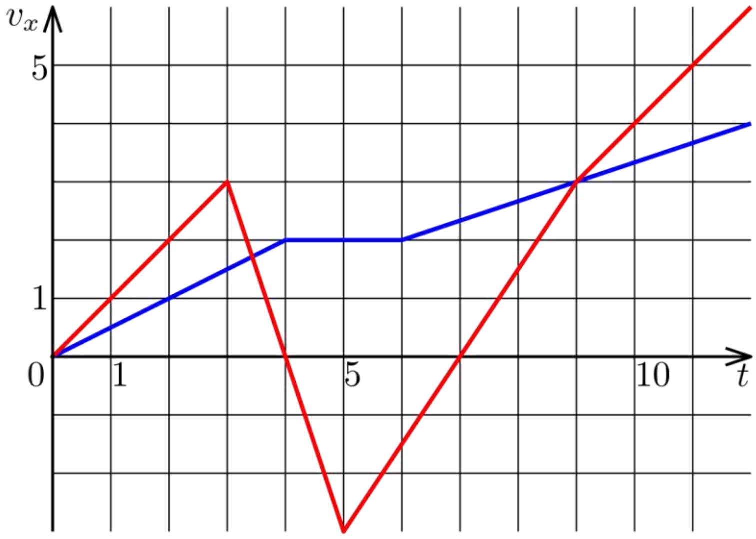
9 класс, задача 5, 10 класс, задача 1, вариант 1: Два тела одновременно стартовали из одной точки и движутся вдоль оси x. График зависимости проекции скорости первого тела изображен на рисунке красной линией, а второго тела – синей. Цена деления по горизонтальной оси **1 с**, по вертикальной **1 м/с**. Из приведенных ниже утверждений выберите все правильные:



а) путь, пройденный 2 телом за 12 с, меньше пути, пройденного 1 телом за то же время

б) проекция скорости 1 тела была больше проекции скорости 2 тела не менее 7 с

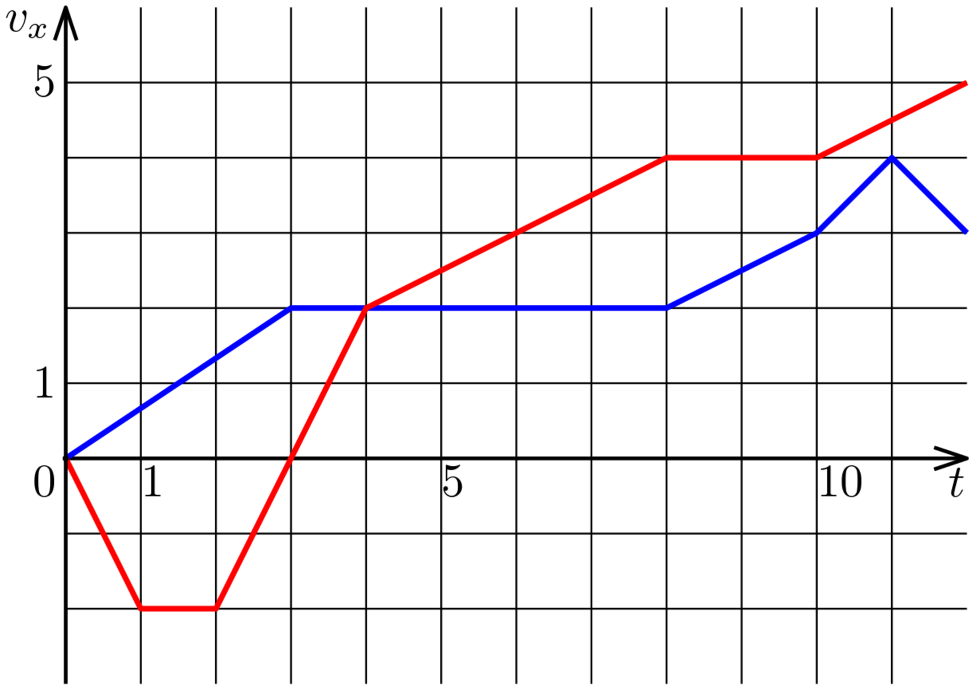
в) модуль скорости 1 тела был больше модуля скорости 2 тела не менее 7 с

г) 1 тело меняло направление движения

д) через 9 с после начала движения координата 2 тела меньше, чем координата 1 тела

Ответ: а, в, г

9 класс, задача 5, 10 класс, задача 1, вариант 1: Два тела одновременно стартовали из одной точки и движутся вдоль оси x. График зависимости проекции скорости первого тела изображен на рисунке красной линией, а второго тела – синей. Цена деления по горизонтальной оси **1 с**, по вертикальной **1 м/с**. Из приведенных ниже утверждений выберите все правильные:



а) путь, пройденный 2 телом за 12 с, меньше пути, пройденного 1 телом за то же время

б) проекция скорости 1 тела была меньше проекции скорости 2 тела более 5 с

в) модуль скорости 1 тела был больше модуля скорости 2 тела не менее 10 с г) 1 тело меняло направление движения

д) через 10 с после начала движения координата 2 тела меньше, чем координата 1 тела

Ответ: а, в, г

9 класс, задача 6, 10 класс, задача 2, вариант 1 Маршрут скоростного поезда состоит из 3 участков одинаковой длины. На первом участке поезд движется равноускоренно, на втором – равномерно с набранной на первом участке скоростью, на третьем – тормозит до полной остановки. Определите среднюю скорость поезда на всем пути, если его средняя скорость на первом участке составляла **50 км/ч**, а модули ускорения на первом и третьем участках равны. Ответ приведите в **км/ч**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

Обозначим весь путь за S, модуль ускорения за *a,* время движения на каждом из участков за t_1, t_2 и t_3. Средняя скорость поезда на всем пути:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t_1 + t_2 + t_3}$$

Поскольку модуль ускорения и длины участков разгона и торможения равны, то

$$t_1 = t_3$$

Для первого участка можно записать:

$$\frac{S}{3} = \frac{at_1^2}{2}$$

Скорость на втором участке:

$$v_2 = at_1$$

Путь для второго участка:

$$\frac{S}{3} = at_1t_2$$

Подставим выражения для трети пути из первого участка:

$$at_1t_2 = \frac{at_1^2}{2} => t_2 = \frac{t_1}{2}$$

Подставляем выражения для времени в выражение для средней скорости:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t_1 + \frac{t_1}{2} + t_1} = \frac{2}{5}\frac{S}{t_1}$$

По условия дано:

$$\frac{S}{3t_1} = 50 \text{ км/ч}$$

Откуда получаем окончательный ответ в 60 км/ч.

Ответ: 60 км/ч.

9 класс, задача 6, 10 класс, задача 2, вариант 2 Маршрут скоростного поезда состоит из 3 участков одинаковой длины. На первом участке поезд движется равноускоренно, на втором – равномерно с набранной на первом участке скоростью, на третьем – тормозит до полной остановки.

г) 1 тело меняло направление движения

д) через 10 с после начала движения координата 2 тела меньше, чем координата 1 тела

Ответ: а, в, г

9 класс, задача 6, 10 класс, задача 2, вариант 1 Маршрут скоростного поезда состоит из 3 участков одинаковой длины. На первом участке поезд движется равноускоренно, на втором – равномерно с набранной на первом участке скоростью, на третьем – тормозит до полной остановки. Определите среднюю скорость поезда на всем пути, если его средняя скорость на первом участке составляла **50 км/ч**, а модули ускорения на первом и третьем участках равны. Ответ приведите в **км/ч**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

Обозначим весь путь за S, модуль ускорения за *a,* время движения на каждом из участков за t_1, t_2 и t_3. Средняя скорость поезда на всем пути:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t_1 + t_2 + t_3}$$

Поскольку модуль ускорения и длины участков разгона и торможения равны, то

$$t_1 = t_3$$

Для первого участка можно записать:

$$\frac{S}{3} = \frac{at_1^2}{2}$$

Скорость на втором участке:

$$v_2 = at_1$$

Путь для второго участка:

$$\frac{S}{3} = at_1 t_2$$

Подставим выражения для трети пути из первого участка:

$$at_1 t_2 = \frac{at_1^2}{2} => t_2 = \frac{t_1}{2}$$

Подставляем выражения для времени в выражение для средней скорости:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t_1 + \frac{t_1}{2} + t_1} = \frac{2}{5}\frac{S}{t_1}$$

По условия дано:

$$\frac{S}{3t_1} = 50 \text{ км/ч}$$

Откуда получаем окончательный ответ в 60 км/ч.

Ответ: 60 км/ч.

9 класс, задача 6, 10 класс, задача 2, вариант 2 Маршрут скоростного поезда состоит из 3 участков одинаковой длины. На первом участке поезд движется равноускоренно, на втором – равномерно с набранной на первом участке скоростью, на третьем – тормозит до полной остановки.

Определите скорость поезда на втором участке пути, если его средняя скорость на всем пути составила **120 км/ч**, а модули ускорения на первом и третьем участках равны. Ответ приведите в **км/ч**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

Обозначим весь путь за S, модуль ускорения за *a,* время движения на каждом из участков за t_1, t_2 и t_3. Средняя скорость поезда на всем пути:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t_1 + t_2 + t_3}$$

Поскольку модуль ускорения и длины участков разгона и торможения равны, то

$$t_1 = t_3$$

Для первого участка можно записать:

$$\frac{S}{3} = \frac{at_1^2}{2}$$

Скорость на втором участке:

$$v_2 = at_1$$

Путь для второго участка:

$$\frac{S}{3} = at_1 t_2$$

Подставим выражения для трети пути из первого участка:

$$at_1 t_2 = \frac{at_1^2}{2} => t_1 = t_3 = 2t_2$$

Подставляем выражения для времени в выражение для средней скорости:

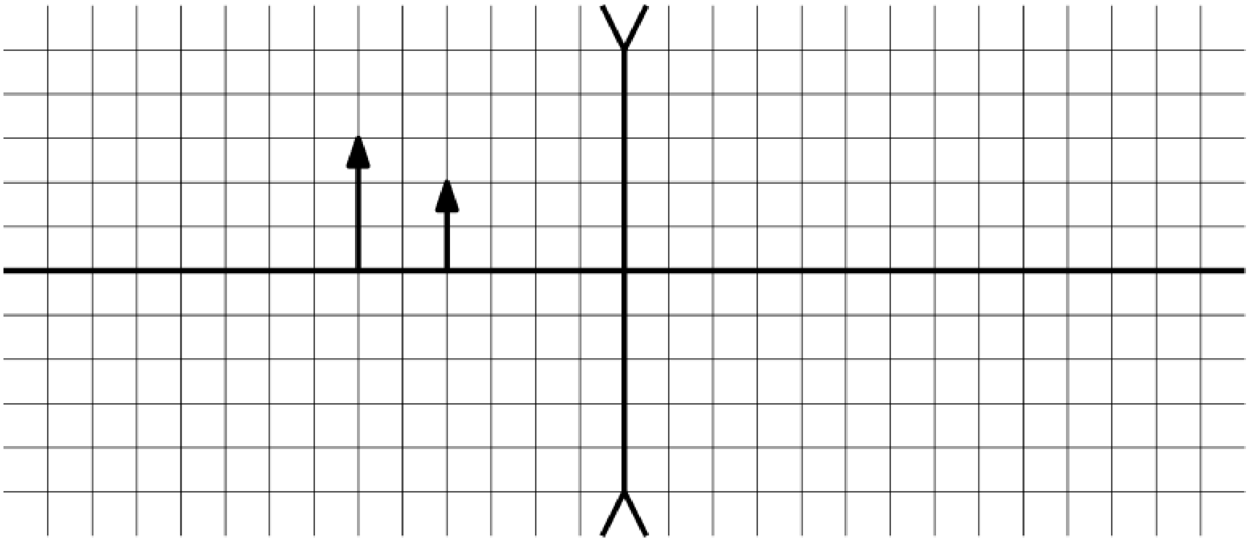
$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{2t_2 + t_2 + 2t_2} = \frac{1}{5}\frac{S}{t_2} = 120\ \text{км/ч}$$

Необходимо найти скорость на втором участке пути:

$$\frac{S}{3t_2} = 200\ \text{км/ч}$$

Ответ: 200 км/ч

9 класс, задача 7, 10 класс, задача 3, вариант 1 Завершив чертеж оптической схемы проведенного эксперимента, ученый оставил его на подоконнике. Поливая цветы на следующий день, он случайно залил чертеж водой, в результате чего часть линий смылась. Помогите ему восстановить чертеж, определив фокусное расстояние линзы. Ответ приведите в **сантиметрах**, учитывая, что одна клетка соответствует 1 сантиметру.



Решение:

Поскольку линза рассеивающая (согласно схеме), то уравнение тонкой линзы будет записано как:

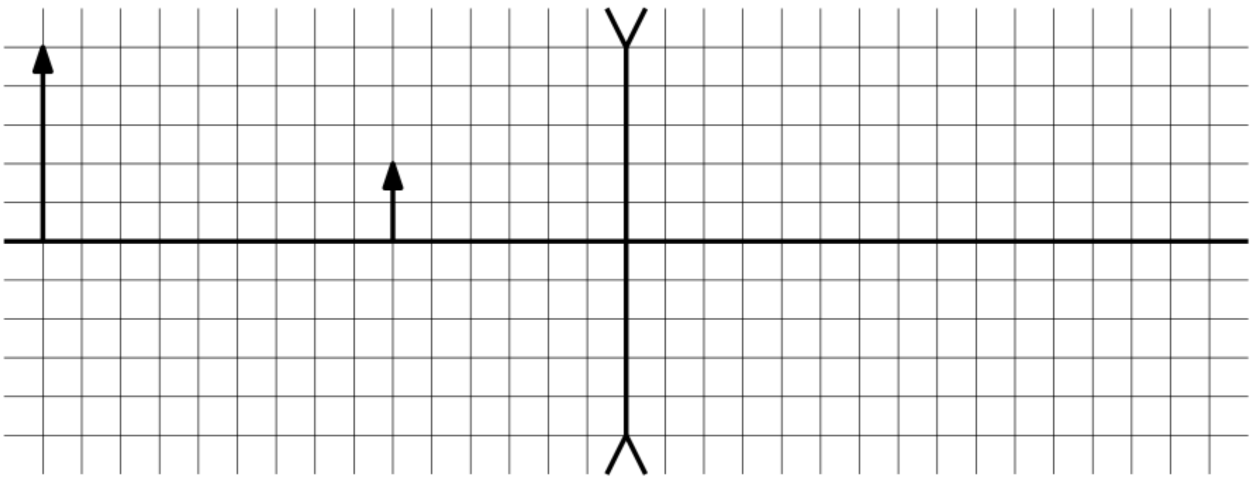
$$-\frac{1}{F}=\frac{1}{d}-\frac{1}{f}$$

Где d – расстояние от объекта до линзы, f – расстояние от изображения до линзы, F – фокусное расстояние. Рассеивающая линза дает мнимое уменьшенное изображение, поэтому большая из стрелок – это объект, меньшая – изображение. Тогда, согласно рисунку d=6, f=4 и F=12 см.

(задачу можно решить графически, аккуратно воспроизведя ход лучей по клеточкам).

Ответ: 12 см.

9 класс, задача 7, 10 класс, задача 3, вариант 2 Завершив чертеж оптической схемы проведенного эксперимента, ученый оставил его на подоконнике. Поливая цветы на следующий день, он случайно залил чертеж водой, в результате чего часть линий смылась. Помогите ему восстановить чертеж, определив фокусное расстояние линзы. Ответ приведите в **сантиметрах**, учитывая, что одна клетка соответствует 1 сантиметру.



Поскольку линза рассеивающая (согласно схеме), то уравнение тонкой линзы будет записано как:

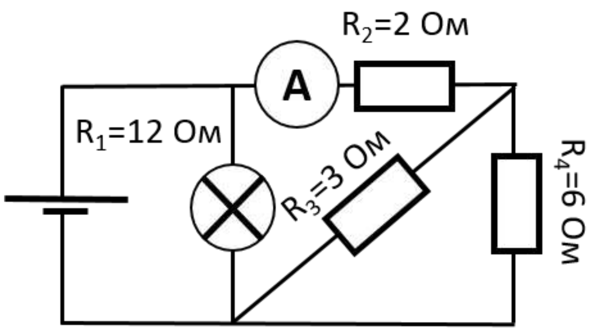
$$-\frac{1}{F}=\frac{1}{d}-\frac{1}{f}$$

Где d – расстояние от объекта до линзы, f – расстояние от изображения до линзы, F – фокусное расстояние. Рассеивающая линза дает мнимое уменьшенное изображение, поэтому большая из стрелок – это объект, меньшая – изображение. Тогда, согласно рисунку d=15, f=6 и F=10 см.

(задачу можно решить графически, аккуратно воспроизведя ход лучей по клеточкам).

Ответ: 10 см.

9 класс, задача 8, 10 класс, задача 4, вариант 1 На схеме изображена электрическая цепь постоянного тока с подключенной лампочкой R_1, резисторами R_2, R_3, R_4 и амперметром. Определите мощность, выделяемую на лампочке, если амперметр показывает ток в **6 А**. Ответ приведите в **ваттах**, округлив до ближайшего целого.



Решение:

Выделяемая на лампочке мощность равна:

$$P = U^2/R_1$$

Чтобы найти мощность, необходимо найти напряжение на лампочке. Оно будет равно напряжению на участке цепи с амперметром и тремя сопротивлениями:

$$U = IR'$$

Ток в этом участке нам известен, нужно найти сопротивление R'.

Сопротивления R_3 и R_4 соединены параллельно, R_2 – последовательно с ними. Поэтому сопротивление этого участка равно:

$$R' = R_2 + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)^{-1} = 4 \text{ Ом}$$

Тогда напряжение

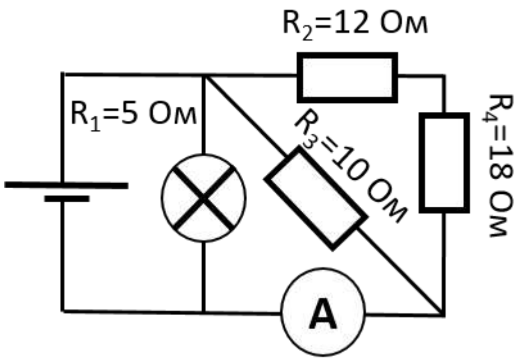
$$U = IR' = 6[A] * 4\ [\text{Ом}] = 24 \text{ В}$$

И мощность

$$P = \frac{U^2}{R_1} = 48 \text{ Вт}$$

Ответ: 48 Вт

9 класс, задача 8, 10 класс, задача 4, вариант 2 На схеме изображена электрическая цепь постоянного тока с подключенной лампочкой R_1, резисторами R_2, R_3, R_4 и амперметром. Определите мощность, выделяемую на лампочке, если амперметр показывает ток в **4 А**. Ответ приведите в **ваттах**, округлив до ближайшего целого.



Решение:

Выделяемая на лампочке мощность равна:

$$P = U^2/R_1$$

Чтобы найти мощность, необходимо найти напряжение на лампочке. Оно будет равно напряжению на участке цепи с амперметром и тремя сопротивлениями:

$$U = IR'$$

Ток в этом участке нам известен, нужно найти сопротивление R'.

Сопротивления R_2 и R_4 соединены последовательно, R_3 – параллельно с ними. Поэтому сопротивление этого участка равно:

$$R' = \left(\frac{1}{R_2 + R_4} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{12 + 18} + \frac{1}{10}\right)^{-1} = 7.5\ \text{Ом}$$

Тогда напряжение

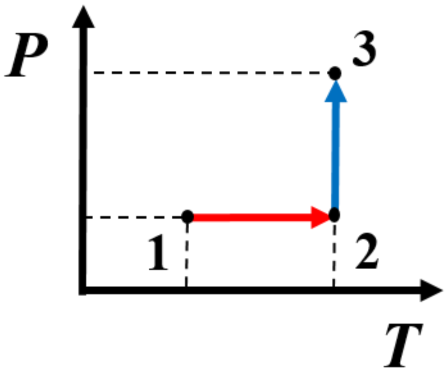
$$U = IR' = 4[A] * 7.5\ [\text{Ом}] = 30\ \text{В}$$

И мощность

$$P = \frac{U^2}{R_1} = 180\ \text{Вт}$$

Ответ: 180 Вт

10 класс, задача 5, 11 класс, задача 1, вариант 1 Изменение состояния идеального одноатомного газа в количестве **1 моль** проиллюстрировано на графике. Известно, что в результате процесса 1–3 внутренняя энергия газа изменилась на **4986 Дж**, давление увеличилось в **2 раза**, а конечный объем оказался равен начальному. Определите начальную температуру газа. Универсальная газовая постоянная равна **8.31 Дж/(моль·К)**. Ответ приведите в **кельвинах**, округлив до ближайшего целого.



Решение

Процесс 1-2 изобарический:

$$p_1 = p_2 = p$$

из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Процесс 2-3 изотермический:

$$p_2 V_2 = p_3 V_3$$

По условию имеем:

$$V_1 = V_3, P_3 = \alpha P_2$$

Подставим в уравнение для процесса 2-3 с учетом условия задачи:

$$pV_2 = \alpha p V_3 => V_2 = \alpha V_3 = \alpha V_1$$

Подставим полученное выражение для объемов в уравнение для процесса 1-2

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{\alpha V_1} = \frac{T_1}{T_2} => T_2 = \alpha T_1$$

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа изменяется только в процессе 1-2

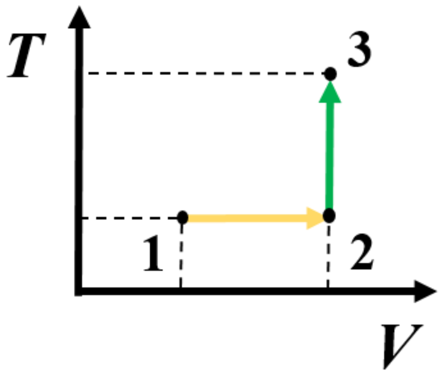
$$\Delta U_{12} = dU = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(\alpha T_1 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R T_1(\alpha - 1)$$

Отсюда определим начальную температуру газа:

$$T_1 = \frac{2dU}{3\nu R(\alpha - 1)}$$

Ответ: 400 К

10 класс, задача 5, 11 класс, задача 1, вариант 2 Изменение состояния идеального одноатомного газа в количестве **1 моль** проиллюстрировано на графике. Известно, что в результате процесса 1–3 внутренняя энергия газа изменилась на **9972 Дж**, объем газа увеличился в **3 раза**, а конечное давление оказалось равно начальному. Определите начальную температуру газа. Универсальная газовая постоянная равна **8.31 Дж/(моль·К)**. Ответ приведите в **кельвинах**, округлив до ближайшего целого.



Решение

Процесс 1-2 – изотермический $T_1 = T_2$. Из уравнения Менделеева-Клапейрона имеем:

$$p_1V_1 = p_2V_2$$

$$p_1\frac{V}{\alpha} = p_2V$$

$$p_1 = \alpha p_2$$

Процесс 2-3 изохорный, через ур М.-К. получаем:

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3}$$

По условию:

$$p_1 = p_3$$

Подставим:

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_3} => \frac{p_2}{T_2} = \frac{\alpha p_2}{T_3} => \alpha T_2 = T_3$$

Внутренняя энергия одноатомного газа изменяется только на участке 2-3:

$$\Delta U_{23} = dU = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}\,\nu R(\alpha - 1)T_2$$

И тогда:

$$T_1 = T_2 = \frac{2dU}{3\nu R(\alpha - 1)}$$

Ответ: 400 К

10 класс, задача 6, 11 класс, задача 2, вариант 1 Гвоздь массой **1 г** забит в закрепленную доску, не до конца, но так, что его острый конец выходит с другой стороны доски. Чтобы начать его вытаскивать, необходимо было бы тянуть с силой в **80 Н**. На сколько **миллиметров** опустится шляпка этого гвоздя, если по нему ударить молоточком массой **200 г** со скоростью **3 м/с**? Считать, что молоточек на гвоздь опускают с постоянной скоростью, а после удара они движутся как единое целое. Ответ округлите до ближайшего целого.

Решение:

Запишем закон сохранения импульса для гвоздя и молоточка:

$$Mv = (m+M)v' => v' = \frac{M}{m+M}v$$

Кинетическая энергия гвоздя и молоточка пойдет на работу силы трения:

$$\frac{(M+m)v'^2}{2} = F_{\text{тр}}\Delta l$$

Сила трения дана по условию. Выражаем Δl:

$$\Delta l = \frac{(M+m)M^2v^2}{2F_{\text{тр}}(m+M)^2} = \frac{M^2v^2}{2F_{\text{тр}}(M+m)}$$

Ответ: 11.19≈11 мм

10 класс, задача 6, 11 класс, задача 2, вариант 1 Потолок в сарае сделан из деревянных досок. В одну из досок снизу вертикально забит гвоздь массой **0.5 г**, не до конца, но так, что его острый конец выходит с другой стороны доски. После удара молотком массой **300 г** со скоростью **2 м/с** гвоздь погрузился в доску на **5 мм**. Определите максимальную массу груза, который можно было бы подвесить за шляпку этого гвоздя. Ускорение свободного падения примите равным **10 м/с^2**. Считать, что молоточек на гвоздь опускают с постоянной скоростью, а после удара они движутся как единое целое. Ответ приведите в **килограммах**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

Запишем закон сохранения импульса для гвоздя и молоточка:

$$Mv = (m+M)v' => v' = \frac{M}{m+M}v$$

Кинетическая энергия гвоздя и молоточка пойдет на работу силы трения:

$$\frac{(M+m)v'^2}{2} = F_{\text{тр}}\Delta l$$

Отсюда находим силу трения:

$$F_{\text{тр}} = \frac{(M+m)v'^2}{2\Delta l} = \frac{(M+m)M^2v^2}{2\Delta l(m+M)^2} = \frac{M^2v^2}{2\Delta l(M+m)}$$

Эта сила трения будет равна максимальному весу, который может выдержать гвоздь. Поэтому искомая масса равна:

$$m_0 = \frac{M^2v^2}{2\Delta l(M+m)g}$$

Ответ: 11.98≈12 кг

10 класс, задача 7, 11 класс, задача 3, вариант 1 Для того, чтобы избежать столкновения с космическим мусором, космонавтам орбитальной станции пришлось изменить орбиту станции. В результате маневров радиус круговой орбиты увеличился на **35 км**. На сколько процентов уменьшилось ускорение свободного падения на высоте новой орбиты, если на высоте до маневров оно составляло **8.7 м/с^2**, а период обращения станции вокруг Земли был **5570 с**? Ответ приведите **в процентах**, округлив до ближайшего целого значения.

Решение:

Выражение для центростремительного ускорения (оно же ускорение свободного падения):

$$g_0 = a_ц = \frac{v^2}{R_0} => R_0 = \frac{v^2}{g_0}$$

Скорость обращения вокруг Земли связана с периодом:

$$v = \frac{2\pi R_0}{T}$$

Откуда имеем:

$$R_0 = \frac{4\pi^2 R_0^2}{g_0 T^2} => R_0 = \frac{g_0 T^2}{4\pi^2} \approx 6837.1 \text{ км}$$

Связь ускорения свободного падения с расстоянием до центра Земли и массой Земли:

$$g_0 = G\frac{M}{R_0^2} => g_0 R_0^2 = GM$$

На новой высоте:

$$R = R_0 + h$$

$$g(R_0 + h)^2 = g_0 R_0^2 => g = g_0 * \frac{R_0^2}{(R_0 + h)^2} = g_0 * \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R_0}\right)^2} \approx 8.6116 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

И окончательный ответ:

$$100\% * \left(1 - \frac{g}{g_0}\right) \approx 1\%$$

Ответ: 1%

10 класс, задача 7, 11 класс, задача 3, вариант 2 Космическое тело вращается по круговой орбите вокруг Земли с периодом **5690 с**. Ускорение свободного падения в гравитационном поле Земли на высоте орбиты тела составляет **8.4 м/с^2**. На сколько нужно увеличить высоту орбиты вращения тела, чтобы ускорение свободного падения уменьшилось на **5%**? Ответ приведите в **километрах**, округлив до ближайшего целого.

Решение

Выражение для центростремительного ускорения (оно же ускорение свободного падения):

$$g_0 = a_ц = \frac{v^2}{R_0} => R_0 = \frac{v^2}{g_0}$$

Скорость обращения вокруг Земли связана с периодом:

$$v = \frac{2\pi R_0}{T}$$

Откуда имеем:

$$R_0 = \frac{4\pi^2 R_0^2}{g_0 T^2} => R_0 = \frac{g_0 T^2}{4\pi^2}$$

Связь ускорения свободного падения с расстоянием до центра Земли и массой Земли:

$$g_0 = G\frac{M}{R_0^2} => g_0 R_0^2 = GM$$

На новой высоте:

$$R = R_0 + h$$

$$g(R_0 + h)^2 = g_0 R_0^2 => g = g_0 * \frac{R_0^2}{(R_0 + h)^2} = g_0 * \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R_0}\right)^2}$$

Отсюда выражаем изменение высоты орбиты h:

$$h = \frac{g_0 T^2}{4\pi^2}(\sqrt{\frac{g_0}{g}} - 1)$$

Известно, что

$$\left(1 - \frac{g}{g_0}\right) = \alpha => \frac{g}{g_0} = 1 - \alpha => \frac{g_0}{g} = \frac{1}{1 - \alpha}$$

Откуда

$$h = \frac{g_0 T^2}{4\pi^2}\left(\sqrt{\frac{1}{1 - \alpha}} - 1\right) =$$

Ответ: 179 км

10 класс, задача 8, 11 класс, задача 4, вариант 1 Пиротехнический снаряд был запущен вертикально вверх. Из-за неисправности вместо красочного фейерверка в верхней точке траектории снаряда на высоте **4 км** его разорвало на два осколка массами **3 и 2 кг**. Определите, на каком расстоянии друг от друга приземлились осколки, если их скорости сразу после взрыва имели только горизонтальные составляющие, а их полная механическая энергия в этот же момент составляла **350 кДж**. Ускорение свободного падения принять равным **10 м/с^2**. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ приведите в **километрах**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

Так как снаряд разрывается в наивысшей точке траектории, его скорость в этот момент равна 0. Записываем закон сохранения импульса осколков до и сразу после взрыва:

$$0 = p_1 - p_2 => m_1 v_1 = m_2 v_2 => v_2 = \frac{m_1}{m_2} v_1$$

Полная механическая энергия осколков сразу после взрыва

$$E_{\text{полн}} = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + (m_1 + m_2)gH$$

$$E_{\text{кин}} = E_{\text{полн}} - E_{\text{пот}} = E_{\text{полн}} - (m_1 + m_2)gH;$$

$$E_{\text{кин}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2}{2}\frac{m_1^2}{m_2^2} v_1^2 = \frac{m_1 v_1^2}{2}(1 + \frac{m_1}{m_2})$$

$$v_1^2 = \frac{2E_{\text{кин}}}{m_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)} => v_1 = \sqrt{\frac{2E_{\text{кин}}}{m_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)}}, v_2 = \frac{m_1}{m_2}v_1$$

После разрыва осколки будут двигаться равноускорено в поле тяжести Земли:

$$x_1 = v_1 t, y_1 = H - \frac{gt^2}{2}$$

$$x_2 = v_2 t, y_2 = H - \frac{gt^2}{2}$$

В точке падения координаты y равны 0, отсюда находим выражение для времени полета, одинаковое для обоих осколков:

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Подставим полученное значение времени для нахождения расстояния между точкой падения и точкой старта для обоих осклоков:

$$x_1 = v_1 t = \sqrt{\frac{2E_{\text{кин}}}{m_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)}\frac{2H}{g}}, x_2 = \frac{m_1}{m_2}v_1 t = \frac{m_1}{m_2}v_1\sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{m_1}{m_2}\sqrt{\frac{2E_{\text{кин}}}{m_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)}\frac{2H}{g}}$$

Расстояние между точками падения осколков определяется как сумма координат:

$$L = x_1 + x_2 = \sqrt{\frac{2\big(E_f - (m_1+m_2)gH\big)}{m_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)}\frac{2H}{g}}(1+\frac{m_1}{m_2})$$

Ответ: 14 км

10 класс, задача 8, 11 класс, задача 4, вариант 2 Пиротехнический снаряд был запущен вертикально вверх. Из-за неисправности вместо красочного фейерверка в верхней точке траектории снаряда его разорвало на два осколка массами **3 и 2 кг**. Впоследствии осколки нашли на расстоянии **6.5 км** друг от друга. Определите, на какой высоте произошел взрыв, если скорости осколков сразу после взрыва имели только горизонтальные составляющие, а их суммарная кинетическая энергия в этот момент была равна **34 кДж**. Ускорение свободного падения принять равным **10 м/с^2**. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ приведите в **километрах**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

Так как снаряд разрывается в наивысшей точке траектории, его скорость в этот момент равна 0. Записываем закон сохранения импульса осколков до и сразу после взрыва:

$$0 = p_1 - p_2 => m_1 v_1 = m_2 v_2 => v_2 = \frac{m_1}{m_2}v_1$$

Кинетическая энергия осколков сразу после взрыва

$$E_{\text{кин}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2}{2}\frac{m_1^2}{m_2^2}v_1^2 = \frac{m_1 v_1^2}{2}(1+\frac{m_1}{m_2})$$

$$v_1^2 = \frac{2E_{\text{кин}}}{m_1\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)} => v_1 = \sqrt{\frac{2E_{\text{кин}}}{m_1\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)}}, v_2 = \frac{m_1}{m_2} v_1$$

После разрыва осколки будут двигаться равноускорено в поле тяжести Земли:

$$x_1 = v_1 t, y_1 = H - \frac{gt^2}{2}$$

$$x_2 = v_2 t, y_2 = H - \frac{gt^2}{2}$$

Расстояние между точками падения осколков дано по условию:

$$L = x_1 + x_2 = t(v_1 + v_2)$$

Отсюда можем определить время полета:

$$t = \frac{L}{(v_1 + v_2)}$$

В точке падения координаты y равны 0, отсюда находим выражение для высоты, на которой произошел взрыв:

$$H = \frac{gt^2}{2} = \frac{gL^2}{2(v_1 + v_2)^2} = \frac{gL^2}{2v_1^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^2} = \frac{gL^2}{\frac{4E_{\text{кин}}}{m_1\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)}} \frac{1}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^2} = \frac{gL^2}{4E_{\text{кин}}} \frac{m_1\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^2}$$

$$= \frac{gL^2}{4E_{\text{кин}}} \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)}$$

Ответ: 4 км