Олимпиада школьников СПбГУ по математике

Примеры заданий отборочного этапа

2014/2015 учебный год

Задания для 6-9 классов

Олимпиада школьников СПбГУ по математике
Примеры заданий отборочного этапа
2014/2015 учебный год

Задания для 6–9 классов

1. (10 баллов) *В таблице 3×5 расставили все числа от 1 до 15 так, что сумма чисел в любом столбике из трех клеток делится на 3. Потом некоторые из них стерли и заменили на числа a, b, c:*

11	a	3	8	10
7	9	13	15	12
c	2	5	4	b

Какое из утверждений верно? а) a=1, b=14; б) b=14, c=12; в) a=4, c=6; г) a=14, b=6; е) ни один из вариантов не верен.

2. (20 баллов) *Сколько существует четных 100-значных чисел, каждая цифра десятичной записи которых равна одной из цифр 0, 1 или 3?*

3. (20 баллов) *Сколько чисел из последовательности*

$$20142015, 201402015, 2014002015, 20140002015, 201400002015, \ldots$$

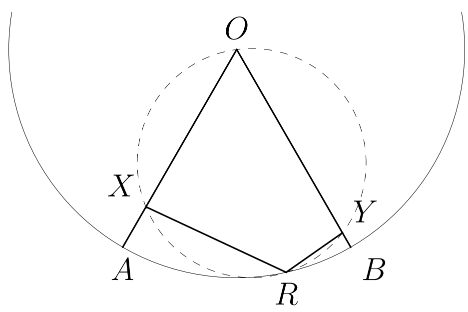
являются полными квадратами?

4. (20 баллов) *Расположите числа Ψ, Ω и Θ в порядке невозрастания, если*

$$\begin{aligned}
\Psi &= \frac{1}{2} \cdot (1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \ldots - 2012)\,, \\
\Omega &= 1 - 2 + 3 - 4 + \ldots - 2014\,, \\
\Theta &= 1 - 3 + 5 - 7 + \ldots - 2015\,.
\end{aligned}$$

5. (30 баллов) *В королевском трапезном зале три стола, на которые подается три одинаковых пирога. На обед за свой стол король пригласил шестерых принцев. За второй стол можно посадить от 12 до 18 придворных, за третий стол — от 10 до 20 рыцарей. Каждый пирог разрезается на равные куски по количеству сидящих за столом. При дворе существует правило — обед рыцаря вместе с обедом придворного равен обеду короля. Определите наибольшее возможное число рыцарей, которых король может позвать в этот день на обед. Сколько придворных при этом сядет за свой стол?*

6. (40 баллов) *На окружности с центром O взяты точки A и B так, что угол AOB равен 60°. Из произвольной точки R меньшей дуги AB проведены отрезки RX и RY так, что точка X лежит на отрезке OA и точка Y лежит на отрезке OB. Оказалось, что угол RXO равен 65° и угол RYO равен 115°. Докажите, что длина отрезка XY не зависит от выбора точки R.*



7. (40 баллов) *QL — биссектриса треугольника PQR, а M — центр описанной окружности треугольника PQL. Оказалось, что точки M и L симметричны относительно PQ. Найдите углы треугольника PQL.*