Задания отборочного этапа
Олимпиады школьников Санкт-Петербургского государственного университета по «Физике»
11 класс

ЗАДАЧА № 1

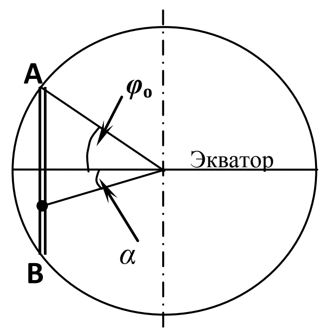
«*Лиха беда – начало*»

Действующая микромодель автомобиля имеет двигатель внутреннего сгорания и два топливных бака – один с бензином, другой с газом. На газе двигатель развивает ускорение $a_г = 3$ м/с^2, и газа в баке хватает на работу в течение $t_г = 6$ с. На бензине двигатель развивает ускорение $a_б = 4$ м/с^2, и бензина хватает на работу в течение $t_б = 3$ с. Топливо можно использовать в произвольном порядке (в любой момент баки можно мгновенно включать, выключать и переключать, но нельзя включать их одновременно). При отключенных или пустых баках модель идет по инерции с постоянным тормозящим ускорением $a_о = -2$ м/с^2. Программа переключений вводится в модель перед стартом и по ходу движения не меняется. Кроме того, в модель вмонтирован так называемый «черный ящик». Это прибор, который включается в момент старта и работает до полной остановки модели. В каждый момент (t) он одновременно и независимо фиксирует значения нескольких кинематических параметров, в том числе мгновенную скорость $v(t)$, пройденный путь $S(t)$ и среднюю скорость $V_{ср}(t)$, достигнутую на текущий момент с начала старта. Определить максимально возможные значения каждого из указанных параметров «черного ящика». Найти соответствующие им моменты времени.

ЗАДАЧА № 2

«*Как сквозь землю провалился*»

Города «A» и «B» расположены на одном меридиане по разные стороны от экватора, но на одинаковом от него расстоянии. Таким образом, их географические широты в Северном и, соответственно, в Южном полушариях задаются одним и тем же числом. В нашем случае оно равно $\boldsymbol{\varphi_0}$. Между этими городами прорыт сквозь толщу земли прямой тоннель (см. рисунок), в котором проложен железнодорожный путь. В пренебрежении диссипативными силами, сообщение между городами «A» и «B» можно осуществлять без затрат каких-либо посторонних источников энергии. Вагон без начального толчка просто отпускается в свободное движение по тоннелю из одного пункта в другой. Поскольку тоннель в любой точке имеет «гравитационный» уклон к своей середине, то силы земного притяжения на первой половине пути будут разгонять вагон, а на второй - столь же успешно тормозить его, так что в конечном пункте вагон остановится сам.



Вопрос №1. Сколько времени займет это путешествие? (Подсказка: установите аналогию между движением вагона в тоннеле и колебаниями груза на пружинке).

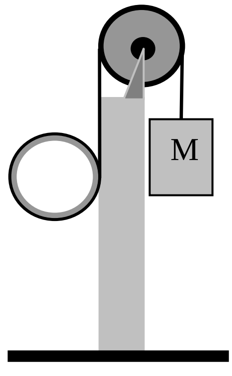
Вопрос №2. К потолку вагона подвешен математический маятник, период колебаний которого в нормальных условиях равен $\boldsymbol{T_0}$. В каких пределах будет изменяться период его колебаний (от T_{min} до T_{max}) во время такого путешествия?

Вопрос №3. Каким будет период колебаний маятника, если вагон остановить в том месте тоннеля (черная точка на рисунке), из которого направление на центр Земли составляет угол α с экваториальной плоскостью?

Землю считать однородным шаром. Вращением Земли пренебречь.

ЗАДАЧА № 3

«*Держаться до последнего*»



К тонкому обручу массой $m = 0{,}8$ кг (например, обод велосипедного колеса) привязывают снаружи один конец <u>*легкого нерастяжимого тонкого*</u> троса и плотно наматывают на обод несколько витков. К другому концу троса привязывают груз массой M. Затем трос перекидывают через <u>*легкий*</u> блок, закрепленный на вершине высокого <u>*гладкого*</u> столба, и удерживают всю систему в положении, указанном на рисунке. При этом обе части троса, свисающие с блока, находятся в вертикальном положении, а обруч касается столба. После того, как систему отпускают, обруч начинает раскручиваться (против часовой стрелки на рисунке), и одновременно, его центр начинает двигаться вниз. При этом груз все время остается на исходном уровне.

Найти массу груза (М) и ускорение центра обруча (a).

ЗАДАЧА № 4

«*Тише едешь…*»

Расстояние между передней и задней осями автомобиля равно L, а расстояние мкжду левыми и правыми колесами составляет величину b. Центр масс автомобиля расположен на высоте h над дорогой и проецируется на нее между осями на расстоянии βL от проекции передней оси $(0 \le \beta \le 1)$. Коэффициент трения между шинами и дорожным покрытием равен μ.

Вопрос №1. Предположим, что на горизонтальном участке дороги автомобиль входит в крутой поворот на недопустимо высокой скорости. С чего начнется для него ДТП (дорожно-транспортное происшествие) – с опрокидывания набок или с заноса в кювет)?

Вопрос №2. Какое максимальное ускорение (***a****) сможет развить такой автомобиль на прямом горизонтальном участке дороги, если у мотора избыточная мощность, ведущими являются ***задние колеса***, а сцепление с дорогой (μ) достаточно велико?

Вопрос №3. При каком минимальном значении коэффициента трения ($\mu_{\min}$) можно достичь такого ускорения?

Подчеркнем, что при полной разгрузке передних колес автомобиль полностью теряет рулевое управление, что, впрочем, не препятствует его прямолинейному движению в течение какого-то времени. А вот дальнейшее ускорение уже приводит к опрокидыванию назад. Проще всего этот эффект демонстрируется на мощном мотоцикле. Профессиональные мотогонщики очень часто поднимают своего «коня» «на дыбы» после победного финиша. При этом они, естественно, не доводят дело до «логического конца». А вот иные «любители» быстрых стартов нередко тут же и «финишируют», уже на спине.

ЗАДАЧА № 5

«*На все 4 стороны*»

Газовый процесс задан уравнением $P \cdot V^{n} = \mathrm{const}$, где n – произвольное число $(-\infty < n < +\infty)$. Приведенное соотношение называется «*уравнением политропы*», число n – ее показателем, а сам процесс – политропическим. В таком виде можно представить любой газовый процесс (если не еа всей PV-диаграмме, то, по крайней мере, в некоторой ее области, пусть и очень маленькой). В таком процессе молярная (т.е., в расчете на 1 моль) теплоемкость газа (C) остается неизменной.

Для ответа на следующие вопросы воспользуйтесь основными соотношениями I-го начала (1-го закона) термодинамики в дифференциальной форме. Руководствуйтесь также определением и *самым общим* смыслом таких понятий, как «*теплоемкость*» и «*удельный*». Последнее означает «*в расчете на количественную единицу*» (например: «кг», «м ^{n}», штука, дюжина, моль и т.д.)

Вопрос №1. Чему равен показатель политропы для каждого из четырех стандартных изопроцессов (изобарный, изохорный, изотермический, адиабатический)?

Вопрос №2. Как количественно оценить (не по формулам, а из общих соображений) теплоемкость газа в изотермическом (C_T) и адиабатическом (C_S) процессах?

Вопрос №3 (основной). Какова (в самом общем виде) молярная теплоемкость одноатомного газа (C_n) в политропическом процессе с показателем n? Обобщить полученный результат для любого газа, молекулы которого имеют i степеней свободы.

Сопоставить полученную для C_n формулу (из вопроса №3) с известными значениям C_p и C_v, а также с результатами оценок из вопроса №2.

ЗАДАЧА № 6

«*Даешь 100 % …???*»

Тепловая машина работает на одноатомном газе. Ее полный цикл состоит из трех изопроцессов: изобарный – изохорный – адиабатический, причем положительная работа совершается при изобарном процессе.

Вопрос №1. Какова верхняя теоретическая граница (η^*) для КПД такой машины, если не накладывать ограничений (ни сверху, ни снизу) на ее предельные параметры P,V,T?

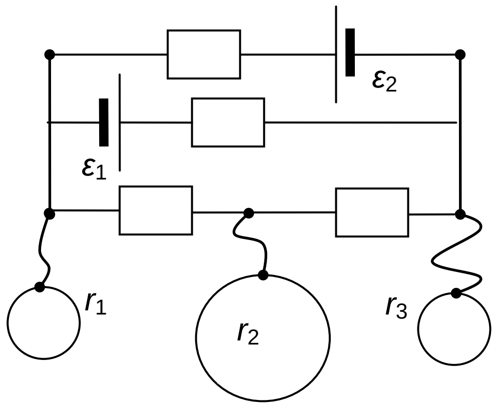
Вопрос №2. Можно ли, поменяв указанные изопроцессы «ролями», создать машину с более высоким КПД ? Если да, то какова его верхняя граница?

ЗАДАЧА № 7
«*Соки земли*»

Внутри тонкой изолированной металлической сферы концентричкски расположен металлический шар <u>***втрое меньшего***</u> радиуса. Сфере сообщают заряд Q, в результате чего она приобретает потенциал φ_o. Каким станет потенциал шара ($\varphi_{ш1}$)? Затем через маленькое отверстие в сфере шар заземляют тонким проводом. Какой заряд ($q_ш$) натечет при этом на шар? Какими теперь окажутся потенциалы сферы (φ_{c2}) и шара ($\varphi_{ш2}$)? Затем шар отсоединяют от земли, и после этого заземляют уже сферу. Какой заряд (q_c) останется на сфере? Какими после всех этих процедур окажутся окончательные потенциалы сферы (φ_{c3}) и шара ($\varphi_{ш3}$)?

ЗАДАЧА № 8
«*Принесенные ветром*»

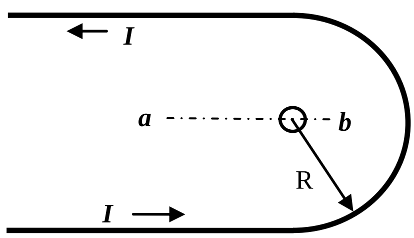
В схеме, указанной на рисунке, все сопротивления одинаковы и равны R = 10 Ω. Идеальные источники тока имеют ЭДС $\varepsilon_1 = 10$ В, и $\varepsilon_2 = 20$ В, соответственно. Три <u>*взаимно удаленных друг от друга*</u> металлических шара радиусами, соответственно, $r_1 = 90$ см, $r_2 = 1{,}8$ м и $r_3 = 90$ см подсоединены к схеме длинными тонкими проводами, как показано на рисунке. Найти заряды (Q_1, Q_2 и Q_3) на каждом из шаров, если изначально они были не заряжены.



Символ Ω означает «Ом». Это устаревшее обозначение использовано нами во избежание путаницы между буквой «О» и цифрой «0».

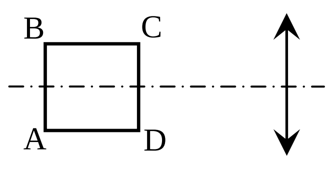
ЗАДАЧА № 9
«*От ворот поворот*»

По длинному тонкому прямому проводнику течет постоянный ток ***I***. Проводник изгибают в середине так, что он приобретает вид плоской U-образной дуги с параллельными сторонами и закруглением в виде полуокружности радиуса R (см. рисунок). В центр этой полуокружности помещают плоскую круглую проволочную рамку радиусом r ($r \ll$ R) и начинают ее вращать с постоянной угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$ вокруг оси «***ab***». Ось лежит в плоскости дуги и проходит через диаметр рамки. Найти амплитуду ($\boldsymbol{\varepsilon_0}$) переменной ЭДС, индуцированной вращением рамки в магнитном поле, создаваемом током ***I***. Неоднородностью магнитного поля в районе рамки пренебречь.



ЗАДАЧА № 10
«*Копия, или оригинал?*»

Оптическая ось собирающей линзы лежит в плоскости квадрата (ABCD), проходя через его центр. Стороны AB и CD параллельны плоскости линзы, причем расстояние от AB до линзы больше расстояния от CD до линзы в n раз ($n = 5/3$). Известно также, что изображения диагоналей квадрата взаимно перпендикулярны.



Вопрос №1. Чему равно отношение (S/S*) площади квадрата (S) к площади его изображения (S*)?

Вопрос №2.(*исследовательский*) Как нужно сдвинуть квадрат, чтобы обе площади стали равными? Иными словами, какое новое значение нужно придать параметру *n*? Приведите ответ, или укажите ***любой*** разумный путь, ведущий к нему (кроме числового подбора).