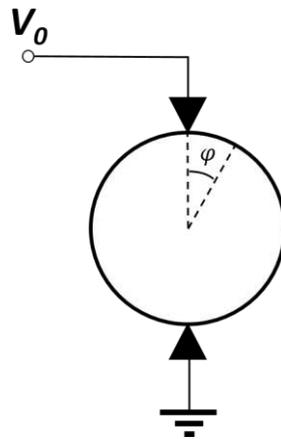
Задача 3

К металлическому кольцу радиуса r в диаметрально противоположных точках подключены электрические контакты, к которым подведено постоянное напряжение V_0 . Рассмотрите следующие ситуации:

- 1) Кольцо представляет собой две спаянные на концах металлические проволоки одинаковой длины и толщины, но разных удельных сопротивлений ρ_1 и ρ_2 . Определите, как нужно ориентировать кольцо относительно контактов, чтобы выделяемая на колесе мощность была максимальной?
- 2) Кольцо сделано из проволоки, удельное сопротивление которой изменяется по длине. Кольцо изначально ориентировали относительно электрических контактов таким образом, что его удельное сопротивление меняется с углом φ (отсчитываемого от верхнего контакта, см. рисунок) как функция:

$$\rho(\varphi) = \rho_0(3 - (\cos(\varphi))^2 \sin(4\varphi) + (\sin(3\varphi))^2)$$

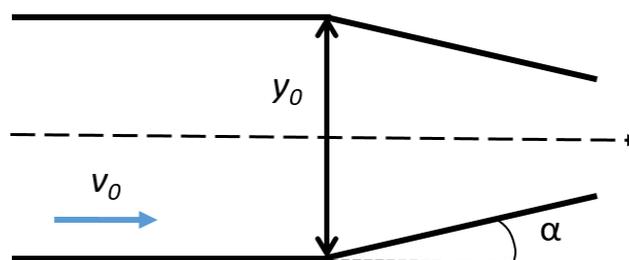
В неподвижном состоянии при подведении напряжения V_0 к контактам на кольце выделялась мощность W_0 . Определите среднюю за период мощность, выделяемую на кольце, если оно будет вращаться с циклической частотой ω ?



Задача 4

По речному каналу прямоугольного сечения плывет плот. В некоторой точке канал начинает сужаться с расстоянием, глубина канала при этом остается постоянной. Плот вступает в сужающийся участок со скоростью v_0 , ширина канала в этой точке составляет y_0 .

1. Канал сужается линейно с расстоянием, угол, образуемый стенками канала с центральной линией равен α (см. рисунок). Определите, с каким ускорением в этом случае будет двигаться плот по сужающемуся участку канала.



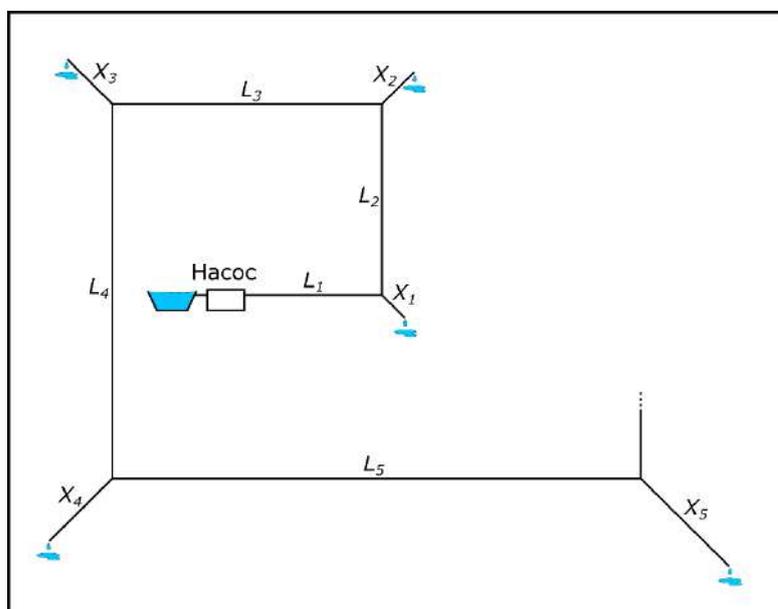
2. Определите, как должен сужаться канал, чтобы ускорение плота, плывущего по сужающемуся участку, было постоянным.

Поток воды считайте стационарным и ламинарным, трением воды о стенки канала пренебречь. Плот движется вместе с водой со скоростью, равной скорости воды. Размерами плота по сравнению с шириной канала пренебрегите.

Задача 5

На рисунке представлена бесконечная система капиллярных трубок, заполненная жидкостью с вязкостью η . В центре расположен насос, который создаёт в начале первой трубки давление, превышающее атмосферное на величину p_0 . Первая трубка имеет длину L_1 , и на её конце трубопровод разветвляется: начитается вторая трубка длиной L_2 , а также ответвляется трубка длиной X_1 , по которой жидкость вытекает во внешнее пространство. Каждая последующая трубка длиннее аналогичной в некоторое неизвестное число раз: $L_{i+1} = k * L_i, X_{i+1} = k * X_i$. Известно, что если к насосу вместо рассматриваемой системы подключить одну трубку длиной L_0 , то общий расход жидкости через насос не изменится. Найдите расход жидкости, выливающейся во внешнее пространство из трубки длиной X_N . Диаметр всех трубок одинаковый и равен D . Считайте, что потерей давления в точках ветвления трубопровода можно пренебречь по сравнению с потерей давления в отдельной трубке, а для связи расхода жидкости Q_{tube} и изменения давления на концах отдельной трубки Δp справедлив закон Пуазёйля:

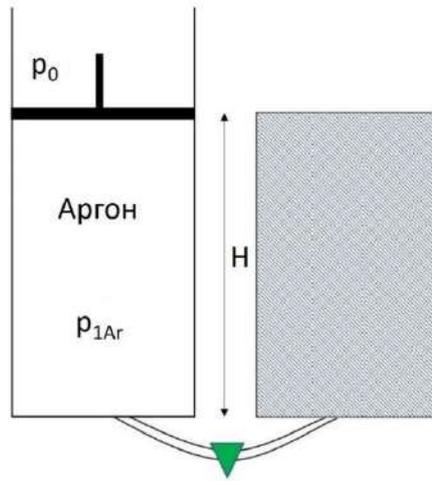
$$Q_{tube} = \frac{\pi D_{tube}^4 \Delta p}{128 \eta L_{tube}}$$



Вариант 3

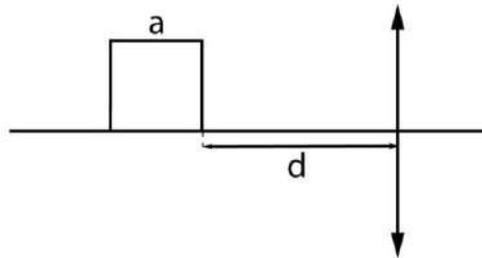
Задача 1

Два сосуда одинакового сечения герметично соединены у дна тонкой перемычкой и расположены в камере, в которой поддерживается постоянное давление p_0 . В перемычку встроен кран-натекатель, который изначально закрыт. Один из сосудов запаян и полностью заполнен водой, его высота H . Другой сосуд заполнен аргоном и закрыт тонким невесомым герметичным поршнем, способным двигаться без трения. Изначально поршень находится вровень с высотой запаянного сосуда. Кран открывают, вода начинает медленно перетекать. После установления равновесия разность уровней воды в сосудах составила h_x . Определите, на сколько поднялся поршень относительно первоначального уровня. Температура в сосудах остается постоянной. Ускорение свободного падения, плотность воды и давление насыщенных паров воды при данной температуре считайте известными. Растворением аргона в воде пренебречь.



Задача 2

Квадрат со стороной a расположен перед тонкой собирающей линзой с фокусным расстоянием F . Как будет зависеть площадь изображения квадрата в зависимости от расстояния d до поверхности линзы? Приведите примерный график этой зависимости и объясните его вид.



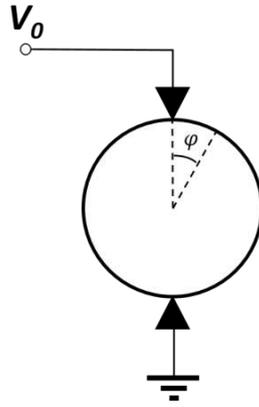
Задача 3

К металлическому кольцу радиуса r в диаметрально противоположных точках подключены электрические контакты, к которым подведено постоянное напряжение V_0 . Рассмотрите следующие ситуации:

- 1) Кольцо представляет собой две спаянные на концах металлические проволоки одинаковой длины и толщины, но разных удельных сопротивлений ρ_1 и ρ_2 . Определите, как нужно ориентировать кольцо относительно контактов, чтобы выделяемая на колесе мощность была минимальной?
- 2) Кольцо сделано из проволоки, удельное сопротивление которой изменяется по длине. Кольцо изначально ориентировали относительно электрических контактов таким образом, что его удельное сопротивление меняется с углом φ (отсчитываемого от верхнего контакта, см. рисунок) как функция:

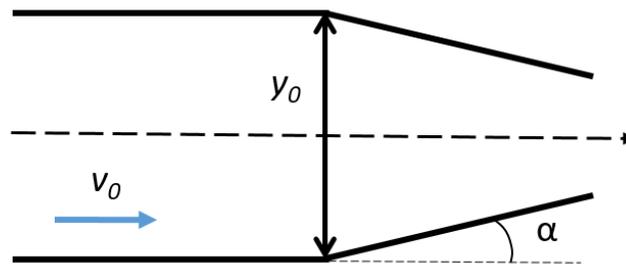
$$\rho(\varphi) = \rho_0(1 + \cos(2\varphi) (\sin(\varphi))^4 + (\cos(3\varphi))^2)$$

В неподвижном состоянии при подведении напряжения V_0 к контактам на кольце выделялась мощность W_0 . Определите среднюю за период мощность, выделяемую на кольце, если оно будет вращаться с циклической частотой ω ?



Задача 4

По речному каналу прямоугольного сечения плывет плот. В некоторой точке канал начинает линейно сужаться с расстоянием, угол, образуемый стенками канала с центральной линией равен α , глубина канала при этом остается постоянной. Плот вливается в сужающийся участок со скоростью v_0 , ширина канала в этой точке составляет y_0 .



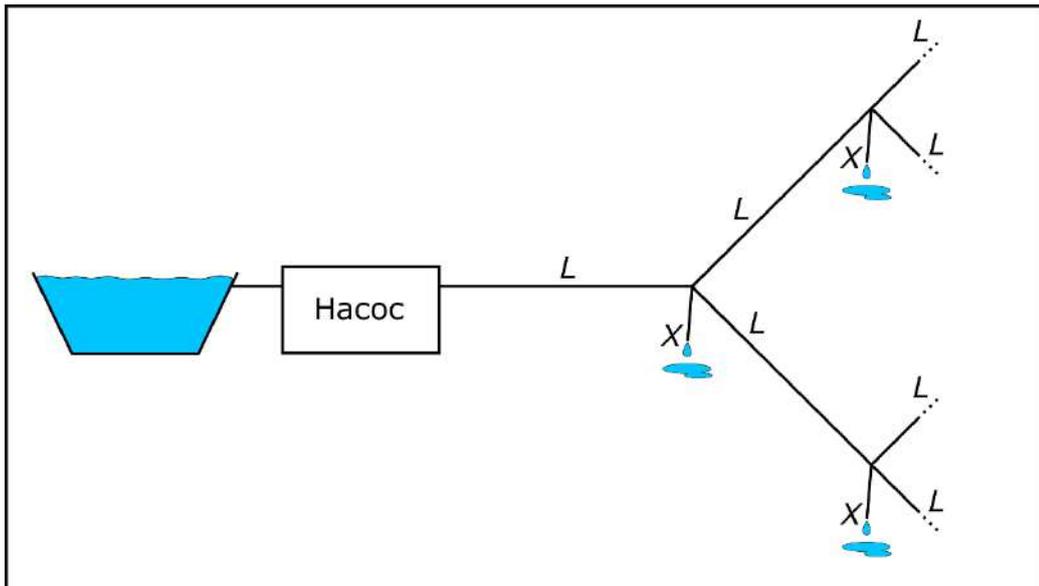
1. Определите, с каким ускорением будет двигаться плот по сужающемуся участку канала.
2. Определите скорость плота через время t после начала движения по сужающемуся участку канала.

Поток воды считайте стационарным и ламинарным, трением воды о стенки канала пренебречь. Плот движется вместе с водой со скоростью, равной скорости воды. Размерами плота по сравнению с шириной канала пренебрегите.

Задача 5

На рисунке представлена бесконечная система капиллярных трубок, заполненная жидкостью с вязкостью η . Слева расположен насос, который создаёт в начале первой трубки давление, превышающее атмосферное на величину p_0 . Первая трубка имеет длину L , и на её конце трубопровод разветвляется: ответвляются две трубки такой же длины, а также трубка длиной X , по которой жидкость вытекает во внешнее пространство. Каждая из последующих L -трубок разветвляется аналогичным образом. Найдите суммарный расход жидкости, которые выливается во внешнее пространство из всех X -трубок, отдаленных от насоса на N L -трубок. Диаметр всех трубок одинаковый и равен D . Считайте, что потерей давления в точках ветвления трубопровода можно пренебречь по сравнению с потерей давления в отдельной трубке, а для связи расхода жидкости Q_{tube} и изменения давления на концах отдельной трубки Δp справедлив закон Пуазейля:

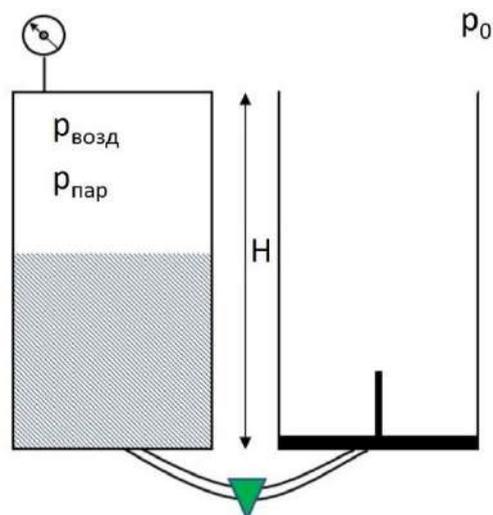
$$Q_{tube} = \frac{\pi D_{tube}^4 \Delta p}{128 \eta L_{tube}}$$



Вариант 4

Задача 1

Два одинаковых сосуда высотой H герметично соединены у дна тонкой перемычкой и расположены в камере, в которой поддерживается постоянное давление p_0 . В перемычку встроен кран-натекатель, который изначально закрыт. Один из сосудов запаян, в нем находится вода и влажный воздух, на дне другого расположен невесомый герметичный поршень, способный двигаться без трения. В запаянном сосуде установлен манометр, позволяющий измерять давление газа в сосуде. Кран открывают, вода начинает медленно перетекать. После установления равновесия манометр показывал давление, в n раз меньшее первоначального. Определите установившийся уровень воды в запаянном сосуде. Температура в сосудах остается постоянной. Ускорение свободного падения, плотность воды, плотность и давление насыщенных паров воды при данной температуре, а также первоначальные показания манометра считайте известными.

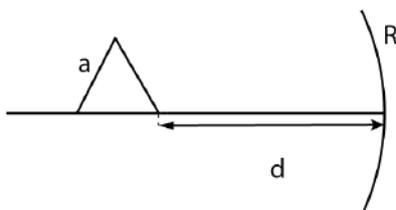


Задача 2

Равносторонний треугольник со стороной a расположен перед вогнутым сферическим зеркалом радиуса R (см. рисунок), при этом $R = 10a$. Как будет зависеть площадь изображения треугольника в зависимости от расстояния d до поверхности линзы?

Приведите примерный график этой зависимости и объясните его вид. Считать радиус зеркала много больше грани треугольника.

Примечание: фокус вогнутого сферического зеркала расположен перед зеркалом на расстоянии, равном половине радиуса кривизны зеркала.



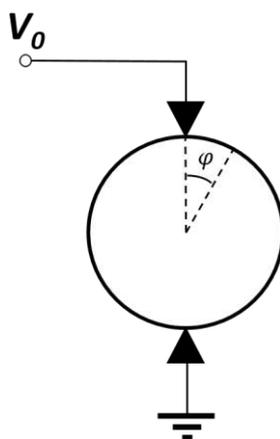
Задача 3

К металлическому кольцу радиуса r в диаметрально противоположных точках подключены электрические контакты, к которым подведено постоянное напряжение V_0 . Рассмотрите следующие ситуации:

- 1) Кольцо представляет собой две спаянные на концах металлические проволоки одинаковой длины и толщины, но разных удельных сопротивлений ρ_1 и ρ_2 . Определите, как нужно ориентировать кольцо относительно контактов, чтобы выделяемая на колесе мощность была максимальной?
- 2) Кольцо сделано из проволоки, удельное сопротивление которой изменяется по длине. Кольцо изначально ориентировали относительно электрических контактов таким образом, что его удельное сопротивление меняется с углом φ (отсчитываемого от верхнего контакта, см. рисунок) как функция:

$$\rho(\varphi) = \rho_0 \left(1 + \frac{\sin(2\varphi) + (\cos(\varphi))^2}{2 + (\cos(3\varphi))^2} \right)$$

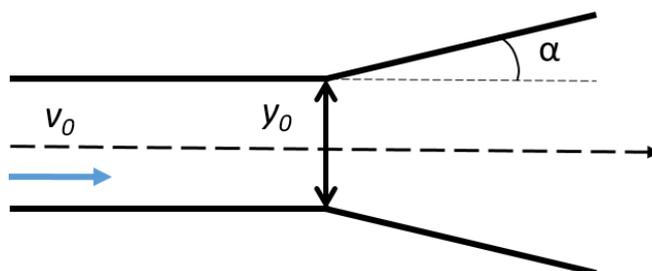
В неподвижном состоянии при подведении напряжения V_0 к контактам на кольце выделялась мощность W_0 . Определите среднюю за период мощность, выделяемую на кольце, если оно будет вращаться с циклической частотой ω ?



Задача 4

По речному каналу прямоугольного сечения плывет плот. В некоторой точке канал начинает расширяться с расстоянием, глубина канала при этом остается постоянной. Плот вплывает в расширяющийся участок со скоростью v_0 , ширина канала в этой точке составляет y_0 .

1. Канал расширяется линейно с расстоянием, угол, образуемый стенками канала с центральной линией равен α (см. рисунок). За какое время плот преодолеет расстояние L с точки начала расширяющегося участка канала?



2. Определите, как должна меняться ширина канала, чтобы ускорение плота, плывущего по нему, было постоянным.

Поток воды считайте стационарным и ламинарным, трением воды о стенки канала пренебречь. Плот движется вместе с водой со скоростью, равной скорости воды. Размерами плота по сравнению с шириной канала пренебрегите.

Задача 5

На рисунке представлена бесконечная система капиллярных трубок, заполненная жидкостью с вязкостью η . Слева расположен насос, который создаёт в начале первой трубки давление, превышающее атмосферное на величину p_0 . Первая трубка имеет длину L , и на её конце трубопровод разветвляется: ответвляются какое-то фиксированное, но неизвестное число трубок такой же длины, а также одна трубка длиной X , по которой жидкость вытекает во внешнее пространство. Каждая из последующих L -трубок разветвляется аналогичным образом. Известно, что если к насосу вместо рассматриваемой системы подключить одну трубку длиной L_0 , то общий расход жидкости через насос не изменится. Найдите суммарный расход жидкости, который выливается во внешнее пространство из всех X -трубок, отдаленных от насоса на N L -трубок. Диаметр всех трубок одинаковый и равен D . Считайте, что потерей давления в точках ветвления трубопровода можно пренебречь по сравнению с потерей давления в отдельной трубке, а для связи расхода жидкости Q_{tube} и изменения давления на концах отдельной трубки Δp справедлив закон Пуазёйля:

$$Q_{tube} = \frac{\pi D_{tube}^4 \Delta p}{128 \eta L_{tube}}$$

