8.1. Равномерное движение:

Вариант 1:

- В 1947 году норвежский археолог и путешественник Тур Хейердал предпринял морскую экспедицию, целью которой было доказать возможность пересечения Тихого океана коренными народами Южной Америки. На примитивном плоту «Кон-Тики» он и его напарники, отправившись из Перу и в течение **101 дня** преодолев расстояние в **4300 морских миль**, успешно достигли островов Полинезии. Оцените среднюю скорость плота за время путешествия. Ответ дайте в **км/час**, округлив до ближайшего целого. Морская миля составляет 1852 м.

  Решение:

$$t = 101 * 24 = 2424 \text{ часа};$$
$$L = 4300 * 1.852 = 7963.6 \text{ км};$$
$$v = \frac{7963.6}{2424} = 3.29 \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

  Ответ: <u>3 км/ч.</u>

Вариант 2:

- Рекорд по самому длинному беспосадочному перелету птицы был зафиксирован в 2007 году и принадлежит самке малого веретенника. Для наглядности проделанный этой героической птичкой путь можно сравнить с тем, как если бы человек в течение **9 дней** ехал на велосипеде без остановок со скоростью **15 м/с**. Определите дальность этого уникального перелета. Ответ приведите в **километрах**, округлив до ближайшего целого**.**

  Решение:

$$t = 9 * 24 = 216 \text{ ч};$$
$$v = 15 * 3.6 = 54 \frac{\text{км}}{\text{ч}};$$
$$L = 216 * 54 = 11664 \text{ км}.$$

  Ответ: <u>11664 км.</u>

Вариант 3:

- Первый трансатлантический перелет был совершен британцами Джоном Алкоком и Артуром Брауном в 1919 году. Летчики вылетели из канадского города Сэнт-Джонс и приземлились в Клифдене, Ирландия, проведя в воздухе **16** часов. По официальным данным средняя скорость самолета в полете составила **118** миль/час. Определите дальность перелета, ответ приведите в **километрах**, округлив до ближайшего целого. Одна британская миля составляет 1609,34 м.

  Решение:

$$v = 118 * 1.60934 = 189.9 \frac{\text{км}}{\text{ч}};$$
$$L = 189.9 * 16 = 3038.4 \text{ км}.$$

  Ответ: <u>3038 км.</u>

8.2 Теплоемкости:

Вариант 1:

- До появления электрических утюгов для глажения белья использовались, в частности, утюги с чугунной подошвой, нагреваемые на открытом пламени. Какое количество теплоты нужно сообщить подобному утюгу с массой подошвы в **1,5** кг, чтобы погладить изделие из нейлона (рекомендуемая температура глажки **110°**С)? Удельная теплоемкость чугуна **540 Дж/(кг*°С)**, комнатная температура 20°С. Нагрев считайте равномерным, теплопотерями пренебрегите. Ответ дайте в **килоджоулях**, округлив до ближайшего целого.

  Решение:

  $$Q = mc_{\text{ч}}(t_{\text{г}} - t_{\text{к}}) = 1.5 * 540 * 90 = 72900\ \text{Дж/кг}$$

  Ответ: **73 кДж**

Вариант 2:

- В 1960-х годах был реализован проект подводной станции «Преконтинент-3», целью которого была проверка возможности длительного проживания и работы людей на глубине 100 м. Для обеспечения свободного дыхания океанавтов станция была наполнена кислородно-гелиевой смесью, ее давление поддерживалось на том же уровне, что и давление воды на этой глубине (примерно в 11 раз больше атмосферного). При таком давлении температура кипения воды равна **184°**С. Какое количество теплоты океанавты должны сообщить стакану воды (**0,25 кг**), чтобы она начала кипеть? Считайте, что начальная температура воды равна **24°С**, теплоемкость воды **4,2 кДж/(кг*°С),** теплоемкостью стакана пренебречь. Ответ дайте в **килоджоулях**, округлив до ближайшего целого.

  Решение:

  $$Q = mc_{\text{в}}(t_{\text{кип}} - t_{\text{н}})$$

  Ответ: **168 кДж.**

Вариант 3:

- Для разогрева готовой еды в полевых условиях спасатели, военные и туристы пользуются сухим горючим, спрессованным в таблетки. Его удельная теплота сгорания равна 31 МДж/кг. Расчеты показывают, что для нагрева **одной** порции консервированного супа на **25** градусов нужно сообщить ему **310** кДж, и, если пренебречь теплопотерями, для этого хватит **одной** таблетки топлива. Какова масса одной таблетки? Ответ дайте в **граммах**, округлив до ближайшего целого.

  Решение:

  $$Q = m_{\text{т}}q \Rightarrow m_{\text{т}} = Q/q$$

  Ответ: **10 г.**

8.3. Задача на рычаг и пружину:

Вариант 1:

- Невесомый рычаг насажен на горизонтальную ось и может свободно вращаться в вертикальной плоскости вокруг нее. Отношение длины правого плеча к левому равно **4**. Правый край рычага соединен с потолком пружиной жесткостью **50 Н/м**, а к левому подвешен груз массой **100 г**. Рычаг находится в горизонтальном положении. Определите величину сжатия пружины. Ускорение свободного падения g считайте равным 10 Н/кг. Ответ дайте в **миллиметрах**, округлив до ближайшего целого.

Решение:

$$F_{\text{упр}} = k\Delta x, \qquad F_{\text{т}} = gm.$$

$$l_{\text{л}} F_{\text{т}} = l_{\text{п}} F_{\text{упр}} \Rightarrow F_{\text{упр}} = \frac{l_{\text{л}}}{l_{\text{п}}} F_{\text{т}} = \frac{F_{\text{т}}}{q} \Rightarrow \Delta x = \frac{gm}{kq}.$$

Ответ: <u>5 мм</u>.

Вариант 2:

- Невесомый рычаг насажен на горизонтальную ось и может свободно вращаться вокруг нее. Правый край рычага соединен с потолком пружиной жесткостью **50 Н/м**, а к левому подвешен груз массой **100 г**. Во сколько раз левое плечо рычага короче правого, если пружина сжата на **5 мм**, а рычаг находится в горизонтальном положении? Ускорение свободного падения g считайте равным 10 Н/кг.

Решение:

$$F_{\text{упр}} = k\Delta x, \qquad F_{\text{т}} = gm.$$

$$l_{\text{л}} F_{\text{т}} = l_{\text{п}} F_{\text{упр}} \Rightarrow \frac{l_{\text{п}}}{l_{\text{л}}} = \frac{F_{\text{т}}}{F_{\text{упр}}} = \frac{gm}{k\Delta x}.$$

Ответ: <u>4</u>

Вариант 3:

- Невесомый рычаг насажен на горизонтальную ось и может свободно вращаться в вертикальной плоскости вокруг нее. Отношение длины правого плеча к левому равно **4**. Правый край рычага соединен с потолком пружиной жесткостью **50 Н/м**, а к левому подвешен груз. Найдите массу груза, если известно, что пружина сжата на **5 мм**, а рычаг находится в горизонтальном положении. Ответ дайте в **граммах**, округлив до ближайшего целого. Ускорение свободного падения g считайте равным 10 Н/кг.

Решение:

$$F_{\text{упр}} = k\Delta x, \qquad F_{\text{т}} = gm.$$

$$l_{\text{л}} F_{\text{т}} = l_{\text{п}} F_{\text{упр}} \Rightarrow q = \frac{F_{\text{т}}}{F_{\text{упр}}} = \frac{gm}{k\Delta x} \Rightarrow m = \frac{qk\Delta x}{g}.$$

Ответ: <u>100 г</u>

9.1. Геометрическая оптика, линзы:

Вариант 1:

- На свою фотокамеру Вовочка установил самодельный объектив с фокусным расстоянием **20 мм** таким образом, что расстояние от матрицы камеры до линзы объектива, которую можно считать тонкой, могло меняться в пределах от **15 до 25 мм**. На каком минимальном расстоянии до линзы объектива может быть установлен снимаемый объект, чтобы Вовочке удалось получить его чёткую фотографию? Ответ приведите в **миллиметрах** и округлите до ближайшего целого числа.

  Решение:

  Формула тонкой линзы:

  $$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

  Из формулы тонкой линзы следует, что чем ближе объект к линзе, тем дальше его изображение. Поэтому выбираем максимальное расстояние от линзы до матрицы – a = 25 мм. Поэтому

  $$b = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{a}\right)^{-1} = 100 \text{ мм}$$

  Ответ: <u>**100 мм**</u>

Вариант 2:

- Маша из-за близорукости может четко различать буквы в книге с расстояния максимум **30 см**. Какой оптической силы контактные линзы понадобятся Маше, чтобы скорректировать её зрение до идеального, чтобы она могла разглядывать объекты на больших расстояниях (например, **10 м**)? Считайте глаз тонкой линзой. В ответе запишите **модуль** получившегося значения **в диоптриях**, округлив до ближайшего целого числа.

  Решение:

  Уравнение тонкой линзы, случай без контактных линз:

  $$\frac{1}{f} = \frac{1}{L} + \frac{1}{b}$$

  Где b – расстояние от сетчатки до системы хрусталик+роговица.

  Уравнение тонкой линзы, случай с контактными линзами:

  $$\frac{1}{f} + \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{L_\infty} + \frac{1}{b}$$

  Где $\frac{1}{\lambda}$ – оптическая сила линз, $L_\infty = 10$ м. Из формул получаем

  $$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{L_\infty} + \frac{1}{b} - \frac{1}{f} = \frac{1}{L_\infty} - \frac{1}{L} = -3.2 \text{ диоптрии} \approx -3 \text{ диоптрии}$$

  Ответ: <u>**3 Дптр**</u>

Вариант 3:

- Контактные линзы у Олеси имеют оптическую силу **−3** диоптрии и подобраны так, чтобы она могла чётко видеть предметы на больших расстояниях (**10 м**). Если модуль оптической силы линз будет меньше, предметы в дали она уже будет видеть плохо. С какого максимального расстояния Олеся может различать буквы в книге, когда снимает линзы? Ответ приведите в **сантиметрах**, округлив до ближайшего целого числа.

Решение:

Уравнение для случая, когда Олеся в линзах:

$$\frac{1}{f}+\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{L_\infty}+\frac{1}{b}$$

Когда без:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{L}+\frac{1}{b}$$

Где $\frac{1}{\lambda}$ – оптическая сила линз, b – расстояние от сетчатки до системы хрусталик+роговица.

Расстояние до предмета без линз $L=\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{b}\right)^{-1}=\left(\frac{1}{L_\infty}-\frac{1}{\lambda}\right)^{-1}=0.322$ м.

Ответ: 32 см

9.2. Равноускоренное движение:

Вариант 1:

- Официальные состязания по драг-рэйсингу проходят на прямых идеально ровных трассах. Длина маршрута составляет 1000 футов (**304 метра**). Оцените, с какой скоростью пересекает финишную черту гоночный болид высшей категории “top-fuel”, если, двигаясь равноускоренно, всю дистанцию он проходит за **4 с**. Ответ приведите в **км/ч**, округлив до ближайшего целого.

  Решение:

$$v = \frac{2L}{t} = \frac{608}{4} = 152\,\frac{\text{м}}{\text{с}} = 547.2\ \text{км/ч}$$

  Ответ: <u>547 км/ч.</u>

Вариант 2:

- Конкорд – британо-французский реактивный сверхзвуковой самолет, использовавшийся для перевозок пассажиров вплоть до 2003 года. Самолеты этого типа имели взлетную скорость порядка **400 км/ч,** существенно большую по сравнению с пассажирскими суднами других типов. Оцените время, за которое, двигаясь равноускоренно, Конкорд набирал указанную скорость, если считать, что момент отрыва происходил в конце взлетно-посадочной полосы длиной **3600 м**. Ответ приведите в **секундах**, округлив до ближайшего целого.

  Решение:

$$t = \frac{2L}{v} = \frac{7.2}{400} = 64.8\ \text{с.}$$

  Ответ: <u>65 с.</u>

Вариант 3:

- Магнитоплан (или «маглев») – скоростной поезд, использующий электромагнитную подвеску, удерживающую его в процессе движения над поверхностью железнодорожного полотна. Рекорд скорости таких поездов принадлежит японским магнитопланам серии SCMaglev, использующим подвеску на сверхпроводящих магнитах, и составляет **603 км/ч.** Определите тормозной путь, который потребуется магнитоплану с такой скоростью для полного торможения, если комфортное для пассажира торможение составляет **2 м/с^2**. Ответ приведите в **километрах**, округлив до ближайшего целого.

  Решение:

$$L = \frac{v^2}{2a} = \frac{167.5^2}{4} = 7014\text{м}$$

  Ответ: <u>7 км</u>

9.3. Постоянный ток:

Вариант 1:

- Для регистрирования малого постоянного тока в цепи с резистора **R = 0.1 МОм** снимают показание напряжения при помощи параллельно подключенного вольтметра. Первичное измерение дало значение напряжения в **10 В**. Для проверки этого значения аналогичным образом дополнительно к первому подключили второй вольтметр, идентичный первому. Оба прибора во время второго измерения показали одинаковое значение напряжения, однако отличающееся в меньшую сторону от первого измерения на **0.19 В**. Найдите внутреннее сопротивление вольтметра. Ответ приведите в **мегаомах**, округлив до ближайшего целого. Суммарный ток в цепи не изменялся.

  Решение:

  Когда подключен только один вольтметр, то имеем схему из двух параллельно соединённых сопротивлений:

  $$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{U_1}}{\mathrm{R_{\Sigma 1}}} = \mathrm{U_1}\left(\frac{1}{\mathrm{R}} + \frac{1}{\mathrm{R_v}}\right)$$

  Когда два вольтметра:

  $$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{U_2}}{\mathrm{R_{\Sigma 2}}} = \mathrm{U_2}\left(\frac{1}{\mathrm{R}} + \frac{2}{\mathrm{R_v}}\right) = (\mathrm{U_1} - \mathrm{dU})\left(\frac{1}{\mathrm{R}} + \frac{2}{\mathrm{R_v}}\right)$$

  Так как ток один и тот же, приравниваем: $\mathrm{U_1}\left(\frac{1}{\mathrm{R}} + \frac{1}{\mathrm{R_v}}\right) = (\mathrm{U_1} - \mathrm{dU})\left(\frac{1}{\mathrm{R}} + \frac{2}{\mathrm{R_v}}\right)$ =>

  $$1 - \frac{\mathrm{dU}}{\mathrm{U}} = \frac{\frac{1}{\mathrm{R}} + \frac{1}{\mathrm{R_v}}}{\frac{1}{\mathrm{R}} + \frac{2}{\mathrm{R_v}}} = \frac{\mathrm{R_v} + \mathrm{R}}{\mathrm{R_v} + 2\mathrm{R}}$$

  $$\left(1 - \frac{\mathrm{dU}}{\mathrm{U}}\right)\mathrm{R_v} + 2\mathrm{R}\left(1 - \frac{\mathrm{dU}}{\mathrm{U}}\right) = \mathrm{R_v} + \mathrm{R}$$

  $$\frac{\mathrm{dU}}{\mathrm{U}}\mathrm{R_v} = \mathrm{R}\left(1 - \frac{2\mathrm{dU}}{\mathrm{U}}\right)$$

  $$\mathrm{R_v} = \mathrm{R}\left(\frac{\mathrm{U}}{d\mathrm{U}} - 2\right) \approx 5\ \text{Мом}$$

  Ответ: **5 МОм**

Вариант 2:

- Для измерения номинала некоего малого сопротивления к источнику постоянного напряжения **1 В** подключили цепь, состоящую из последовательно соединённых неизвестного резистора и амперметра. Первичное измерение тока в цепи дало значение **2 А**. Для проверки этого значения в цепь последовательно с первым подключили второй амперметр, идентичный первому. Оба прибора показали одинаковое значение тока, однако отличающееся на **0.04 А** от первичного измерения. Найдите внутреннее сопротивление амперметра. Ответ приведите в **миллиомах**, округлив до ближайшего целого.

  Решение:

  В первом измерении есть два последовательно соединённых резистора, для них:

  $\mathrm{U} = \mathrm{I}(\mathrm{R} + \mathrm{R_a})$ => $\mathrm{R} = \frac{\mathrm{U}}{\mathrm{I}} - \mathrm{R_a}$

  Для второго измерения

  $$\mathrm{U} = (\mathrm{I} - \mathrm{dI})(\mathrm{R} + 2\mathrm{R_a}) = (\mathrm{I} - \mathrm{dI})\left(\frac{\mathrm{U}}{\mathrm{I}} + \mathrm{R_a}\right) = \mathrm{U} - \mathrm{U}\frac{\mathrm{dI}}{\mathrm{I}} + (\mathrm{I} - \mathrm{dI})\mathrm{R_a}$$

  $$\mathrm{R_a} = \frac{\mathrm{U}}{\mathrm{I} - \mathrm{dI}}\frac{\mathrm{dI}}{\mathrm{I}} \approx 10\ \text{мОм}$$

Ответ: <u>**10 мОм**</u>

Вариант 3:

- К источнику постоянного напряжения последовательно подключены реостат и светодиод. Для обеспечения необходимого для светодиода напряжения в **3 В** ползунок реостата установили на расстоянии **5 см** от нулевого положения. При добавлении в цепь ещё одного такого же светодиода, подключённого последовательно, ползунок реостата пришлось установить на расстоянии **2 см** от нулевого положения, чтобы на каждом из светодиодов снова падало по **3 В.** Зная, что сопротивление реостата пропорционально расстоянию от ползунка до его нулевого положения, определите напряжение питания цепи. Ответ приведите в **вольтах**, округлив до ближайшего целого числа.

Решение:

Напряжение питание цепи складывается из падений напряжений на всех элементах:

$U = U_{L1} + U_d = U_{L2} + 2U_d$.

Так как напряжение на диоде одинаковое в обоих случаях, то и токи одинаковые.

Можно перейти к сопротивлениям:

$$R_{L1} + R_d = R_{L2} + 2R_d$$

$R_{L1} = \alpha L_1$ => $\alpha(L_1 - L_2) = R_d$ => $\alpha = \frac{R_d}{L_1 - L_2} = \frac{U_d}{I(L_1 - L_2)}$

Теперь вычисляем напряжение:

$$U = IR_{L1} + U_d = U_d\left(1 + \frac{L_1}{L_1 - L_2}\right) = 8\ \text{В}$$

Ответ: <u>**8 В**</u>

8-9.4. Топливный насос, подъемник:

Вариант 1:

- Воду из колодца глубиной **10 м** качают при помощи электрического насоса, питаемого от дизельного генератора. Какой объём воды можно извлечь из колодца, израсходовав **200** миллилитров топлива, если КПД всей установки составляет **0.2**? Удельная теплота сгорания дизельного топлива **q = 42.7 МДж/кг**, плотность воды **$\rho_в$ = 1000 кг/м^3**, плотность топлива **$\rho_д$=860 кг/м^3**. Ускорение свободного падения считать равным **10 Н/кг**. Ответ выразите в **кубических метрах**, округлив до ближайшего целого числа.
  Решение:
  При сгорании топлива выделяется энергия: $E = m_д C = \rho_д V_д C$, а полезная работа $W = \mu E$.
  С другой стороны, совершённая работа $W = m_в gH = \rho_в V_в gH$.
  Приравнивая, получаем $V_в = \frac{\mu \rho_д V_д q}{\rho_в g H} \approx 15\ м^3$.
  Ответ: <u>15 м^3</u>

Вариант 2:

- Воду из колодца глубиной **12 м** качают при помощи электрического насоса, питаемого от бензинового генератора. Сколько **литров** бензина потребуется, чтобы наполнить бассейн объемом **200 м^3**? КПД установки составляет **0.2.** Удельная теплота сгорания бензина **q = 44 МДж/кг**, плотность воды **$\rho_в$ = 1000 кг/м^3**, плотность дизеля **$\rho_д$=710 кг/м^3**. Ускорение свободного падения считать равным **10 Н/кг**. Ответ приведите, округлив до ближайшего целого числа.
  Решение:
  При сгорании топлива выделяется энергия: $E = m_б C = \rho_б V_б C$, а полезная работа $W = \mu E$.
  С другой стороны, совершённая работа $W = m_в gH = \rho_в V_в gH$.
  Приравнивая, получаем $V_б = \frac{\rho_в V_в g H}{\mu \rho_б q} \approx 4\ л$
  Ответ: <u>4 л</u>

Вариант 3:

- Песок извлекают из карьера глубиной **30 м** при помощи конвейера. За один час работы конвейер потребляет **14 л** дизельного топлива. Сколько **тонн** песка извлекает конвейер за это время, если коэффициент полезного действия всей системы составляет **15%**? Удельная теплота сгорания дизельного топлива **q = 42.7 МДж/кг**, плотность топлива **$\rho_д$=860 кг/м^3**, ускорение свободного падения считать равным **10 Н/кг**. Ответ приведите, округлив до ближайшего целого числа.
  Решение:
  При сгорании топлива выделяется энергия: $E = m_д C = \rho_д V_д C$, а полезная работа $W = \mu E$.
  С другой стороны, совершённая работа $W = m_п gH$.
  Приравнивая, получаем $m_п = \frac{\mu \rho_д V_д q}{gH} \approx 257\ т.$
  Ответ: <u>257 т.</u>

8-9.5. Термодинамика, испарение:

Вариант 1:

- Раскалённый до температуры **490 °C** платиновый кубик со стороной **5 см** поместили в пустой сосуд с площадью основания **40 см^2**. Второй такой же сосуд наполнен водой при температуре **74 °C** до уровня **8 см**. Всю воду из второго сосуда медленно переливают в сосуд с кубиком. Насколько выше будет уровень воды в сосуде с кубиком после установления равновесия по сравнению с исходным уровнем воды во втором сосуде? Удельная теплоёмкость воды **4,2·10^3 Дж/(кг·°C),** удельная теплоёмкость платины **133 Дж/(кг·°C)**, удельная теплота парообразования воды **2,3·10^6 Дж/кг**, плотность воды **1000 кг/м^3**, плотность платины **21400 кг/м^3**. Тепловыми потерями и изменением плотностей веществ пренебречь. Ответ приведите **в сантиметрах**, округлив до ближайшего целого.

  Решение:

  Теплота от кубика:

  $$Q_m = c_m a^3 \rho_m (T_1 - 100)$$

  Идет на нагрев и испарение воды:

  $$Q_w = c_w \rho_w S h(100 - T_2) + L\Delta m$$

  Изменение уровня воды за счет испарения:

  $$\Delta h_v = \frac{c_m a^3 n(T_1 - 100) - c_w S h(100 - T_2)}{S}$$

  Общее изменение уровня воды это вытесненная кубиком вода минус испаренная вода:

  $$\Delta h = \frac{a^3}{S} - \Delta h_v$$

  Ответ: <u>**2 см**</u>

Вариант 2:

- В пустой сосуд с площадью основания **40 см^2** поместили три платиновых шарика объемами **15, 25 и 35 см^3**, раскаленных до температуры **1750 °C**. Второй такой же сосуд наполнен водой при температуре **19 °C** до уровня **20 см**. Всю воду из второго сосуда медленно переливают в сосуд с шариками. Насколько выше будет уровень воды в сосуде с шариками после установления равновесия по сравнению с исходным уровнем воды во втором сосуде? Удельная теплоёмкость воды **4,2·10^3 Дж/(кг·°C),** удельная теплоёмкость платины **133 Дж/(кг·°C)**, удельная теплота парообразования воды **2,3·10^6 Дж/кг**, плотность воды **1000 кг/м^3**, плотность платины **21400 кг/м^3**. Тепловыми потерями и изменением плотностей веществ пренебречь. Ответ приведите **в сантиметрах**, округлив до ближайшего целого.

  Решение:

  Теплота от шариков:

  $$Q_m = c_m (V_1 + V_2 + V_3) \rho_m (T_1 - 100)$$

  Идет на нагрев и испарение воды:

  $$Q_w = c_w \rho_w S h(100 - T_2) + L\Delta m$$

  Изменение уровня воды за счет испарения:

  $$\Delta h_v = \frac{c_m (V_1 + V_2 + V_3) n(T_1 - 100) - c_w S h(100 - T_2)}{S}$$

  Общее изменение уровня воды это вытесненная шариками вода минус испаренная вода:

  $$\Delta h = \frac{(V_1 + V_2 + V_3)}{S} - \Delta h_v$$

  Ответ: <u>**1 см**</u>

Вариант 3:

- В пустой сосуд с площадью основания **20 см^2** поместили тело из платины массой **600 г**, раскаленное до температуры **1700 °С**. Второй такой же сосуд наполнен водой при температуре **86.5 °С** до уровня **15 см**. Всю воду из второго сосуда медленно переливают в сосуд с телом. Насколько ниже будет уровень воды в сосуде с телом после установления равновесия по сравнению с исходным уровнем воды во втором сосуде? Удельная теплоёмкость воды **4,2·10^3 Дж/(кг·°С),** удельная теплоёмкость платины **133 Дж/(кг·°С)**, удельная теплота парообразования воды **2,3·10^6 Дж/кг**, плотность воды **1000 кг/м^3**, плотность платины **21400 кг/м^3**. Тепловыми потерями и изменением плотностей веществ пренебречь. Ответ приведите **в сантиметрах**, округлив до ближайшего целого.

  Решение:

  Теплота от тела:

  $$Q_m = c_m m(T_1 - 100)$$

  Идет на нагрев и испарение воды:

  $$Q_w = c_w \rho_w S h(100 - T_2) + L\Delta m$$

  Изменение уровня воды за счет испарения:

  $$\Delta h_v = \frac{c_m m(T_1 - 100) - c_w \rho_w S h(100 - T_2)}{S\rho_w}$$

  Общее изменение уровня воды это вытесненная телом вода минус испаренная вода:

  $$\Delta h = \frac{m}{\rho_m S} - \Delta h_v$$

  Ответ: **<u>1 см</u>**

8-9.6. Гидростатика, гидравлический пресс:

Вариант 1:

- Два сообщающихся сосуда с площадями оснований **50 и 10 см²** заполнены водой. В каждом сосуде на поверхности воды находится по невесомой платформе, плотно прилегающей к стенкам сосуда. Платформа в меньшем сосуде прикреплена ко дну сосуда пружиной жесткостью **12 Н/м**. В этом состоянии платформа в большем сосуде расположена на **3 см** выше платформы в меньшем сосуде. Определите, какой массы груз надо поставить на платформу в большом сосуде, чтобы обе платформы расположились на одном уровне. Ответ приведите в **граммах**, округлив до ближайшего целого. Плотность воды равна **1000 кг/м³**, ускорение свободного падения примите равным **10 м/с²**.

  Решение:

  1) Записываем баланс давлений для начальной ситуации (в меньшем сосуде – давление столба жидкости и пружины, в большем – давление столба жидкости):
  $$\rho g h_1 + \frac{k\Delta x}{S_1} = \rho g h_2$$
  $$\rho g \Delta h = \frac{k\Delta x}{S_1},$$
  Где $\Delta h = h_2 - h_1$ - известная начальная разность уровней платформ, Δx – начальное растяжение пружины.
  2) Записываем баланс давлений для второй ситуации, когда на большую платформу ставят груз:
  $$\rho g h' + \frac{k(\Delta x + \Delta h_1)}{S_1} = \rho g h' + \frac{mg}{S_2}$$
  Где Δh_1 – изменение высоты столба жидкости в меньшем сосуде по сравнению с первоначальным положением. Поскольку известно, что платформы находятся на одном уровне, то давления столбов жидкостей одинаковы и сокращаются. Расписываем:
  $$\frac{k\Delta x}{S_1} + \frac{k\Delta h_1}{S_1} = \frac{mg}{S_2}$$
  Вместо первого слагаемого записываем выражение через известные по начальной ситуации:
  $$\rho g \Delta h + \frac{k\Delta h_1}{S_1} = \frac{mg}{S_2}$$
  Откуда:
  $$m = \frac{S_2}{S_1}(\rho \Delta h S_1 + \frac{k\Delta h_1}{g})$$

  Далее, используем соотношение несжимаемой жидкости:
  $$S_1 \Delta h_1 = S_2 \Delta h_2$$
  И соотношение между смещениями площадок по отношению к начальной ситуации (платформы выровнялись):
  $$\Delta h_1 + \Delta h_2 = \Delta h$$
  Откуда получаем:
  $$\Delta h_1 = \frac{\Delta h}{1 + \frac{S_1}{S_2}}$$
  И тогда:
  $$m = \frac{S_2}{S_1}\Delta h(\rho S_1 + \frac{k}{g(1 + \frac{S_1}{S_2})})$$

Ответ: **300 г.**

Вариант 2:

- Два сообщающихся сосуда с площадями оснований **40 и 10 см²** заполнены водой. В каждом сосуде на поверхности воды находится по невесомой платформе, плотно прилегающей к стенкам сосуда. Платформа в большем сосуде прикреплена ко дну сосуда пружиной жесткостью **50 Н/м**. В этом состоянии платформа в меньшем сосуде расположена на **10 см** выше платформы в большем сосуде. Определите, какой массы груз надо поставить на платформу в меньшем сосуде, чтобы обе платформы расположились на одном уровне. Ответ приведите в **граммах**, округлив до ближайшего целого. Плотность воды равна **1000 кг/м³**, ускорение свободного падения примите равным **10 м/с²**.

  Решение:

  3) Записываем баланс давлений для начальной ситуации (в меньшем сосуде – давление столба жидкости и пружины, в большем – давление столба жидкости):
  $$\rho g h_1 = \rho g h_2 + \frac{k\Delta x}{S_2}$$
  $$\rho g \Delta h = \frac{k\Delta x}{S_1},$$
  Где $\Delta h = h_1 - h_2$ - известная начальная разность уровней платформ, Δx – начальное растяжение пружины.

  4) Записываем баланс давлений для второй ситуации, когда на большую платформу ставят груз:
  $$\rho g h' + \frac{mg}{S_1} = \rho g h' + \frac{k(\Delta x + \Delta h_1)}{S_2}$$
  Где Δh_1 – изменение высоты столба жидкости в меньшем сосуде. Поскольку известно, что платформы находятся на одном уровне, то давления столбов жидкостей одинаковы и сокращаются. Расписываем:
  $$\frac{k\Delta x}{S_2} + \frac{k\Delta h_1}{S_2} = \frac{mg}{S_1}$$
  Вместо первого слагаемого записываем выражение через известные по начальной ситуации:
  $$\rho g \Delta h + \frac{k\Delta h_1}{S_2} = \frac{mg}{S_1}$$
  Откуда:
  $$m = \frac{S_1}{S_2}(\rho \Delta h S_2 + \frac{k\Delta h_1}{g})$$

  Далее, используем соотношение несжимаемой жидкости:
  $$S_1 \Delta h_1 = S_2 \Delta h_2$$
  И соотношение между смещениями площадок по отношению к начальной ситуации (платформы выровнялись):
  $$\Delta h_1 + \Delta h_2 = \Delta h$$
  Откуда получаем:
  $$\Delta h_2 = \frac{\Delta h}{1 + \frac{S_2}{S_1}}$$
  И тогда:
  $$m = \frac{S_1}{S_2}\Delta h(\rho S_2 + \frac{k}{g(1 + \frac{S_2}{S_1})})$$

Ответ: **125 г.**

ы

8.7. Балансировка рычага с льдинками:

Вариант 1:

- Невесомый рычаг длиной **120 см** закреплен на горизонтальной оси, проходящей через него на расстоянии **90 см** от левого края, и может свободно вращаться в вертикальной плоскости вокруг нее. К концам рычага подвесили льдинки, находящиеся при температуре плавления. Рычаг находится в горизонтальном положении. Льдинки начали греть: левую нагревателем с мощностью $\mathbf{P_1}$, правую нагревателем с мощность $\mathbf{P_2}$. Пока одна из льдинок не растаяла, рычаг оставался горизонтальным. Найти отношение мощностей $\mathbf{P_2:P_1}$. Считайте, что все тепло от нагревателей идет на плавление льдинок.

  Решение:

  Обозначим массу левой льдинки m1, правой m2, удельную теплоту плавления льда R. Изначально рычаг горизонтален, следовательно, моменты сил равны: m1*left = m2*(L - left). Льдинки начали растапливать. Изменение массы левой льдинки за малый промежуток времени dt равно dm1 = P1*dt / R, правой dm2 = P2*dt / R. Условие равновесия имеет вид (m1 - dm1)*left = (m2 - dm2)*(L - left). Следовательно, dm1*left = dm2*(L - left). Подставляя выражения для dm1 и dm2, находим P1*left = P2*(L-left) => P2:P1 = left:(L - left).

  Ответ: **3**

Вариант 2:

- Невесомый рычаг может свободно вращаться в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси. Левое плечо рычага относится к правому как 1:2. К концам рычага подвешены сосуды с водой, находящейся при температуре кипения, причем рычаг горизонтален. Сосуды начали одновременно нагревать. Во сколько раз мощность подводимого к левому сосуду тепла должна быть больше мощности подводимого к правому сосуду тепла, чтобы равновесие сохранилось?
  Решение: аналогичное варианту 1, left/(L-left)=1/2:.

  Ответ: **2**

Вариант 3:

- Две легкие пружины жесткостями 36 Н/м (первая) и 108 Н/м (вторая), имеющие в нерастянутом состоянии одинаковую длину, одним концом прикреплены к потолку. На нижний конец каждой пружине подвесили по льдинке. Пружины растянулись на одинаковую длину. Льдинки начали одновременно нагревать. Во сколько раз мощность тепла, подводимого к висящей на первой пружине льдинке, должна быть меньше мощности тепла, подводимого ко второй льдинке, чтобы пружины все время оставались одинаковой длины?

  Решение:

  Обозначим массу первой льдинки m1, второй m2, удельную теплоту плавления льда R, растяжение пружин X. Когда подвесили льдинки, выполнены условия равновесия k1*X = g*m1 и k2*X = g*m2, следовательно, m1*k2 = m2*k1 (*). Льдинки начали растапливать. Изменение массы левой льдинки за малый промежуток времени dt равно dm1 = P1*dt / R, правой dm2 = P2*dt / R. Пружины должны иметь одинаковую длину, поэтому выполнено равенство (*): (m1 - dm1)*k2 = (m2 - dm2)*k1. Следовательно, dm1*k2 = dm2*k1. Подставляя выражения для dm1 и dm2, находим P1*k2 = P2*k1 => P2:P1 = k2:k1.

Ответ: 3

9.7. Кинематика:

Вариант 1:

- Небольшой липкий шарик подбрасывают вверх с высоты в **1.25 м** над уровнем пола так, что он прилипает к потолку. Определите время движения шарика до потолка, если высота потолка равна **5 м**, а в первые **200 мс** движения он пролетел **48%** всего пути. Ответ приведите в **миллисекундах**, округлив до ближайшего целого. Ускорение свободного падения считать равным **10 м/с^2**.

  Решение:

  Пусть n – данная часть пути, H – высота потолка, t0 – все время движения, t1 – данное время первого отрезка пути.

  Рассматриваем первый отрезок движения. Записываем уравнение

  $$n(H-h_0)=v_0t_1-\frac{gt_1^2}{2}$$

  Откуда находим v0:

  $$v_0=\frac{n(H-h_0)}{t_1}-\frac{gt_1}{2}=10\text{ м/с}$$

  Далее записываем уравнение для всего движения:

  $$(H-h_0)=v_0t_0-\frac{gt_0^2}{2}$$

  Подставляя числовые значения, получаем квадратное уравнение на t0:

  $$5t_0^2-10t_0-3.75=0$$

  Откуда:

  $$t_0=1\pm 0.5\text{с}$$

  Из двух выражений выбираем меньшее, поскольку второе соответствует времени, если бы шарик не прилипал, а достигал максимальной высоты и начинал двигаться обратно.

  Ответ: 500 мс

Вариант 2:

- Липкое тело выстреливают из рогатки вертикально вверх с высоты в **1.25 м** над уровнем пола с начальной скоростью **10 м/с** так, что тело прилипает к потолку. Определите время движения тела до потолка, если высота потолка равна **5 м**, а в последние **300 мс** движения оно пролетело **52%** всего пути. Ответ приведите в **миллисекундах**, округлив до ближайшего целого. Ускорение свободного падения считать равным **10 м/с^2**.

  Решение:

  Пусть n – данная часть пути, H – высота потолка, t0 – все время движения, t1 – данное время второго отрезка пути. Тогда время первого отрезка пути t0-t1

  Рассматриваем первый отрезок движения. Записываем уравнение

  $$n(H-h_0)=v_0(t_0-t_1)-\frac{g(t_0-t_1)^2}{2}$$

  Откуда получаем квадратное уравнение на t0:

  $$5t_0^2-13t_0+5.75=0$$

  Откуда:

  $$t_0=1.3\pm 0.8\text{с}$$

  Из двух выражений выбираем меньшее, поскольку второе соответствует времени, если бы шарик не прилипал, а достигал максимальной высоты и начинал двигаться обратно.

Ответ: <u>**500 мс**</u>

8-9.8. Гидростатика:

Вариант 1:

- В цилиндрическом сосуде с маслом (плотность масла 0,9 г/см^3) плавает тонкостенная мензурка с **80 мл** воды (плотность 1 г/ см^3). Мензурка погружена в масло на **14 см**. В сосуд поверх масла аккуратно наливают керосин (плотность керосина 0,8 г/см^3) так, что поверхность масла и поверхность воды оказываются на одном уровне. Найдите объем налитого керосина. Ответ дайте в **миллилитрах**, округлив до ближайшего целого. Мензурка вертикальна, не касается дна. Площадь основания сосуда **24 см^2**, мензурки -- **8 см^2**. Жидкости не смешиваются.

  Решение:
  <u>До наливания жидкости p3:</u>
  На мензурку действуют сила тяжести g*M (M -- масса мензурки и жидкости p2) и сила Архимеда g*p1*S2*h1 (h1 -- глубина погружения мензурки в жидкость p1, тогда объем погруженной части равен S2*h1). Условие равновесия 1: g p1 S2 h1 = g M.
  <u>После наливания жидкости p3:</u>
  Изменяется сила Архимеда, действующая на мензурку. Теперь давление жидкости в стакане на уровне дна мензурки равно Pressure = g*(p3*h + p1*h2), где h -- толщина слоя третьей жидкости, h2 -- новая глубина погружения мензурки в жидкость p1. Следовательно, выталкивающая сила равна Pressure*S2 = g*S2*(p3*h + p1*h2). По условию поверхности жидкости p1 и жидкости в мензурке на одном уровне, а стенки мензурки тонкие => h2*S2 = V (это известный из условия объем жидкости в мензурке). Условие равновесия 2: g p1V + g p3 S2 h = g M.
  Из У.Р.1 и У.Р.2 получаем равенство
  p1*V + p3*S2*h = p1*S2*h1 => h = p1/p3 * (h1 - V/S2) => Объем третьей жидкости h(S1 - S2) = ...
  Ответ: <u>**72 мл**</u>

Вариант 2:

- Цилиндрический мерный стакан заполнен жидкостью до отметки **100 мл**. В него аккуратно опускают пустую мензурку массой **40 г**, что приводит к подъему уровня жидкости до отметки **110 мл**. После этого в мензурку насыпали **8** дробинок, и жидкость поднялась до отметки **130 мл**. Мензурка вертикальна, не касается дна. Найдите массу одной дробинки. Ответ дайте в **граммах**, округлив до ближайшего целого.

  Решение:

  Рассмотрим мензурку без дробинок. Мензурка вытеснила V1 - V0 мл жидкости => Сила Архимеда равна g*p*(V1 - V0), условие равновесия мензурки без дробинок: g*p*(V1 - V0) = g*M. Здесь p -- плотность жидкости. При добавлении дробинок вытеснилось еще V2 - V1 мл жидкости => g*p*(V2 - V1) = g*k*m (“добавочная” сила Архимеда). Делим одно уравнение на другое, находим массу дробинки: m = M*(V2 - V1)/(k*(V1 - V0)).

  *вместо “добавочной” силы Архимеда можно просто написать условие равновесия мензурки с дробинками: g*p*(V2 - V0) = g*(M + k*m). Далее из двух уравнений выражаем m.

  Ответ: <u>**10 г**</u>

Вариант 3:

- В сосуд, частично заполненный водой (плотность 1 г/мл), аккуратно опустили тонкостенную мензурку с **30 мл** керосина (плотность 0,8 г/мл). Мензурка погрузилась в жидкость на **10 см**. Какой объем керосина нужно долить в мензурку, чтобы поверхности жидкостей в мензурке и в сосуде оказались на одном уровне? Все сосуды цилиндрические, площадь основания мензурки **4 см^2**. Мензурка вертикальна, не касается дна, жидкость из сосудов не выливается. Ответ дайте в **миллилитрах**, округлив до ближайшего целого.

  Решение:

  Изначально на мензурку действует сила тяжести g*(m + p2*V), где m -- масса пустой мензурки, и сила Архимеда g*p1*h1*S. Условие равновесия мензурки с жидкостью: g*(m + p2*V) = g*p1*h1*S. Отсюда m = p1*h1*S - p2*V. Обозначим новый объем жидкости в мензурке W. Мензурка опустилась, поверхности жидкостей на одном уровне, стенки мензурки тонкие => Новая сила тяжести равна g*(m + p2*W), а сила Архимеда g*p1*W (объем погруженной части мензурки равен объему жидкости в ней). Условие равновесия: m + p2*W = p1*W. Подставляем выражение для массы: p1*h1*S - p2* V = (p1 - p2)*W => W - V = (p1*h1*S - p1* V)/(p1 - p2).

  Ответ: **<u>50 мл</u>**