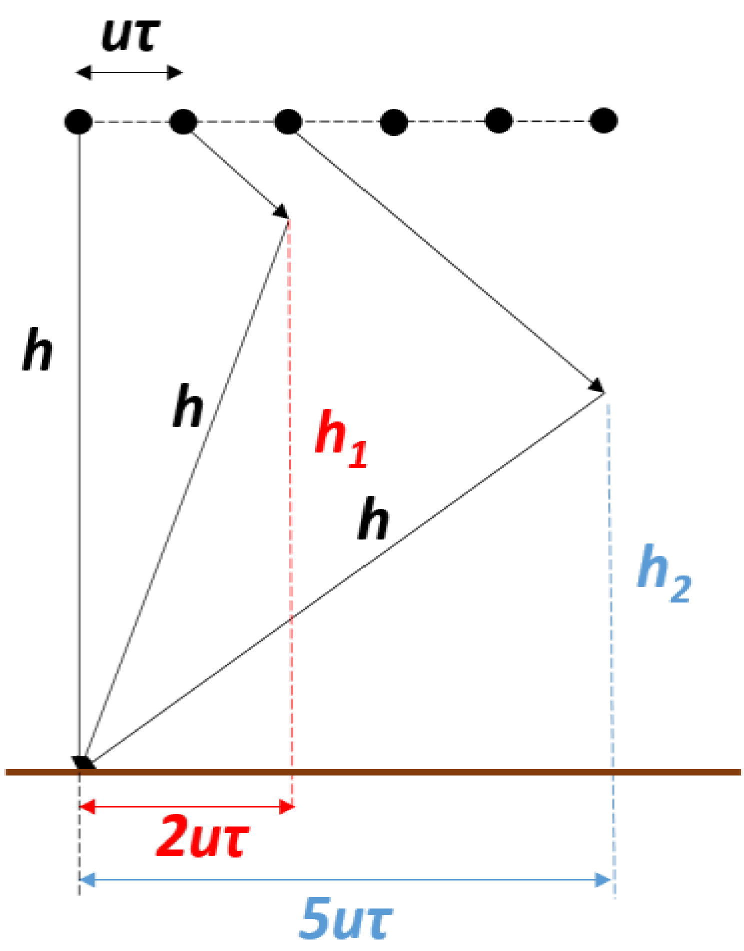
8 класс, вариант 1

Задача 1

Из самолёта Ан-2, летящего горизонтально с постоянной скоростью, через равные промежутки времени по одному выпрыгивают парашютисты. Первый из них открыл парашют сразу после того, как покинул самолёт, и далее двигался вертикально вниз к земле. Второй открыл свой парашют на высоте **2.86 км** в момент покидания самолёта третьим парашютистом, а третий – на высоте **2 км** в момент прыжка шестого. Известно, что первые три парашютиста приземлились в одну точку и провели в воздухе с раскрытым парашютом одинаковое время. Определите высоту полёта самолёта. Считайте, что с раскрытым парашютом парашютисты движутся прямолинейно и с одинаковой и постоянной по модулю скоростью, и что до раскрытия парашюта горизонтальная составляющая скорости парашютистов остается постоянной.

Решение:

Поскольку по условию первые три парашютиста с момента раскрытия своего парашюта двигались одинаковое время и скорость с парашютом одинакова, то пройденное расстояние с парашютом у них также одинаковое. Также, поскольку первый парашютист раскрыл парашют сразу после прыжка, то пройденное им расстояние равно высоте полета самолета. Общая картина изображена на рисунке:



Рассмотрим два прямоугольных треугольника с вертикальными катетами h1 и h2 (высота раскрытия парашюта второго и третьего парашютиста, соответственно, даны по условию). Поскольку скорость движения самолета постоянна, и парашютисты выпрыгивают через одинаковые интервалы времени, то горизонтальные катеты определяются из порядка следования парашютистов. По теореме Пифагора получаем систему:

$$\begin{cases} h^2 = h_1^2 + (2u\tau)^2 \\ h^2 = h_2^2 + (5u\tau)^2 \end{cases}$$

Из первого уравнения получаем:

$$(u\tau)^2 = \frac{h^2 - h_1^2}{4}$$

Подставляем во второе уравнение:

$$h^2 = h_2^2 + \frac{25}{4}(h^2 - h_1^2)$$

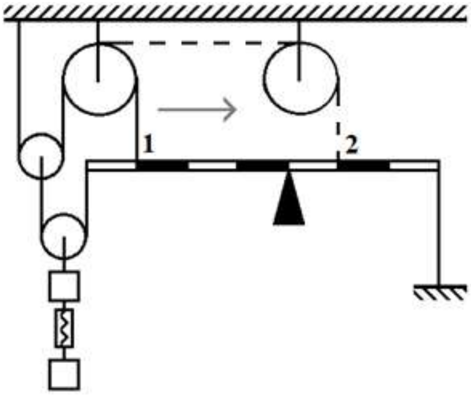
$$\frac{25}{4}h_1^2 - h_2^2 = \frac{25}{4}h^2 - h^2$$

$$h^2 = \frac{25h_1^2 - 4h_2^2}{21} \approx 9 \text{ км}^2$$

Ответ: 3 км

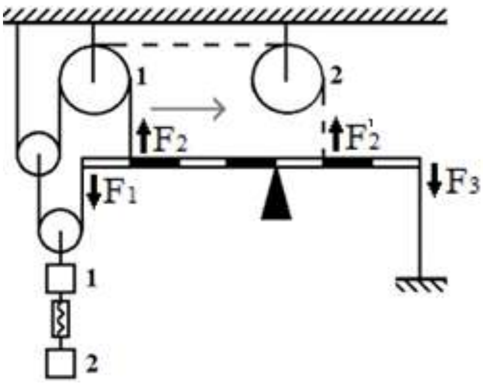
Задача 2

Система из трёх невесомых блоков прикреплена к рычагу невесомыми нерастяжимыми нитями, как показано на рисунке. На нижнем из блоков закреплены два грузика одинакового объёма, причем плотность материала нижнего в **2 раза** больше плотности верхнего. Динамометр, подвешенный между ними, показывает **60 Н**. Рычаг удерживается в горизонтальном положении нитью, прикрепленной к его правому концу. Трение между нитями и блоками отсутствует, система находится в равновесии. В какой-то момент, не меняя других параметров, нить нарастили и перекинули через ещё один блок и закрепили в положении 2. Определите, на сколько в результате изменилась сила натяжения правой невесомой нерастяжимой нити, удерживающей рычаг в горизонтальном положении?



Решение:

Введём следующие обозначения для данных нам в задаче величин: $D = 60$ Н, $2\rho_1 = \rho_2$, m_1 – масса верхнего грузика, m_2 – масса нижнего грузика.



Отметим на рисунке действующие на рычаг силы. Динамометр показывает величину силы упругости, возникающей в нём при подвешивании к нему грузика №2: $D = m_2 g$. Поскольку $\rho = \frac{m}{V}$, то $m_1 = \frac{m_2}{2}$. Исходя из рисунка определим плечи действующих на рычаг сил: $l_1 = 4$ усл. ед., $l_2 = 3$ усл. ед., $l_2' = 1$ усл. ед. (после наращивания нити), $l_3 = 3$ усл. ед., рассмотрим силы, действующие на рычаг, и составим уравнения согласно правилу моментов до того, нарастили нить (F_1, l_2 и F_3), и после (F_1', l_2' и F_3'):

$$F_1 = \frac{m_1 g + m_2 g}{2} = \frac{\frac{m_2}{2} g + m_2 g}{2} = \frac{3 m_2 g}{4} = \frac{3D}{4} \longrightarrow F_1' = F_1$$

$$F_2 = \frac{F_1}{2} \longrightarrow F_2' = F_2 = \frac{F_1}{2}$$

$$F_3 \longrightarrow F_3'$$

$$F_1 l_1 = F_2 l_2 + F_3 l_3 \qquad F_1 l_1 + F_2 l_2' = F_3' l_3$$

Определим, на сколько изменится сила натяжения нити, удерживающей рычаг в горизонтальном положении:

$$\Delta F_3 = F_3' - F_3 = \frac{F_1 l_1 + F_2 l_2'}{l_3} - \frac{F_1 l_1 - F_2 l_2}{l_3} = \frac{l_2' + l_2}{l_3} F_2 = \frac{l_2' + l_2}{l_3} \frac{F_1}{2} = \frac{l_2' + l_2}{l_3} \frac{3D}{4 \cdot 2} =$$

$$= \frac{1+3}{3} \cdot \frac{3 \cdot 60}{4 \cdot 2} = 30 \text{ Н}$$

Ответ: Сила натяжения нити, удерживающей рычаг в горизонтальном положении, увеличится на 30Н.

Задача 3

В цилиндрический сосуд с площадью основания **200 см²** налито некоторое количество жидкости плотностью **1.1 г/см³**. В жидкости плавает кубик, скреплённый с дном сосуда пружиной жёсткостью **8800 Н/м**. Пружина изначально не деформирована. После того, как в сосуд долили ещё **300 мл** той же жидкости, пружина растянулась на **1.25 см**. Верхняя грань кубика все время выступала над поверхностью жидкости. Определите изменение высоты погруженной части кубика.

Решение:

Обозначим изначальное погружение кубика в жидкость как h. В состоянии равновесия пружина не растянута:

$$\rho g S h = mg$$

Где ρ – плотность жидкости, S – площадь основания кубика, m – масса кубика.

Объем жидкости в сосуде V_0 выражается через длину пружины в нерастянутом состоянии x_0 и глубину погружения кубика:

$$V_0 = h(S_0 - S) + x_0 S_0$$

Где S_0 – площадь основания сосуда.

Далее, в сосуд наливают известное количество жидкости V. Пружинка растягивается на Δx, тело погружается в жидкость на Δh. В состоянии равновесия:

$$\rho g S(h + \Delta h) = mg + k\Delta x$$

$$\rho g S \Delta h = k\Delta x$$

Выразим неизвестную площадь основания через Δh:

$$S = \frac{k\Delta x}{\rho g \Delta h}$$

Вновь выразим объем жидкости в сосуде $V_0{}'$ через длину пружины и глубину погружения:

$$V_0' = (h + \Delta h)(S_0 - S) + (x_0 + \Delta x)S_0$$

С другой стороны, новый объем равен изначальному объему плюс добавленному:

$$V_0' = V_0 + V = h(S_0 - S) + x_0 S_0 + V$$

Приравниваем:

$$(h + \Delta h)(S_0 - S) + (x_0 + \Delta x)S_0 = h(S_0 - S) + x_0 S_0 + V$$

$$\Delta h(S_0 - S) + \Delta x S_0 = V$$

Подставляем S:

$$\Delta h S_0 - \Delta h \frac{k\Delta x}{\rho g \Delta h} + \Delta x S_0 = V$$

$$\Delta h - \frac{k\Delta x}{\rho g S_0} + \Delta x = \frac{V}{S_0}$$

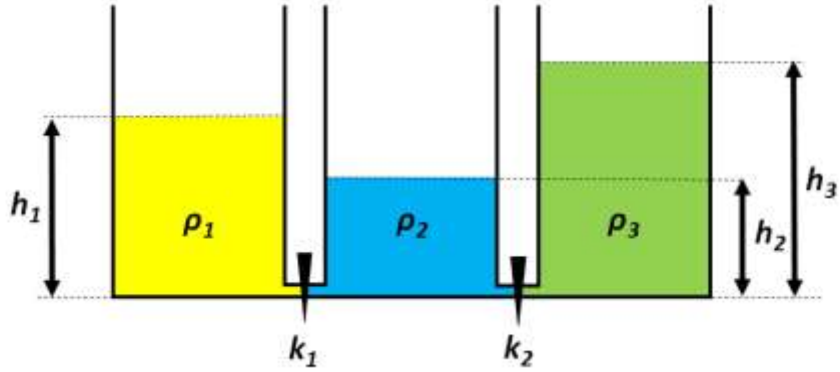
$$\Delta h = \frac{V + \frac{k\Delta x}{\rho g}}{S_0} - \Delta x$$

При подстановке численных значений выясняется, что изменение высоты погруженной части кубика составляет порядка 50 см. Это означает, что сторона кубика превышает 50 см, и площадь его основания уж точно превышает площадь сосуда. Очевидно, что какие-то из значений в условии указаны некорректно.

Ответ: $\frac{V+\frac{k\Delta x}{\rho g}}{S_0} - \Delta x$, численные значения в условии указаны некорректно.

Задача 4

Три одинаковых сосуда соединены тонкими трубками, перекрытыми кранами $\mathbf{k_1}$ и $\mathbf{k_2}$. В сосуды наливают жидкости с плотностями $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$. В левый сосуд наливают жидкость ρ_1 до уровня $\mathbf{h_1 = 14}$ **см**, в центральный — жидкость ρ_2 до уровня $\mathbf{h_2 = 12}$ **см**, в правый — жидкость ρ_3 до уровня $\mathbf{h_3 = 30}$ **см**. Затем открывают кран $\mathbf{k_1}$, дожидаются, когда столбики жидкостей в сосудах придут в равновесие (жидкости не перемешиваются), после чего закрывают. Потом открывают кран $\mathbf{k_2}$, дожидаются равновесия, и закрывают. В результате в центральном и правом сосудах под первоначальной жидкостью образовался слой жидкости из левого сосуда**,** причем его толщина в центральном сосуде оказалась в **2 раза** меньше установившегося уровня жидкости в левом сосуде, а в правом — в **4 раза** меньше. Найдите отношение плотностей $\rho_1:\rho_2:\rho_3$. Жидкости не смешиваются и не выливаются из сосудов.



Решение.

По условию жидкость из левого сосуда оказалась в центральном и правом сосудах. Поэтому, когда открыли кран $\mathbf{k_1}$, жидкость перетекла из левого в центральный и образовала у дна слой некоторой толщиной **a**.

Условие равновесия имеет вид (на g поделили в уме)

$$(h_1 - a)\rho_1 = h_2\rho_2 + a\rho_1 \Rightarrow a = \frac{h_1\rho_1 - h_2\rho_2}{2\rho_1}$$

Закрыли k1, открыли k2. По условию, из центрального в правый затечет только жидкость плотностью ρ_1.

Условие равновесия имеет вид

$$h_2\rho_2 + (a - b)\rho_1 = h_3\rho_3 + b\rho_1 \Rightarrow b = \frac{a\rho_1 + h_2\rho_2 - h_3\rho_3}{2\rho_1}$$

По условию,

$$h_1 - a = p(a - b)$$
$$h_1 - a = qb$$

Отсюда

$$\begin{cases} 2(h_1\rho_1 + h_2\rho_2) = p(h_1\rho_1 - 3h_2\rho_2 + 2\,h_3\rho_3) \\ 2(h_1\rho_1 + h_2\rho_2) = q(h_1\rho_1 + h_2\rho_2 - \,2h_3\rho_3) \end{cases}$$

Подставим числа:

$$\begin{cases} 2(14\rho_1 + 12\rho_2) = 2(14\rho_1 - 36\rho_2 + 60\rho_3) \\ 2(14\rho_1 + 12\rho_2) = 4(14\rho_1 + 12\rho_2 - 60\rho_3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 48\rho_2 = 60\rho_3 \\ 14\rho_1 + 12\rho_2 = 60\rho_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\rho_2}{\rho_3} = \dfrac{5}{4} \\ 14\rho_1 + 12\rho_2 = 96\rho_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\rho_2}{\rho_3} = \dfrac{5}{4} \\ \dfrac{\rho_1}{\rho_2} = 6 \end{cases}$$

Задача 5

В сосуде находится некоторое количество воды при температуре **0°C**, система находится в тепловом равновесии. Сосуд нагревают, прикладывая постоянную мощность в течение определённого времени. После прекращения нагрева, когда температуры выровнялись, температура воды составила **50°C**. Эту воды вылили из сосуда и налили в него столько же воды при температуре **0°C**. После повторения процедуры нагрева и установления теплового равновесия температура воды оказалась равной **60°C**. Воду сливают вновь, наливают столько же воды при температуре **0°C** и повторяют нагрев. Какова будет температура воды после установления теплового равновесия? Теплопотерями пренебречь.

Решение:

Напишем баланс тепловых энергий для трёх итераций процесса. Когда заменяем воду сосуд остаётся горячим.

c*m*T0 + C*T0 + Q = c*m*T1 + C*T1

c*m*T0 + C*T1 + Q = c*m*T2 + C*T2

c*m*T0 + C*T2 + Q = c*m*T3 + C*T3

Вычтем из второго и третьего уравнений первое:

C*(T1-T0) = c*m*(T2-T1) + C*(T2-T1)

C*(T2-T0) = c*m*(T3-T1) + C*(T3-T1)

C*(2*T1-T2-T0) = c*m*(T2-T1)

C = c*m*(T2-T1)/ (2*T1-T2-T0)

T3 - T1 = C*(T2-T0) / (c*m + C)

T3 = T1 + (T2-T1)*(T2-T0) / ((2*T1-T2-T0)* (1 + (T2-T1)/ (2*T1-T2-T0)))

T3 = T1 + (T2-T1)*(T2-T0) / ((2*T1-T2-T0) + (T2-T1))

T3 = T1 + (T2-T1)*(T2-T0) / (T1-T0)

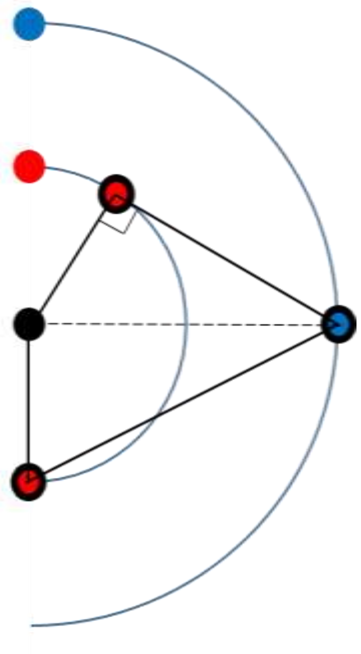
Подставляя значения, получаем T3 = 62°C

8 класс, вариант 2

Задача 1

Танкер «Ближний Восток» и почтовый корабль «Порт Дальний» огибают маяк с востока, двигаясь с постоянными скоростями по часовой стрелке по окружностям, центром которых является маяк. В тот момент, когда оба корабля находятся точно к северу от маяка, причём «Порт Дальний» вдвое дальше, чем «Ближний Восток», с маяка стартует катер, движущийся со скоростью **36 км/ч**. Сначала он посещает танкер, потом встречается с почтовым кораблём точно к востоку от маяка, затем вновь посещает танкер, и наконец возвращается к маяку, двигаясь точно на север. Определите скорости кораблей, если после первого посещения танкера катер повернул ровно на **90 градусов**. В этом регионе моря течений нет, между кораблями катер двигается по прямой и после каждой встречи сразу двигается дальше.

Решение:



Окружности, по которым движутся корабли, относятся как 1:2 (танкер ближе к маяку). Обозначим радиус меньшей как R. Движение катера между кораблями изображено на рисунке. Обозначим скорость танкера v_1, скорость почтового корабля v_2, скорость катера - v.

Движение катера между кораблями изображено на рисунке. На первом интервале времени танкер двигается по окружности радиусом R, почтовый корабль двигается по окружности $2R$, в предполагаемую точку встречи с танкером по прямой двигается катер.

Далее катер идет от танкера в предполагаемую точку встречи с почтовым кораблем, который продолжает движение по окружности радиуса $2R$. По условию катер встречается с почтовым кораблем строго к востоку от маяка. Поскольку по условию дано, что после встречи с танкером катер поворачивает на 90 градусов, то расстояние, пройденное катером на этом отрезке пути, находится из прямоугольного треугольника:

$$l_2{}^2 = 4R^2 - R^2 = 3R^2, l = R\sqrt{3}$$

К моменту встречи почтовый корабль прошел четверть окружности. Приравнивая времена движения катера и почтового корабля, имеем:

$$\frac{R + R\sqrt{3}}{v} = \frac{\pi * 2R}{2v_2}$$

Откуда находим скорость почтового корабля:

$$v_2 = \frac{\pi v}{1 + \sqrt{3}} = \frac{36\pi}{1 + \sqrt{3}}$$

На третьем интервале катер движется от почтового корабля к танкеру и встречает его к югу от маяка. Пройденное им расстояние на этом отрезке – гипотенуза прямоугольного треугольника:

$$l_3{}^2 = 4R^2 + R^2 = 5R^2, l_3 = R\sqrt{5}$$

К моменту встречи с начала движения по окружности танкер прошел половину этой окружности. Приравнивая полные времена движения, имеем:

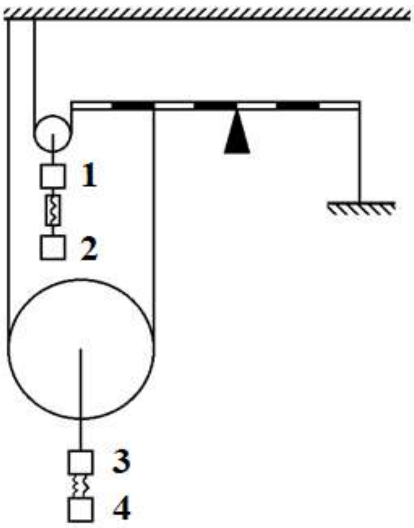
$$\frac{R + R\sqrt{3} + R\sqrt{5}}{v} = \frac{\pi R}{v_1}$$

Откуда находим скорость танкера:

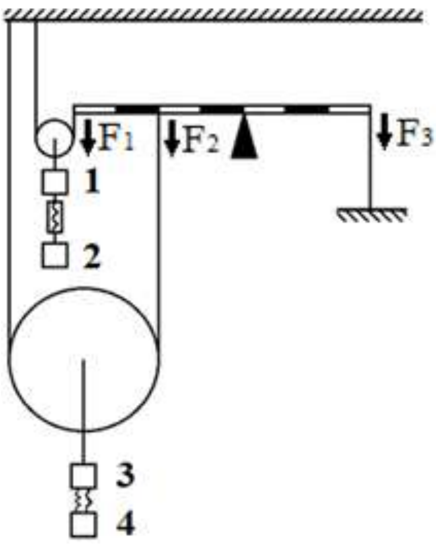
$$v_1 = \frac{\pi v}{1 + \sqrt{3} + \sqrt{5}} = \frac{36\pi}{1 + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$$

Задача 2

Система из двух невесомых блоков прикреплена к рычагу невесомыми нерастяжимыми нитями, как показано на рисунке. На каждом из блоков закреплено по системе грузиков неизвестных и отличных друг от друга масс. Динамометр, между грузиками 1 и 2, прикрепленными к верхнему из блоков, показывает **12 Н**. Грузики 3 и 4, прикрепленные к нижнему из блоков, соединены пружинами одинаковой длины с жёсткостью **150** и **200 Н/м**, которые под тяжестью нижнего грузика растянулись на **6 см** от своей исходной длины. Рычаг удерживается в горизонтальном положении невесомой нерастяжимой нитью, прикрепленной к его правому концу. На сколько изменится сила натяжения этой нити, если грузики 2 и 4 поменять местами? Трение между нитями и блоками отсутствует, система находится в равновесии.



Решение:



Введём следующие обозначения для данных нам в задаче величин:

$$D = 12\ \text{Н}, k_1 = 150\frac{\text{Н}}{\text{м}}, k_2 = 200\frac{\text{Н}}{\text{м}}, x = 0{,}06\ \text{м}.$$

Отметим на рисунке действующие на рычаг силы. Динамометр показывает величину силы упругости, возникающей в нём при подвешивании к нему грузика №2: $D = m_2 g$. Сила упругости, возникающая в пружинках между грузиками №3 и №4, численно равна силе тяжести, действующей на грузик №4: $(k_1 + k_2)x = m_4 g$. Исходя из рисунка определим плечи действующих на рычаг сил: $l_1 = 4\ \text{усл. ед.}$, $l_2 = 2\ \text{усл. ед.}$, $l_3 = 3\ \text{усл. ед.}$, рассмотрим силы, действующие на рычаг, и составим уравнения согласно правилу моментов до того, как грузики №2 и №4 поменяли местами (F_1, F_2 и F_3), и после (F_1', F_2' и F_3'):

$$F_1 = \frac{m_1 g + m_2 g}{2} = \frac{m_1 g + D}{2} \longrightarrow F_1' = \frac{m_1 g + m_4 g}{2} = \frac{m_1 g + (k_1 + k_2)x}{2}$$

$$F_2 = \frac{m_3 g + m_4 g}{2} = \frac{m_3 g + (k_1 + k_2)x}{2} \longrightarrow F_2' = \frac{m_3 g + m_2 g}{2} = \frac{m_3 g + D}{2}$$

$$F_3 \longrightarrow F_3'$$

$$F_1 l_1 + F_2 l_2 = F_3 l_3 \qquad F_1' l_1 + F_2' l_2 = F_3' l_3$$

Определим, на сколько изменится сила натяжения нити, удерживающей рычаг в горизонтальном положении:

$$\Delta F_3 = F_3' - F_3 = \frac{F_1' l_1 + F_2' l_2}{l_3} - \frac{F_1 l_1 + F_2 l_2}{l_3} =$$

$$= \frac{m_1 g + (k_1 + k_2)x}{2} \frac{l_1}{l_3} + \frac{m_3 g + D}{2} \frac{l_2}{l_3} - \frac{m_1 g + D}{2} \frac{l_1}{l_3} - \frac{m_3 g + (k_1 + k_2)x}{2} \frac{l_2}{l_3} =$$

$$= \frac{(k_1 + k_2)x}{2} \frac{l_1}{l_3} + \frac{D}{2} \frac{l_2}{l_3} - \frac{D}{2} \frac{l_1}{l_3} - \frac{(k_1 + k_2)x}{2} \frac{l_2}{l_3} = (k_1 + k_2)x \cdot \left(\frac{l_1}{2l_3} - \frac{l_2}{2l_3}\right) - D\left(\frac{l_1}{2l_3} - \frac{l_2}{2l_3}\right)$$

$$= \frac{l_1 - l_2}{2l_3} \cdot \left((k_1 + k_2)x - D\right) = \frac{4 - 2}{2 \cdot 3} \cdot \left((150 + 200) \cdot 0{,}06 - 12\right) = 3\ \text{Н}$$

Ответ: Сила натяжения нити, удерживающей рычаг в горизонтальном положении, увеличится на 3Н.

Задача 3

В цилиндрический сосуд налито некоторое количество жидкости плотностью **0.8 г/см^3**. В жидкости плавает кубик, скреплённый с дном сосуда и его крышкой пружинами жёсткостью **2000** и **2400 Н/м**, соответственно. Пружины соединены параллельно и изначально не деформированы. Площадь грани кубика в **2 раза** меньше площади основания сосуда. В сосуд долили ещё **687.5 мл** жидкости плотностью **0.64 г/см^3**, после чего высота погруженной в первую жидкость части кубика изменилась на **1 см**. Верхняя грань кубика все время выступала над поверхностью жидкости. Определите площадь основания сосуда.

Решение:

Обозначим изначальное погружение кубика в жидкость как h. В состоянии равновесия пружины не растянуты:

$$\rho_1 gSh = mg$$

Где ρ_1 – плотность первой жидкости, S – площадь основания кубика, m – масса кубика.

Объем жидкости в сосуде V_0 выражается через длину нижней пружины в нерастянутом состоянии x_0 и глубину погружения кубика:

$$V_0 = h(S_0 - S) + x_0 S_0$$

Где S_0 – площадь основания сосуда.

Далее, в сосуд наливают известное количество жидкости V плотностью ρ_2. Нижняя пружинка растягивается на Δx, верхняя сжимается на Δx, тело поднимается из первой жидкости на Δh. В состоянии равновесия:

$$\rho_1 S(h - \Delta h)g + \rho_2 S h_2 g = mg + (k_1 + k_2)\Delta x$$

$$-\rho_1 S\Delta h g + \rho_2 S h_2 g = (k_1 + k_2)\Delta x$$

Где h_2 – толщина слоя второй жидкости, которая связана с данным по условию объемом как:

$$h_2 = \frac{V}{S_0 - S}$$

Вновь выразим объем жидкости в сосуде V_0 через длину пружины и глубину погружения:

$$V_0 = (h - \Delta h)(S_0 - S) + (x_0 + \Delta x)S_0$$

Приравниваем:

$$(h - \Delta h)(S_0 - S) + (x_0 + \Delta x)S_0 = h(S_0 - S) + x_0 S_0$$

$$\Delta x S_0 = \Delta h(S_0 - S)$$

$$\Delta x = \Delta h\left(1 - \frac{S}{S_0}\right)$$

Далее:

$$-\rho_1 S\Delta hg + \rho_2 \frac{S}{S_0}\frac{V}{1-\frac{S}{S_0}} g = (k_1 + k_2)\Delta h\left(1 - \frac{S}{S_0}\right)$$

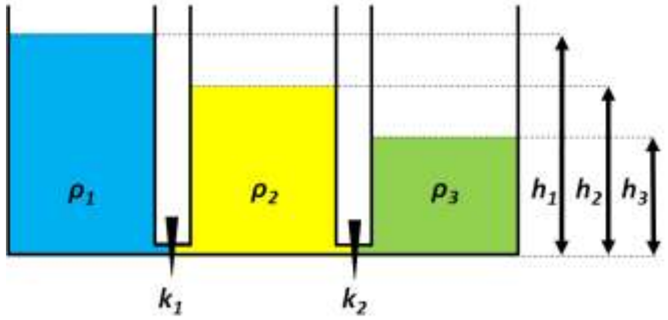
$$S = \frac{\rho_2 \frac{V}{\alpha - 1} g - (k_1 + k_2)\Delta h\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right)}{\rho_1 \Delta hg}$$

Подставляя данные по условию численные значения, получаем отрицательное значение площади, чего не может быть. Отсюда следует вывод, что описанная в условии ситуация нефизичка.

Ответ: $S = \frac{\rho_2 \frac{V}{\alpha-1} g - (k_1+k_2)\Delta h\left(1-\frac{1}{\alpha}\right)}{\rho_1 \Delta hg}$, ситуация нефизична.

Задача 4

Три одинаковых сосуда соединены тонкими трубками, перекрытыми кранами $\mathbf{k_1}$ и $\mathbf{k_2}$. В сосуды наливают жидкости с плотностями $\boldsymbol{\rho_1}$**=1 г/мл**, $\boldsymbol{\rho_2}$**=0.8 г/мл**, $\boldsymbol{\rho_3}$**=0.7 г/мл**. В левый сосуд наливают жидкость $\boldsymbol{\rho_1}$ уровня $\mathbf{h_1}$, в центральный - жидкость $\boldsymbol{\rho_2}$ до уровня $\mathbf{h_2}$, в правый - жидкость $\boldsymbol{\rho_3}$ до уровня $\mathbf{h_3}$. Затем открывают кран $\mathbf{k_2}$, дожидаются, когда столбики жидкостей в сосудах придут в равновесие (жидкости не перемешиваются), после чего закрывают. Потом открывают кран $\mathbf{k_1}$, дожидаются равновесия, и закрывают. В результате высота жидкости в левом сосуде оказалась равна $\mathbf{h_2}$, а толщина слоя жидкости $\boldsymbol{\rho_1}$ в центральном сосуде оказалась равна $\mathbf{h_3}$. Определите отношение начальных высот $\mathbf{h_1{:}h_2{:}h_3}$.



Решение.

Открыли кран k2. Жидкость из центрального сосуда потечет в правый.

Условие равновесия

$$a\rho_2 = (h_2 - a)\rho_2 + h_3\rho_3$$

Высота столба жидкости в центральном сосуде стала равна

$$a = \frac{h_2\rho_2 + h_3\rho_3}{2\rho_2}$$

Закрыли k2, открыли k1. Жидкость из левого сосуда потечет в центральный.

Условие равновесия

$$b\rho_1 = (h_1 - b)\rho_1 + a\rho_2$$

Высота столба жидкости в левом сосуде стала равна

$$b = \frac{h_1\rho_1 + a\rho_2}{2\rho_1} = \frac{2h_1\rho_1 + h_2\rho_2 + h_3\rho_3}{4\rho_1}$$

Высота слоя жидкости $\boldsymbol{\rho_1}$ в центральном сосуде равна

$$h_1 - b = \frac{2h_1\rho_1 - h_2\rho_2 - h_3\rho_3}{4\rho_1}$$

По условию $b = h_2$, $h_1 - b = h_3$:

$$\begin{cases} 2h_1\rho_1 + h_2\rho_2 + h_3\rho_3 = 4\rho_1 h_2 \\ 2h_1\rho_1 - h_2\rho_2 - h_3\rho_3 = 4\rho_1 h_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_2\rho_2 + h_3\rho_3 = 2\rho_1(h_2 - h_3) \\ h_1 = h_3 + h_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{h_2}{h_3} = \dfrac{2\rho_1 + \rho_3}{2\rho_1 - \rho_2} = 9/4 \\ \dfrac{h_1}{h_2} = \dfrac{h_3}{h_2} + 1 = \dfrac{4\rho_1 + \rho_3 - \rho_2}{2\rho_1 + \rho_3} = 38/27 \end{cases}$$

Задача 5

Имеются три одинаковых термоса. В первом термосе находится лёд при температуре **–20°C**, во втором холодная вода при температуре **0°C**, а в третьем – горячая вода при температуре кипения **100°C**. Массы всех термосов с учётом их содержимого одинаковы. Экспериментатор начинает последовательно измерять температуру веществ в термосах при помощи точного термометра. Изначально термометр находился в термосе со льдом и показывал температуру **–20°C**. После этого экспериментатор перенёс термометр в термос с холодной водой, где после установления теплового равновесия он стал показывать температуру **0°C**. Затем термометр был перенесён в термос с горячей водой, где после установления теплового равновесия он показал температуру **98.2 °C**. Какую температуру покажет термометр после установления теплового равновесия, если его снова поместить в термос с холодной водой? Пренебречь теплообменом с внешней средой и переносом воды или льда вместе с термометром.

Решение:

Пронумеруем термосы: i = 1,2,3.

C – теплоёмкость термоса и вещества в нём. Знаем, что $C_2 = C_3 = C$.

C_t – теплоёмкость термометра.

T_i – температура при первом погружении термометра.

T_i' – температура при втором погружении термометра.

Когда переместили термометр из 1 и 2, то термометр нагрелся, а в воде появилось немного льда:

$Q = M_{ice}*\lambda = C_t*(T_2-T_1)$

Когда переместили из 2 в 3, термометр снова нагрелся, а вода остыла:

$C_t*(T_3'-T_2) = C*(T_3-T_3')$

Когда перенесли из 3 в 2, то термометр остыл, лёд растаял и вода нагрелась

$C_t*(T_3'-T_2') = Q + C*(T_2'-T_2) = C_t*(T_2-T_1) + C*(T_2'-T_2)$

Надо найти T_2'. Выразим его из последнего уравнения

$(C+C_t)*T_2' = C_t*(T_3'-T_2+T_1) + C*T_2$

$T_2' = (C_t*(T_3'-T_2+T_1) + C*T_2\ ) / (C+C_t)$

Теперь выразим C_t через C из второго уравнения:

$C_t = C*(T_3-T_3') / (T_3'-T_2)$

И подставим

$T_2' = ((T_3'-T_2+T_1)*(T_3-T_3') / (T_3'-T_2) + T_2) / (1 + (T_3-T_3') / (T_3'-T_2))$

Упростим

$T_2' = ((T_3' - T_2 + T_1)*(T_3 - T_3') + T_2*(T_3' - T_2)) / (T_2 + T_3)$

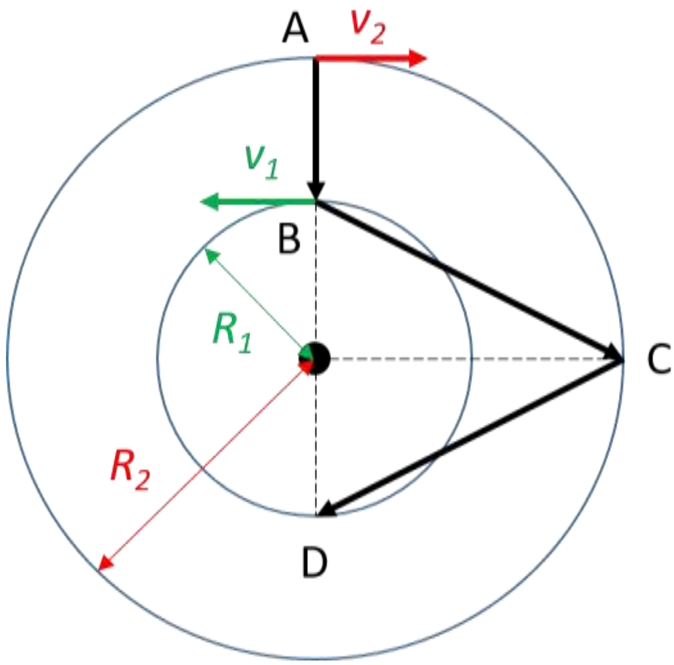
Подставляя числа, получаем $T_2' = 1.4$ °C.

8 класс, вариант 3

Задача 1

На тренировке по баскетболу Пётр и Андрей бегают вокруг тренера по окружностям с разными радиусами в противоположных направлениях и перебрасываются мячом. Андрей в начальный момент времени находится точно перед тренером и свой первый бросок совершает точно в направлении тренера. Пётр ловит мяч перед тренером и сразу бросает его Андрею, который получает мяч точно справа от тренера и передаёт его обратно Петру. Наконец, Пётр точно за спиной тренера в очередной раз ловит мяч. Определите угол между направлениями взгляда тренера на Петра и Андрея в начальный момент времени, если Пётр пробегает всю окружность за **6 с**, а Андрей – за **8 с**. Мяч бросают по прямой с одинаковой скоростью, тренер остается неподвижен.

Решение:



(возсожна ситуация, когда скорости Петра и Андрея направлены в стороны, противополжные представленному на рисунке. В этом случае задача решается аналогично описанному ниже. Для получения полного бала достаточно было описать одну из ситуаций).

Обозначим скорость Андрея v_1, радиус окружности, по которой он бегает – R_1. Скорость Петра – v_2, радиус окружности, по которой он бегает – R_2. Скорость мяча – v. Движение мяча схематично изображено на рисунке.

Андрей, находясь в точке А, бросает мяч по направлению к тренеру. В точке В мяч ловит Петр. Время движения мяча на этом отрезке:

$$t_1 = \frac{R_2 - R_1}{v}$$

За это время Петр проходит расстояние:

$$l_1 = 2\pi R_1 \frac{\alpha}{360}$$

Здесь α – искомый угол взгляда тренера.

Приравнивая времена, имеем:

$$\frac{R_2 - R_1}{v} = \frac{2\pi R_1}{v_1}\frac{\alpha}{360}$$

$\frac{2\pi R_1}{v_1}$ – время, за которое Петр пробегает окружность (дано по условию).

Далее, из точки B Петр бросает мяч Андрею, который ловит его в точке C (справа от тренера). За время спустя своего первого броска Андрей проходит расстояние по дуге, равное четверти окружности:

$$l_2 = \frac{\pi R_2}{2}$$

Мяч за это время проходит путь ABC:

$$l_{ABC} = R_2 - R_1 + \sqrt{R_1^2 + R_2^2}$$

Приравнивая времена, имеем:

$$\frac{R_2 - R_1}{v} + \frac{\sqrt{R_1^2 + R_2^2}}{v} = \frac{\pi R_2}{2v_2}$$

Далее, из точки C Андрей бросает мяч Петру, который ловит его в точке D (сзади тренера). За время спустя своего первого броска Петр проходит расстояние по дуге, равное половине окружности:

$$l_3 = \pi R_1$$

Мяч за это время проходит путь BCD:

$$l_{BCD} = 2\sqrt{R_1^2 + R_2^2}$$

Приравнивая времена, имеем:

$$\frac{2\sqrt{R_1^2 + R_2^2}}{v} = \frac{\pi R_1}{v_1}$$

Итого имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{R_2 - R_1}{v} = \dfrac{2\pi R_1}{v_1}\dfrac{\alpha}{360} \\ \dfrac{R_2 - R_1}{v} + \dfrac{\sqrt{R_1^2 + R_2^2}}{v} = \dfrac{\pi R_2}{2v_2} \\ \dfrac{2\sqrt{R_1^2 + R_2^2}}{v} = \dfrac{\pi R_1}{v_1} \end{cases}$$

Обозначим данное по условию $\frac{2\pi R_1}{v_1} = T_1, \frac{2\pi R_2}{v_2} = T_2$. Тогда

$$\begin{cases} \dfrac{R_2 - R_1}{v} = T_1 \dfrac{\alpha}{360} \\ \dfrac{R_2 - R_1}{v} + \dfrac{\sqrt{R_1^2 + R_2^2}}{v} = \dfrac{T_2}{4} \\ \dfrac{\sqrt{R_1^2 + R_2^2}}{v} = \dfrac{T_1}{4} \end{cases}$$

Тогда:

$$\frac{R_2 - R_1}{v} = \frac{T_2 - T_1}{4}$$

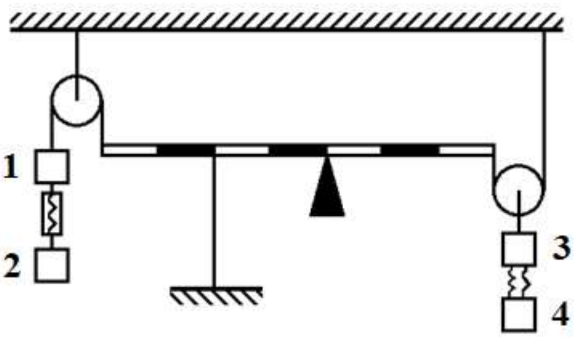
$$\frac{T_2 - T_1}{4} = T_1 \frac{\alpha}{360}$$

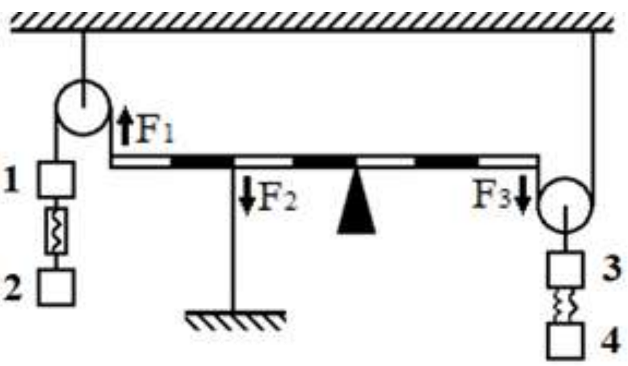
$$\alpha = 90 \frac{T_2 - T_1}{T_1} = 30$$

Ответ: 30 градусов

Задача 2

Два невесомых блока соединены с рычагом невесомыми нерастяжимыми нитями, как показано на рисунке. На каждом из блоков закреплено по системе грузиков неизвестных и отличных друг от друга масс. Динамометр между грузиками 1 и 2, прикрепленными к нити, перекинутой через левый блок, показывает **12 Н**. Грузики 3 и 4, прикрепленные к правому блоку, соединены пружинами одинаковой длины с жёсткостью **170** и **230 Н/м**, которые под тяжестью нижнего грузика растянулись на **4 см** от своей исходной длины. Рычаг удерживается в горизонтальном положении нитью, прикрепленной к нему слева от точки опоры. На сколько изменится сила натяжения этой нити, если грузики 2 и 4 поменять местами? Трение между нитями и блоками отсутствует, система находится в равновесии.





Решение:

Введём следующие обозначения для данных нам в задаче величин:

$$D = 12\ \text{Н}, k_1 = 170\frac{\text{Н}}{\text{м}}, k_2 = 230\frac{\text{Н}}{\text{м}}, x = 0{,}04\ \text{м}.$$

Отметим на рисунке действующие на рычаг силы. Динамометр показывает величину силы упругости, возникающей в нём при подвешивании к нему грузика №2: $D = m_2 g$. Сила упругости, возникающая в пружинках между грузиками №3 и №4, численно равна силе тяжести, действующей на грузик №4: $(k_1 + k_2)x = m_4 g$. Исходя из рисунка определим плечи действующих на рычаг сил: $l_1 = 4$ усл. ед., $l_2 = 2$ усл. ед., $l_3 = 3$ усл. ед., рассмотрим силы, действующие на рычаг, и составим уравнения согласно правилу моментов до того, как грузики №2 и №4 поменяли местами (F_1, F_2 и F_3), и после (F_1', F_2' и F_3'):

$$F_1 = m_1 g + m_2 g = m_1 g + D \longrightarrow F_1' = m_1 g + m_4 g = m_1 g + (k_1 + k_2)x$$

$$F_2 \longrightarrow F_2'$$

$$F_3 = \frac{m_3 g + m_4 g}{2} = \frac{m_3 g + (k_1 + k_2)x}{2} \longrightarrow F_3' = \frac{m_3 g + m_2 g}{2} = \frac{m_3 g + D}{2}$$

$$F_2 l_2 = F_1 l_1 + F_3 l_3 \qquad F_2' l_2 = F_1' l_1 + F_3' l_3$$

Определим, на сколько изменится сила натяжения нити, удерживающей рычаг в горизонтальном положении:

$$\Delta F_2 = F_2' - F_2 = \frac{F_1' l_1 + F_3' l_3}{l_2} - \frac{F_1 l_1 + F_3 l_3}{l_2} =$$

$$= (m_1 g + (k_1 + k_2)x) \cdot \frac{l_1}{l_2} + \frac{m_3 g + D}{2} \cdot \frac{l_3}{l_2} - (m_1 g + D) \cdot \frac{l_1}{l_2} - \frac{m_3 g + (k_1 + k_2)x}{2} \cdot \frac{l_3}{l_2} =$$

$$= \frac{(k_1 + k_2)x l_1}{l_2} + \frac{D l_3}{2 l_2} - \frac{D l_1}{l_2} - \frac{(k_1 + k_2)x l_3}{2 l_2} = \left(\frac{l_1}{l_2} - \frac{l_3}{2 l_2}\right) \cdot (k_1 + k_2)x - \left(-\frac{l_3}{2 l_2} + \frac{l_1}{l_2}\right) \cdot D =$$

$$= \frac{2 l_1 - l_3}{2 l_2} \cdot \big((k_1 + k_2)x - D\big) = \frac{2 \cdot 4 - 3}{2 \cdot 2} \cdot \big((170 + 230) \cdot 0{,}04 - 12\big) = 5 \text{ Н}$$

Ответ: Сила натяжения нити, удерживающей рычаг в горизонтальном положении, увеличится на 5Н.

Задача 3

В цилиндрический сосуд с площадью основания **450 см^2** налито некоторое количество жидкости плотностью **0,72 г/см^3**. В жидкости плавает кубик с длиной ребра **15 см**, скреплённый с дном сосуда двумя параллельно соединенными одинаковыми пружинами жёсткостью **90 Н/м**. Пружины изначально растянуты. На кубик поставили гирьку. В результате модуль упругой силы, действующей на кубик со стороны пружин, не изменился, а объём погруженной части кубика удвоился и стал равен объёму непогруженной части до того, как поставили гирьку. Определите массу гирьки.

Решение:

Обозначим изначальное погружение кубика в жидкость как h. В состоянии равновесия пружины растянуты:

$$\rho g S h = m_1 g + 2k\Delta x$$

Где ρ – плотность жидкости, S – площадь основания кубика, m_1 – масса кубика, k – жесткость пружин, Δx – растяжение пружин.

Объем жидкости в сосуде V_0 выражается через длину пружинки в растянутом состоянии $x_0 + \Delta x$ и глубину погружения кубика:

$$V_0 = h(S_0 - S) + (x_0 + \Delta x)S_0$$

Где S_0 – площадь основания сосуда.

Далее, на кубик ставят гирьку. Пружины теперь сжаты:

$$\rho g S(h + \Delta h) = m_1 g + m_2 g - 2k\Delta x$$

$$\rho g S \Delta h = m_2 g - 4k\Delta x$$

Объём погруженной части кубика удвоился и стал равен объёму непогруженной части до того, как поставили гирьку:

$$h + \Delta h = 2h, \Delta h = h$$

$$h + \Delta h = a - h, h = \frac{a}{3}$$

Вновь выразим объем жидкости в сосуде V_0 через длину пружины и глубину погружения:

$$V_0 = (h + \Delta h)(S_0 - S) + (x_0 - \Delta x)S_0$$

Приравниваем:

$$(h + \Delta h)(S_0 - S) + (x_0 - \Delta x)S_0 = h(S_0 - S) + (x_0 + \Delta x)S_0$$

$$2\Delta x S_0 = \Delta h(S_0 - S)$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}\Delta h\left(1 - \frac{S}{S_0}\right)$$

Далее:

$$m_2 g = \rho g S \Delta h + 2k\Delta h\left(1 - \frac{S}{S_0}\right)$$

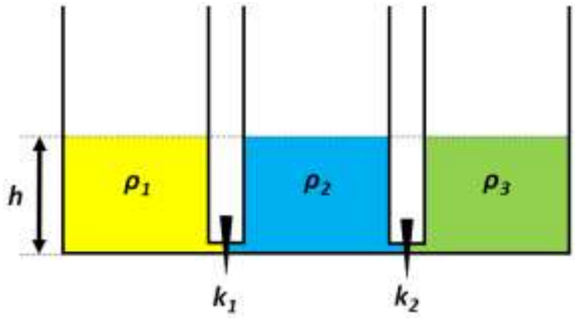
$$m_2 = \frac{a}{3}\left(\rho S + \frac{2k}{g}\left(1 - \frac{a^2}{S_0}\right)\right)$$

$$m_2 = \frac{a}{3}\left(\rho S + \frac{2k}{g}\left(1 - \frac{a^2}{S_0}\right)\right)$$

Ответ: 2070 г.

Задача 4

Три одинаковых сосуда соединены тонкими трубками, перекрытыми кранами $\mathbf{k_1}$ и $\mathbf{k_2}$. В сосуды налиты жидкости с плотностями $\boldsymbol{\rho_1 > \rho_3 > \rho_2}$. Начальная высота столбиков жидкости в сосудах одинакова и равна **h**. Сначала открывают кран $\mathbf{k_2}$, дожидаются, когда столбики жидкостей в сосудах придут в равновесие, после чего закрывают. Затем открывают кран $\mathbf{k_1}$, дожидаются равновесия, и закрывают. В результате в среднем сосуде образовался столбик из трех жидкостей, причем толщина нижнего слоя оказалась в **10** раз меньше начальной высоты **h**, а среднего – в **9** раз меньше **h**. Найдите отношение плотностей $\boldsymbol{\rho_1 : \rho_3}$ и $\boldsymbol{\rho_3 : \rho_2}$. Жидкости не смешиваются.



Решение.

Открываем кран **k2**. Поскольку по условию $\boldsymbol{\rho_3 > \rho_2}$**,** жидкость из правого сосуда будет затекать в центральный. В равновесии в центральном сосуде будет два слоя жидкости: верхний слой — изначально находившаяся в сосуде жидкость 2 высотой **h**, нижний слой — жидкость 3 высотой h/p (по условию).

В правом сосуде останется столбик высотой $h(1 - 1/p)$.

Условие равновесия жидкости в центральном и правом сосудах имеет вид

$$\rho_2 gh + \rho_3 gh/p = \rho_3 gh(1 - 1/p)$$

Отсюда

$$\frac{\rho_3}{\rho_2} = \frac{p}{p-2} = \frac{9}{7}.$$

Закрываем кран **k2**, открываем кран **k1**. По условию жидкость из левого сосуда затекает в центральный, и в равновесии в нем получается три слоя жидкости. Верхний слой - жидкость 2 высотой h, средний слой - жидкость 3 высотой h/p, нижний слой - жидкость 1 высотой h/q (по условию).

В левом сосуде останется столбик высотой $h(1 - 1/q)$.

Условие равновесия жидкости в центральном и левом сосудах имеет вид

$$\rho_2 gh + \rho_3 gh/p + \rho_1 gh/q = \rho_1 gh(1 - 1/q)$$

Делим все на ρ_3, находим ρ_1/ρ_3:

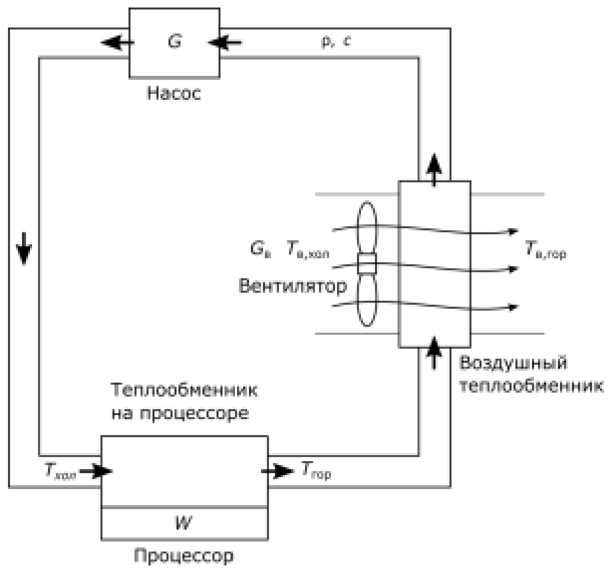
$$\frac{\rho_1}{\rho_3} = \frac{q(p-1)}{p(q-2)} = \frac{10}{9}$$

Ответ: $\boldsymbol{\rho_1 : \rho_3 = 10:9}$ и $\boldsymbol{\rho_3 : \rho_2 = 9:7}$**.**

-

Задача 5

Процессор компьютера охлаждается водяной системой охлаждения, принципиальная схема которой представлена на рисунке. В ней по замкнутому контуру циркулирует теплоноситель с плотностью **ρ = 1000 кг/м^3** и удельной теплоёмкостью ***c* = 4200 Дж/(кг*К)**. Насос, обеспечивая расход теплоносителя ***G* = 6 мл/с**, прокачивает жидкость через теплообменник на процессоре, а затем через теплообменник, обдуваемый вентилятором. При полной загруженности процессора его тепловыделение максимально и составляет ***W* = 100 Вт**. В этом режиме были измерены температура воздуха перед вентилятором **$T_{в,хол}$ = 20°C** и после воздушного теплообменника **$T_{в,гор}$ = 32°C**. При некоторой малой загруженности процессора температура перед вентилятором осталась той же, а температура после воздушного теплообменника уменьшилась до **$T_{в,гор}'$ = 23°C** (при этом скорость вращения вентилятора не изменилась). Чему равна температура жидкости на выходе из теплообменника **$T_{гор}'$** на процессоре, когда он работает в этом режиме неполной нагрузки, если известна температура жидкости **$T_{хол}'$ = 27°C** на входе в этот теплообменник?



Решение:

Для полной загруженности процессора напишем, как выражается мощность процессора через расход, величину нагрева и свойства теплоносителя.

Тепловая энергия $E = m*c*(T_{гор}-T_{хол})$.

Масса $m = \boldsymbol{\rho}*V$.

За единицу времени t:

Объём вещества V = G*t

Тогда энергия $E = \boldsymbol{\rho}*c*G*t*(T_{гор}-T_{хол})$.

А мощность – это W = E/t.

При этом имеют место два контура – один закрытый с жидким теплоносителем, и один открытый с воздухом. В установившемся режиме как с потоком жидкости, так и с потоком воздуха, должно переносится одинаковое количество энергии (одинаковые мощности).

$W = \boldsymbol{\rho}*c*G*(T_{гор}-T_{хол}) = \boldsymbol{\rho}_в *c_в*G_в*(T_{в,гор}-T_{в,хол})$.

При малой нагрузке аналогично (штрихованные переменные)

$W' = \boldsymbol{\rho}*c*G*(T_{гор}'-T_{хол}') = \boldsymbol{\rho}_в *c_в*G_в'*(T_{в,гор}'-T_{в,хол}')$,

$G_в' = G_в$, $T_{в,хол}' = T_{в,хол}$.

Надо найти $T_{гор}' = W' / (\boldsymbol{\rho} *c*G) + T_{хол}'$, но неизвестна мощность процессора без нагрузки W'.

Поделим выражения

$W'/W = (T_{в,гор}'- T_{в,хол})/ (T_{в,гор}-T_{в,хол})$

$\Rightarrow T_{гор}' = W * (T_{в,гор}'- T_{в,хол})/ ((T_{в,гор}-T_{в,хол}) * (\boldsymbol{\rho} *c*G)) + T_{хол}'$.

Подставляя численные значения, получаем $T_{гор}' = 28°C$

8 класс, вариант 4

Задача 1

На учениях в какой-то момент Семёновский и Преображенский полки находились точно к северу от Петра I, причем Преображенский втрое дальше Семёновского. Один из полков двигался на восток в деревню Малые Дубочки, а другой – с той же скоростью на запад в Большие Дубочки. В этот же момент Пётр I выслал двух конных адъютантов в оба полка. Оба адъютанта двигались прямолинейно и с одинаковой скоростью, и каждый встретил свой полк ровно в момент, когда тот заходил в деревню. Определите расстояние между Большими Дубочками и Малыми Дубочками, если приехавший в Семёновский полк адъютант проехал **10.5 км**, а направления скоростей адъютантов образуют прямой угол.

Решение:

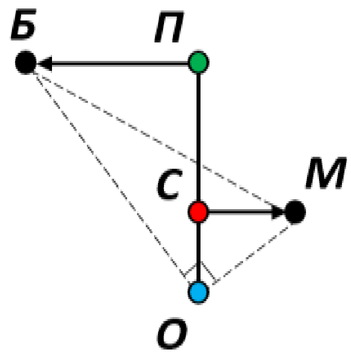


Схема движения изображена на рисунке. Обозначим длину отрезка ОС как L, тогда длина отрезка ОП - $3L$ (дано по условию). Обозначим скорость полков через u, скорость адъютантов – v, время движения первого адъютанта – t_1, второго – t_2.

Нужно найти длину отрезка БМ. Из прямоугольно треугольника ОБМ имеем:

$$l_{\text{БМ}}^2 = v^2t_1^2 + v^2t_2^2$$

Из треугольника ОСМ имеем:

$$v^2t_1^2 = L^2 + u^2t_1^2$$

Из треугольника ОПБ имеем:

$$v^2t_2^2 = 9L^2 + u^2t_2^2$$

Пусть $\frac{t_2}{t_1} = m$, тогда

$$\begin{cases} m^2v^2t_1^2 = 9L^2 + m^2u^2t_1^2 \\ v^2t_1^2 = L^2 + u^2t_1^2 \end{cases}$$

Домножаем второе уравнение на m^2, вычитаем первое из второго, получаем:

$$0 = (9 - m^2)L^2$$

Откуда m=3 (что логично, и можно догадаться). Отсюда имеем (расстояние vt_1 дано):

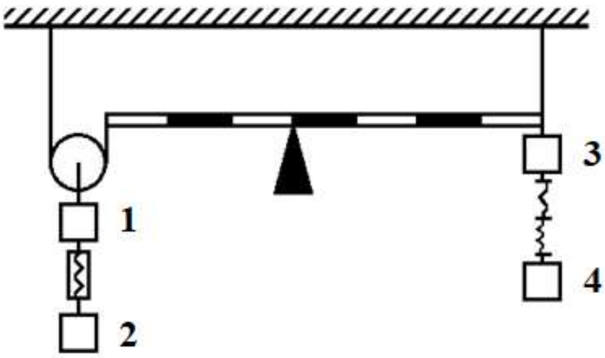
$$l_{\text{БМ}}^2 = v^2t_1^2 + v^2t_2^2 = v^2t_1^2 + 9v^2t_1^2 = 10 * v^2t_1^2$$

$$l_{\text{БМ}} \approx 33.2 \text{ км}$$

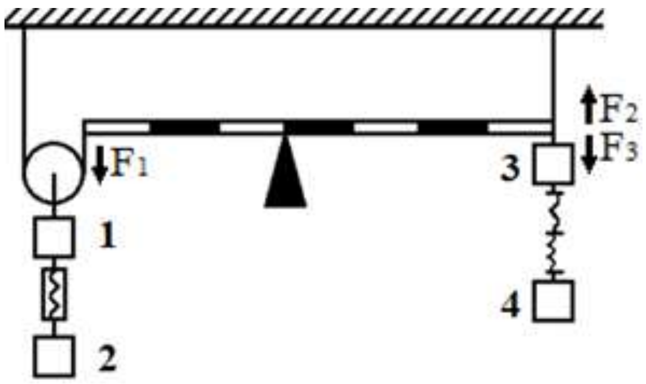
Ответ: 33.2 км

Задача 2:

На рисунке представлена система, состоящая из невесомого блока, четырех грузиков различных масс и рычага. Блок покоится на невесомой нерастяжимой нити, прикрепленной к потолку и левому концу рычага. К блоку прикреплены грузики 1 и 2, соединенные динамометром, показывающим **11.5 Н**. К правому концу рычага прикреплены грузики 3 и 4, соединенные двумя пружинами жесткостью **170** и **230 Н/м**, которые под тяжестью нижнего грузика совместно растянулись на **8 см** от своей исходной длины. Рычаг удерживается в горизонтальном положении невесомой нерастяжимой нитью, также прикрепленной к его правому концу. На сколько изменится сила натяжения этой нити, если грузики 2 и 4 поменять местами? Трение между нитями и блоками отсутствует, система находится в равновесии.



Решение:



Введём следующие обозначения для данных нам в задаче величин:

$$D = 11{,}5\ \text{Н}, k_1 = 170\frac{\text{Н}}{\text{м}}, k_2 = 230\frac{\text{Н}}{\text{м}}, x = 0{,}08\ \text{м}.$$

Отметим на рисунке действующие на рычаг силы. Динамометр показывает величину силы упругости, возникающей в нём при подвешивании к нему грузика №2: $D = m_2 g$. Сила упругости, возникающая в пружинках между грузиками №3 и №4, численно равна силе тяжести, действующей на грузик №4: $\left(\frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}\right)x = m_4 g$. Исходя из рисунка определим плечи действующих на рычаг сил: $l_1 = 3\ \text{усл. ед.}$, $l_2 = l_3 = 4\ \text{усл. ед.}$, рассмотрим силы, действующие на рычаг, и составим уравнения согласно правилу моментов до того, как грузики №2 и №4 поменяли местами (F_1, F_2 и F_3), и после (F_1', F_2' и F_3'):

$$F_1 = \frac{m_1 g + m_2 g}{2} = \frac{m_1 g + D}{2} \longrightarrow F_1' = \frac{m_1 g + m_4 g}{2} = \frac{1}{2}\left(m_1 g + \left(\frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}\right)x\right)$$

$$F_2 \longrightarrow F_2'$$

$$F_3 = m_3 g + m_4 g = m_3 g + \left(\frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}\right)x \longrightarrow F_3' = m_3 g + m_2 g = m_3 g + D$$

$$F_1 l_1 + F_2 l_2 = F_3 l_3 \qquad F_1' l_1 + F_2' l_2 = F_3' l_3$$

Определим, на сколько изменится сила натяжения нити, удерживающей рычаг в горизонтальном положении:

$$\Delta F_2 = F_2' - F_2 = \frac{F_3' l_3 - F_1' l_1}{l_2} - \frac{F_3 l_3 - F_1 l_1}{l_2} = F_3' - F_1' \frac{l_1}{l_2} - F_3 + F_1 \frac{l_1}{l_2}$$

$$= F_3' - F_3 + (-F_1' + F_1) \frac{l_1}{l_2} =$$

$$= m_3 g + D - \left(m_3 g + \left(\frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}\right) x\right) + \left(-\frac{1}{2}\left(m_1 g + \left(\frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}\right) x\right) + \frac{1}{2}(m_1 g + D)\right) \frac{l_1}{l_2} =$$

$$= D - \left(\frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}\right) x + \left(-\left(\frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}\right) x + D\right) \frac{l_1}{2 l_2} = \left(1 + \frac{l_1}{2 l_2}\right) \cdot \left(D - \left(\frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}\right) x\right) =$$

$$= \frac{2 l_2 + l_1}{2 l_2} \cdot \left(D - \left(\frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}\right) x\right) = \frac{2 \cdot 4 + 3}{2 \cdot 4} \cdot \left(11{,}5 - \left(\frac{170 \cdot 230}{170 + 230}\right) \cdot 0{,}08\right) = 5{,}06 \text{ Н}$$

Ответ: Сила натяжения нити, удерживающей рычаг в горизонтальном положении, увеличится на 5,06Н.

Задача 3

В закрытый сосуд с длиной ребра **30 см** налито некоторое количество жидкости плотностью **1050 кг/м^3**. В жидкости друг под другом плавают два одинаковых кубика, соединённых жесткой тонкой перемычкой длиной **5 см**. Нижний груз прикреплён ко дну недеформированной пружиной жёсткостью **1134 Н/м** и длиной **6 см**, а верхний погружен в жидкость на глубину **2 см**. После того, как сосуд перевернули, оказалось, что пружина растянулась на **1 см**, а в жидкость погружен только один из кубиков, причем та его часть, которая не была погружена изначально. Определите расстояние от дна сосуда до ближайшего кубика после переворота сосуда.

Решение:

Обозначим изначальное погружение верхнего кубика в жидкость как h. В состоянии равновесия пружина нерастянута:

$$2mg = a^2(a+h)\rho g$$

Где ρ – плотность жидкости, a – ребро кубика, m_1 – масса кубика.

Объем жидкости в сосуде V_0 выражается через длину пружинки в нерастянутом состоянии x_0, ребро кубического сосуда b, глубину погружения кубика h, длину перемычки d и ребро кубика:

$$V_0 = b^2(d + x_0) + (b^2 - a^2)(a + h)$$

Далее, сосуд переворачивают. Пружина теперь растянута, в жидкость погружен только один кубик:

$$2mg = a^2(a-h)\rho g + k\Delta x$$

С учетом первого уравнения получаем:

$$2a^2 h\rho g = k\Delta x$$

$$a^2 = \frac{k\Delta x}{2h\rho g}$$

Вновь выразим объем жидкости в сосуде V_0 через длину пружины и глубину погружения:

$$V_0 = b^2 H + (b^2 - a^2)(a - h)$$

Где H – искомое расстояние от дна сосуда до дна ближайшего кубика.

Приравниваем:

$$b^2(d + x_0) + (b^2 - a^2)(a + h) = b^2 H + (b^2 - a^2)(a - h)$$

$$b^2(d + x_0) + 2h(b^2 - a^2) = b^2 H$$

$$H = (d + x_0) + 2h\left(1 - \frac{k\Delta x}{2h\rho g b^2}\right)$$

При подставлении численных значений получается, что ребро куба составляет 16 см, и два таких кубика друг под другом в кубическом сосуде с ребром в 30 см уместится не смогут. Отсюда очевидно, что данные по условию задачи некорректны.

Ответ: $H = (d + x_0) + 2h\left(1 - \frac{k\Delta x}{2h\rho g b^2}\right)$, данные по условию задачи некорректны.

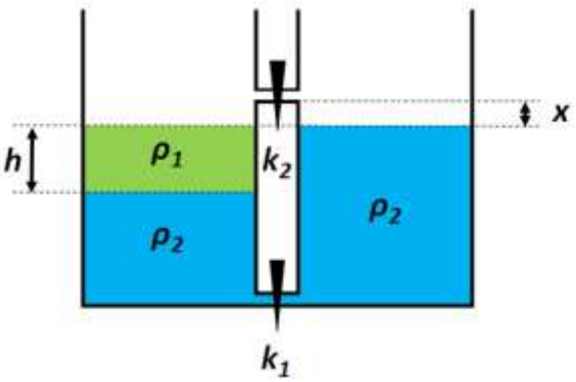
Задача 4

Экспериментальная установка, изображенная на рисунке, предназначена для измерения плотности масла. Она представляет собой два одинаковых сосуда, соединенных двумя тонкими трубочками: у самого дна и посередине. В каждой трубочке установлены краны (**k_1** и **k_2**), изначально они закрыты. В левом сосуде находятся несмешивающиеся вода (плотность **ρ_2 =1 г/мл**) и масло с неизвестной плотностью **ρ_1**, в правом только вода. Поверхности жидкостей в сосудах находятся на одном уровне, причем ниже верхней трубочки.

Студентам предлагалось определить плотность масла **ρ_1**, выполнив следующие действия:

1) Измерить высоту столба масла **h** и расстояние **x** от поверхности жидкости в правом сосуде до верхней трубочки.
2) Открыть кран **k_1** и дождаться равновесия.
3) Закрыть кран **k_1**, открыть **k_2** и дождаться равновесия.
4) Закрыть **k_2**, вновь открыть **k_1**, дождаться равновесия.
5) Измерить расстояние **y** от верхней трубочки до поверхности жидкости в правом сосуде.
6) По результатам измерений **h**, **x** и **y** вычислить плотность масла.

Один студент поленился делать эксперимент, измерил только **h=15 см** и **x=1 см** и пошел домой. Накануне сдачи отчета он «подогнал» значение **y** так, чтобы плотность масла получилась **ρ_1 = 0,8 г/мл**. Какое значение **y** он взял?



Решение.

Поскольку плотность масла меньше плотности воды, а изначально поверхности жидкости на одной высоте, после того, как открыли К1, немного воды перетечет в левый сосуд:

$$h\rho_1 + (a+b)\rho_2 = (h+a-b)\rho_2$$

$$b = h\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) = 3\ \text{см} > x$$

Когда закроют К1 и откроют К2, столб масла высотой $b - x$ перетечет в правый сосуд. Давление жидкости в правом сосуде станет больше давления в левом. Поэтому, когда закроют К2 и откроют К1, вода потечет из правого в левый сосуд.

$$(h-b+x)\rho_1 + (a+b+c)\rho_2 = (h+a-b-c)\rho_2 + (b-x)\rho_1$$

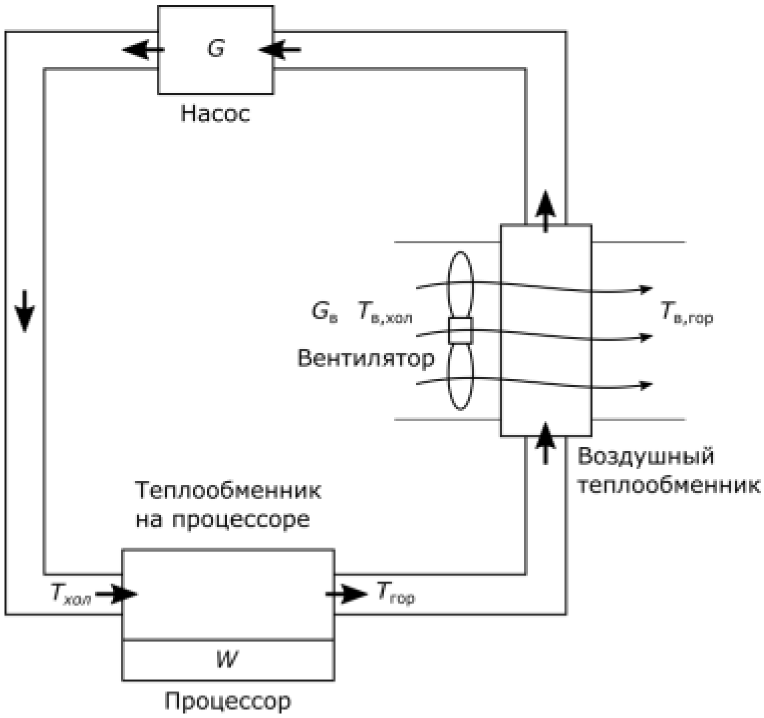
Вот столько ее перетечет: $c = (b-x)\frac{\rho_1}{\rho_2}$

Высота столба жидкости в правом сосуде стала $h + a + b - x - c$, а изначально была $h + a$. Значит,

$$y = x + h + a - (h + a - x - c) = 2x + c = \ldots = x\left(2 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) + h\frac{\rho_1}{2\rho_2}\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) = 2{,}4 \text{ см}$$

Задача 5

В офис закупили два компьютера с разными процессорами, но одинаковой системой жидкостного охлаждения. В подобных системах насос прокачивает жидкий теплоноситель по замкнутому контуру между теплообменником на процессоре и теплообменником, который обдувается вентилятором (см. схему). При тестовой нагрузке процессоров в обеих системах была измерена температура воздуха после воздушного теплообменника: в первом компьютере температура составила $T_{в,гор}$ **= 32**°C, во втором — $T_{в,гор}'$ **= 35**°C. Также оказалось, что расход насоса и вентилятора у второго компьютера в **1.3** раз больше, чем у первого. Какой должна быть температура в комнате $T_{в,хол}$, чтобы жидкий теплоноситель, проходя через теплообменник на процессоре у второго компьютера, также нагревался в **1.3 раза** больше, чем в первой системе?



Решение:

Нагрев в k=**1.3** раз больше во второй системе означает

$(T_{гор}'-T_{хол}')/ (T_{гор}-T_{хол}) = k$.

Для первой системы напишем, как выражается мощность процессора через расход, величину нагрева и свойства теплоносителя.

Тепловая энергия $E = m*c*(T_{гор}-T_{хол})$.

Масса $m = \boldsymbol{\rho}*V$.

За единицу времени t:

Объём вещества $V = G*t$

Тогда энергия $E = \boldsymbol{\rho}*c*G*t*(T_{гор}-T_{хол})$.

А мощность – это $W = E/t$.

При этом имеют место два контура – один закрытый с жидким теплоносителем, и один открытый с воздухом. В установившемся режиме как с потоком жидкости, так и с потоком воздуха, должно переносится одинаковое количество энергии (одинаковые мощности).

$W = \boldsymbol{\rho}*c*G*(T_{гор}-T_{хол}) = \boldsymbol{\rho}_в *c_в*G_в*(T_{в,гор}-T_{в,хол})$.

Для второй системы аналогично (штрихованные переменные)

$W' = \boldsymbol{\rho}*c*k*G*(T_{гор}'-T_{хол}') = \boldsymbol{\rho}_в *c_в*k*G_в*(T_{в,гор}'-T_{в,хол})$.

Отсюда $W'/W = k * (T_{гор}'-T_{хол}')/ (T_{гор}-T_{хол}) = k\text{^}2$.

С другой стороны

$W'/W = k*(T_{в,гор}'-T_{в,хол}) / (T_{в,гор}-T_{в,хол})$

Выражаем $T_{в,хол}$

$k* (T_{в,гор}-T_{в,хол}) = (T_{в,гор}'-T_{в,хол})$

$T_{в,хол} = (k*T_{в,гор} - T_{в,гор}') / (k-1)$

Подставляя численные значения, $T_{в,хол} = 22°C$

8 класс, вариант 5

Задача 1

На учениях в какой-то момент Семёновский и Преображенский полки находились точно к северу от Петра I, причем Преображенский втрое дальше Семёновского. Один из полков двигался на восток в деревню Малые Дубочки, а другой – с той же скоростью и тоже на восток, в Большие Дубочки. В этот же момент Пётр I выслал двух конных адъютантов с приказами в оба полка. Оба адъютанта двигались прямолинейно и с одинаковой скоростью, и каждый встретил свой полк ровно в момент, когда тот заходил в деревню. Определите расстояние между Большими Дубочками и Малыми Дубочками, если приехавший в Семёновский полк адъютант ехал до полка **1 час** со скоростью **10 км/ч**.

Решение:

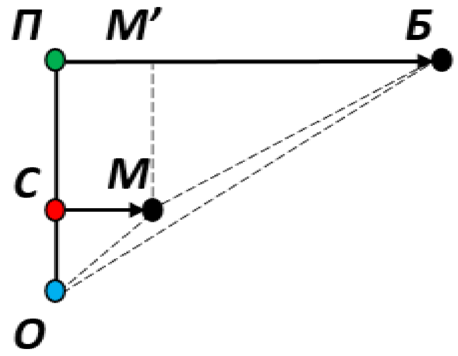


Схема движения изображена на рисунке. Обозначим длину отрезка ОС как L, тогда длина отрезка ОП – $3L$ (дано по условию). Тогда длина отрезка СП - $2L$ Обозначим скорость полков через u, скорость адъютантов – v, время движения первого адъютанта – t_1, второго – t_2.

Из треугольника ОСМ имеем:

$$v^2 t_1^2 = L^2 + u^2 t_1^2$$

$$L^2 = t_1^2 (v^2 - u^2)$$

Из треугольника ОПБ имеем:

$$v^2 t_2^2 = 9L^2 + u^2 t_2^2$$

$$L^2 = \frac{1}{9} t_2^2 (v^2 - u^2)$$

Откуда $t_2 = 3t_1$ (что логично, и можно догадаться).

Нужно найти длину отрезка БМ. Из прямоугольно треугольника БММ’ имеем:

$$l_{\text{БМ}}^2 = 4L^2 + u^2 (t_2 - t_1)^2$$

$$l_{\text{БМ}}^2 = \left(t_2 \sqrt{v^2 - u^2} - t_1 \sqrt{v^2 - u^2} \right)^2 + u^2 (t_2 - t_1)^2$$

$$l_{\text{БМ}}^2 = (v^2 - u^2)(t_2 - t_1)^2 + u^2 (t_2 - t_1)^2$$

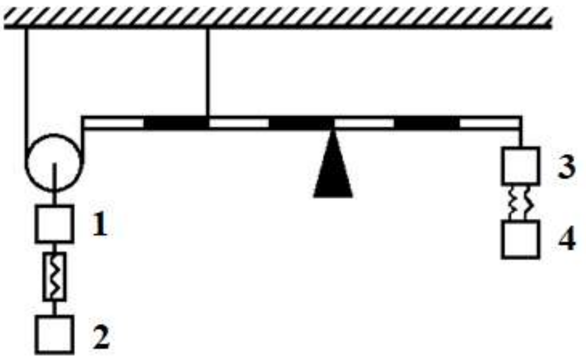
$$l_{БМ}^2 = v^2(t_2^2 - t_1^2) = v^2 t_1^2 (9 - 1) = 8 * 10 = 80$$

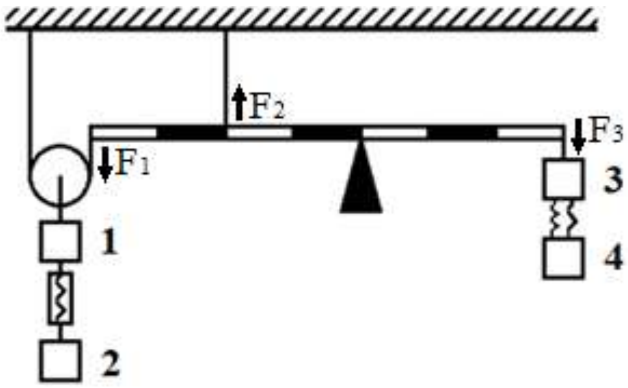
$$l_{БМ} \approx 9 \text{ км}$$

Ответ: 9 км

Задача 2

На рисунке представлена система, состоящая из невесомого блока, четырех грузиков различных масс и рычага. Блок покоится на невесомой нерастяжимой нити, прикрепленной к потолку и левому концу рычага. К блоку прикреплены грузики 1 и 2, соединенные динамометром, показывающим **12 Н**. К правому концу рычага прикреплены грузики 3 и 4, соединенные двумя пружинами жесткостью **170** и **205 Н/м**, которые под тяжестью нижнего грузика растянулись на **4 см** от своей исходной длины. Рычаг удерживается в горизонтальном положении невесомой нерастяжимой нитью, прикрепленной слева от точки опоры. На сколько изменится сила натяжения этой нити, если грузики 2 и 4 поменять местами? Трение между нитями и блоками отсутствует, система находится в равновесии.





Решение:

Введём следующие обозначения для данных нам в задаче величин:

$$D = 12\text{ Н}, k_1 = 170\frac{\text{Н}}{\text{м}}, k_2 = 205\frac{\text{Н}}{\text{м}}, x = 0{,}04\text{ м}.$$

Отметим на рисунке действующие на рычаг силы. Динамометр показывает величину силы упругости, возникающей в нём при подвешивании к нему грузика №2: $D = m_2 g$. Сила упругости, возникающая в пружинках между грузиками №3 и №4, численно равна силе тяжести, действующей на грузик №4: $(k_1 + k_2)x = m_4 g$. Исходя из рисунка определим плечи действующих на рычаг сил: $l_1 = 4\text{ усл. ед.}$, $l_2 = 2\text{ усл. ед.}$, $l_3 = 3\text{ усл. ед.}$, рассмотрим силы, действующие на рычаг, и составим уравнения согласно правилу моментов до того, как грузики №2 и №4 поменяли местами (F_1, F_2 и F_3), и после (F_1', F_2' и F_3'):

$$F_1 = \frac{m_1 g + m_2 g}{2} = \frac{m_1 g + D}{2} \longrightarrow F_1' = \frac{m_1 g + m_4 g}{2} = \frac{m_1 g + (k_1 + k_2)x}{2}$$

$$F_2 \longrightarrow F_2'$$

$$F_3 = m_3 g + m_4 g = m_3 g + (k_1 + k_2)x \longrightarrow F_3' = m_3 g + m_2 g = m_3 g + D$$

$$F_1 l_1 = F_2 l_2 + F_3 l_3 \qquad F_1' l_1 = F_2' l_2 + F_3' l_3$$

Определим, на сколько изменится сила натяжения нити, удерживающей рычаг в горизонтальном положении:

$$\Delta F_2 = F_2' - F_2 = \frac{F_1' l_1 - F_3' l_3}{l_2} - \frac{F_1 l_1 - F_3 l_3}{l_2} =$$

$$= \frac{m_1 g + (k_1 + k_2)x}{2} \cdot \frac{l_1}{l_2} - (m_3 g + D) \cdot \frac{l_3}{l_2} - \frac{m_1 g + D}{2} \cdot \frac{l_1}{l_2} + (m_3 g + (k_1 + k_2)x) \cdot \frac{l_3}{l_2} =$$

$$= \frac{(k_1 + k_2)x l_1}{2 l_2} - \frac{D l_3}{l_2} - \frac{D l_1}{2 l_2} + \frac{(k_1 + k_2)x l_3}{l_2} = \left(\frac{l_1}{2 l_2} + \frac{l_3}{l_2}\right) \cdot (k_1 + k_2)x \ - \left(\frac{l_3}{l_2} + \frac{l_1}{2 l_2}\right) \cdot D =$$

$$= \frac{l_1 + 2 l_3}{2 l_2} \cdot \big((k_1 + k_2)x - D\big) = \frac{4 + 2 \cdot 3}{2 \cdot 2} \cdot \big((170 + 205) \cdot 0{,}04 - 12\big) = 7{,}5 \text{ Н}$$

Ответ: Сила натяжения нити, удерживающей рычаг в горизонтальном положении, увеличится на 7,5Н.

Задача 3

Кубическая ванночка с ребром **12 см** с толстыми стенками и тонким дном плавает внутри сосуда площадью **900 см^2** в жидкости плотностью **0.92 г/см^3**. Ванночка прикреплена ко дну пружиной жёсткостью **414 Н/м**, при этом в изначальный момент она пуста, а пружина не деформирована. Ванночку утопили в жидкости и затем отпустили, вследствие чего она наполнилась жидкостью до краёв, а пружина сжалась на **3 см**. Какова толщина стенок, если верхний край наполненной ванночки всё ещё находится над поверхностью жидкости, а все её боковые стенки имеют одинаковую толщину?

Решение:

Обозначим изначальное погружение ванночки в жидкость как h, а ребро - H . В состоянии равновесия пружина не деформирована:

$$\rho g H^2 h = mg$$

Где ρ – плотность жидкости, m – масса ванночки.

Объем жидкости в сосуде V_0 выражается через длину пружины в нерастянутом состоянии x_0 и глубину погружения ванночки:

$$V_0 = h(S_0 - H^2) + x_0 S_0$$

Где S_0 – площадь основания сосуда.

Далее, ванночку утапливают, она заполняется жидкостью. Пружинка сжимается на Δx, ванночка погружается в жидкость на Δh. Обозначим как S_2 внутреннюю площадь ванночки. В состоянии равновесия:

$$mg + \rho g S_2 H = \rho g H^2 (h + \Delta h) + k\Delta x$$

$$\rho g S_2 H = \rho g H^2 \Delta h + k\Delta x$$

$$S_2 H = H^2 \Delta h + \frac{k\Delta x}{\rho g}$$

Вновь выразим объем жидкости в сосуде $V_0{}'$ через длину пружины и глубину погружения:

$$V_0' = (h + \Delta h)(S_0 - H^2) + (x_0 - \Delta x)S_0$$

С другой стороны, новый объем равен изначальному объему минус объему жидкости в ванночке:

$$V_0' = V_0 - S_2 H$$

Приравниваем:

$$(h + \Delta h)(S_0 - H^2) + (x_0 - \Delta x)S_0 = h(S_0 - H^2) + x_0 S_0 - S_2 H$$

$$S_2 H = \Delta x S_0 - \Delta h(S_0 - H^2)$$

Подставляем ранее полученное $S_2 H$:

$$H^2 \Delta h + \frac{k\Delta x}{\rho g} = \Delta x S_0 - \Delta h(S_0 - H^2)$$

$$\frac{k\Delta x}{\rho g} = \Delta x S_0 - \Delta h S_0$$

$$\Delta h = \Delta x \left(1 - \frac{k}{\rho g S_0}\right)$$

Подставляем:

$$S_2 H = \Delta x S_0 - \Delta x \left(1 - \frac{k}{\rho g S_0}\right)(S_0 - H^2)$$

$$S_2 = \frac{\Delta x}{H}\left(S_0 - \left(1 - \frac{k}{\rho g S_0}\right)(S_0 - H^2)\right) = 130.5$$

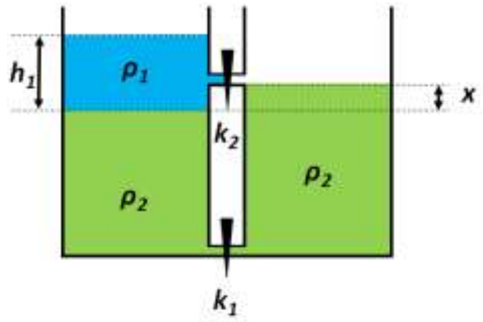
Толщина стенок равна:

$$\left(H - \sqrt{S_2}\right)/2 = (12 - \sqrt{130.5})/2 \approx 0.29 \text{ см}$$

Ответ: 0.29 см

Задача 4

Два одинаковых сосуда соединены двумя тонкими трубочками: у самого дна и посередине. В каждой трубочке установлены краны, изначально они закрыты. В левом сосуде находятся несмешивающиеся жидкости плотностью $\boldsymbol{\rho_2 > \rho_1}$, в правом только жидкость плотностью $\boldsymbol{\rho_2}$. Поверхность жидкости плотностью $\boldsymbol{\rho_2}$ в правом сосуде находится на уровне верхней трубочки, а в левом — на **x=2 см** ниже. Высота столба жидкости $\boldsymbol{\rho_1}$ равна $\mathbf{h_1 = 16}$ **см**. С установкой производят следующие действия. Открывают кран $К_2$, ждут равновесия, закрывают $К_2$. Открывают кран $К_1$, ждут равновесия, закрывают $К_1$. И, снова, открывают кран $К_2$ и ждут равновесия. В результате оказалось, что высота столба жидкости $\boldsymbol{\rho_1}$ в левом сосуде в **q=1,25** раза больше, чем в правом. Найти отношение плотностей $\boldsymbol{\rho_1/\rho_2}$.



Решение.

Пусть h_2 — высота столба жидкости в правом сосуде.

Открыли К2. Часть жидкости ρ_1 перетечет в правый сосуд, так что поверхности жидкости в сосудах будут на одном уровне. Высота столба этой жидкости в левом сосуде будет $(h_1 + x)/2$, в правом $(h_1 - x)/2$.

Давление у дна в левом сосуде равно $p_1 = g\rho_2(h_2 - x) + g\rho_1(h_1 + x)/2$, в правом $p_2 = g\rho_2 h_2 + g\rho_1(h_1 - x)/2$. Поскольку $\rho_2 > \rho_1$, то $p_1 < p_2$.

Закрыли К2. Открыли К1. Жидкость будет перетекать из правого сосуда в левый, пока не установится равновесие:

$$\rho_2(h_2 - x + a) + \frac{\rho_1(h_1 + x)}{2} = \rho_2(h_2 - a) + \frac{\rho_1(h_1 - x)}{2}$$

Отсюда

$$a = \frac{x}{2}\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right)$$

В левом сосуде уровень жидкости ρ_1 выше верхней трубочки на $\frac{h_1 - x}{2} + a = \frac{1}{2}\left(h_1 - x\frac{\rho_1}{\rho_2}\right) > 0$, в правой $\frac{h_1 - x}{2} - a = \frac{h}{2} - \frac{x}{2}\left(2 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) > 0$.

Закрыли К1, Открыли К2. Часть жидкости ρ_1 перетечет в правый сосуд, так что уровни жидкости в сосудах сравняются. Понятно, что слева уровень понизится, а справа повысится на a.

Высота столба жидкости ρ_1 слева равна $\frac{h_1 + x}{2} - a = \frac{h_1}{2} + \frac{x\rho_1}{2\rho_2}$, а справа $\frac{h_1 - x}{2} + a = \frac{h_1}{2} - \frac{x\rho_1}{2\rho_2}$.

Известно, что

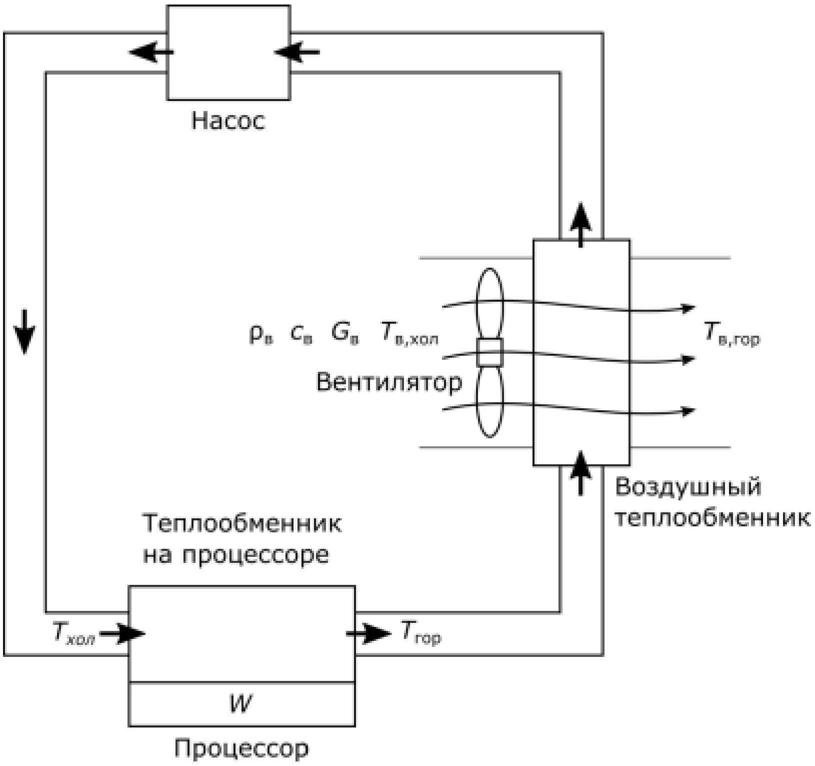
$$\frac{h_1}{2} + \frac{x\rho_1}{2\rho_2} = q\ \left(\frac{h_1}{2} - \frac{x\rho_1}{2\rho_2}\right)$$

Отсюда

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_1(q-1)}{x(q+1)} = \frac{8}{9}$$

Задача 5

Группа компьютерных энтузиастов занималась «разгоном» процессора компьютера – увеличением его тактовой частоты, в результате которого производительность компьютера возрастает, но растёт и потребляемая мощность. Чтобы процессор не перегревался, на него установили водяную систему охлаждения, в которой насос с постоянной скоростью прокачивает жидкость по замкнутому конуру между теплообменником на процессоре и теплообменником, обдуваемым вентилятором (см. схему). Для контроля температуры жидкости до и после теплообменника на процессоре были установлены датчики температуры. Известно, что при полной нагрузке до разгона тепловыделение на процессоре составляло ***W* = 60 Вт**, а датчики показывали **$T_{хол}$ = 34°С** и **$T_{гор}$ = 38°С**. После разгона датчики стали показывать **$T_{хол}$' = 55°С** и **$T_{гор}$' = 65°С**. Экспериментаторам показалось, что поток воздуха от вентилятора, прошедший сквозь воздушный теплообменник, лишь слегка тёплый, и система воздушного охлаждения работает неэффективно. Какое значение температуры покажет термометр, если его поместить в этот поток? Температура воздуха в комнате **$T_{в,хол}$ = 20°С**, расход вентилятора **$G_в$ = 10 л/с**, плотность воздуха **$\rho_в$ = 1.2 кг/м^3**, а его удельная теплоёмкость **$c_в$ = 1000 Дж/(кг*К)**. Считайте, что жидкость в контуре и воздух прогреваются равномерно.



Решение:

Для неразогнанного процессора напишем, как выражается мощность процессора через расход, величину нагрева и свойства теплоносителя.

Тепловая энергия E = m*c*($T_{гор}$-$T_{хол}$).

Масса m = ρ*V.

За единицу времени t:

Объём вещества $V = G*t$

Тогда энергия $E = \rho*c*G*t*(T_{гор}-T_{хол})$.

А мощность – это $W = E/t$.

При этом имеют место два контура – один закрытый с жидким теплоносителем, и один открытый с воздухом. В установившемся режиме как с потоком жидкости, так и с потоком воздуха, должно переносится одинаковое количество энергии (одинаковые мощности).

$W = \rho*c*G*(T_{гор}-T_{хол}) = \rho_в *c_в*G_в*(T_{в,гор}-T_{в,хол})$.

После разгона аналогично (штрихованные переменные)

$W' = \rho*c*G*(T_{гор}'-T_{хол}') = \rho_в*c_в*G_в*(T_{в,гор}'-T_{в,хол})$,

Надо найти $T_{в,гор}' = W' / (\rho_в*c_в*G_в) + T_{в,хол}$

Неизвестна мощность процессора после разгона

Поделим выражения $W'/W = (T_{гор}'-T_{хол}')/ (T_{гор}-T_{хол})$ => $W' = W*(T_{гор}'-T_{хол}')/ (T_{гор}-T_{хол})$

=> $T_{в,гор}' = W*(T_{гор}'-T_{хол}')/((T_{гор}-T_{хол}) * \rho_в*c_в*G_в) + T_{в,хол}$

Подставляя значения, получаем $T_{в,гор}' = 32.5$ °C