

Заключительный этап 5-8 класса (приведен один из вариантов заданий)

1. Основы логики, моделирование (1 балл)

[Настольные игры]

Как-то четверо мальчиков, живущих на одной улице, договорились собраться вместе и поиграть в настольные игры. Каждый мальчик обещал принести свою настольную игру.

Мальчиков зовут: Петя, Ваня, Тимур и Антон.

Настольные игры у них такие: Уно, Манчкин, Каркасон и Имаджинариум, у каждого мальчика ровно одна игра из перечисленных.

Дома, в которых живут мальчики пронумерованы от 1 до 4, все мальчики живут в разных домах.

Известно:

1. У мальчика из второго дома Уно
2. У Тимура Каркасон
3. Ни Петя, ни Ваня не живут во втором доме
4. У мальчика из четвертого дома Имаджинариум
5. У Вани не Имаджинариум

Так же мальчики не смогли договориться, в чьем доме им лучше собраться, поэтому решили выбрать дом, до которого всем будет ближе, однако знают лишь расстояние между домами. Ближайшим для всех домов является тот дом, для которого максимальное расстояние до других домов является минимальным среди остальных домов.

Вам дана информация о расстояниях между домами, записанная в виде таблицы:

	1	2	3	4
1	0	7	8	6
2	7	0	6	5
3	8	6	0	4
4	6	5	4	0

В такой таблице на пересечении некоторой строки и столбца записывается расстояние между двумя домами.

Помогите мальчикам определиться, где же им играть в настольные игры. В ответе напишите первую букву имени мальчика(заглавную), в чьем доме лучше всего проводить игры. Если существует более одного дома, который подпадает под определение ближайшего, в ответе можно указать первую букву имени мальчика, живущего в любом из таких домов

2. Моделирование, графы (1 балл)

[Вася снова в лабиринте.]

Вася выбрался из предыдущего подземелья, но через некоторое время он снова захотел попробовать свои силы в решение головоломки с лампочками, поэтому отправился в то подземелье вновь, но вот незадача, подземелье изменилось, однако правила остались теми же.

Подземелье состоит из комнат и туннелей между ними. В каждой комнате находится по 4 лампочки. В подземелье есть два типа комнат – красные и зеленые. В зеленых комнатах есть кнопка для включения лампочек, а в красных - нет.

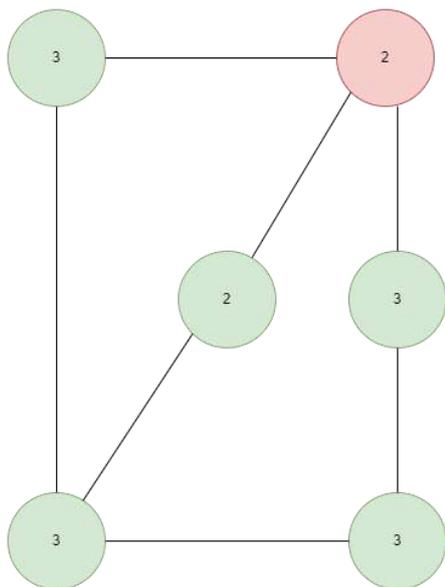
С помощью нажатия на кнопку можно включать лампочки по следующему правилу: одно нажатие на кнопку включает по одной лампочке в текущей комнате и во всех соседних комнатах, если в какой-то комнате уже горят 4 лампочки, то при попытке включить еще одну лампочку в этой комнате потухнут 3 лампочки и останется гореть одна.

Вася может нажимать на кнопки в любом порядке, а также беспрепятственно передвигаться по подземелью и заходить в любую комнату, в том числе начинать с любой комнаты.

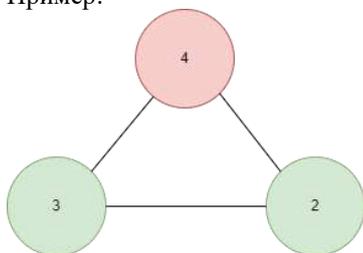
Вам дан план подземелья. Комнаты изображены на плане как круги, а число внутри круга – количество горящих лампочек на момент попадания Васи в подземелье. Вася понял, что не может самостоятельно выбраться, поэтому помогите Васе узнать минимальное количество нажатий на кнопки, чтобы в каждой комнате горело ровно по 4 лампочки. Также мальчик пообещал сам себе что, если ему удастся выбраться, он больше не пойдет в это подземелье.

В ответе укажите одно число – минимальное количество нажатий кнопок, чтобы в каждой комнате было зажжено 4 лампочки.

Карта подземелья

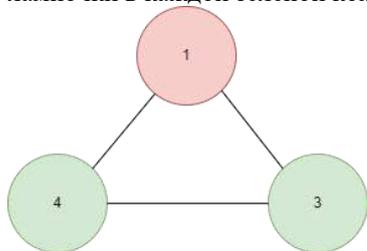


Соседней комнатой называется любая комната, которая соединена туннелем с текущей комнатой.
Пример:



Вася может нажимать кнопки только в зеленых комнатах.

Если Вася нажмет на кнопку в комнате с 3 лампочками, то потухнет 3 лампочки в красной комнате, и загорится по одной лампочки в каждой зеленой комнате.



3. Кодирование информации, комбинаторика, регулярные выражения (3 балла) [Где взять столько сотрудников?]

Для задания регулярных выражений приняты следующие обозначения:

C	Любой неспециальный символ c соответствует самому себе. Специальными символами будем считать только символы [,], {, }, *, +, -, ? – эти символы не могут по условию данной задачи
[...]	Любой символ из ... ; допустимы диапазоны типа: <ul style="list-style-type: none"> • a-z (последовательно идущие символы в алфавите), • A-Z (последовательно идущие символы в алфавите), • 0-9 (последовательно идущие цифры).
r*	Ноль или более вхождений символа r , может применяться и для диапазонов.
r+	Одно или более вхождений символа r , может применяться и для диапазонов,

r1r2	За символом или диапазоном r1 следует символ или диапазон r2 .
{n}	Число вхождений n предыдущего выражения. Например, выражение [a-z]{3} соответствует подстроке из трех латинских букв.
{n, m}	Число вхождений от n до m предыдущего выражения. Например, выражение [a-z]{3, 5} соответствует подстроке из не менее трех и не более пяти латинских букв.

В банке все e-mail адреса сотрудников задаются с помощью следующего регулярного выражения **[A-Z].[a-z]{1, 8}@sun.ru**

Для каждого отдела банка имеется свой формат e-mail адресов, который не противоречит общепринятому регулярному выражению для e-mail. У Кирилла свой отдел, сколько сотрудников может быть в его отделе, если у каждого его сотрудника должен быть e-mail, подходящий под регулярное выражение для отдела Кирилла **[A-E].[a-z]+kir@sun.ru**

В ответе укажите одно число – максимальное количество сотрудников в отделе Кирилла.

4. Системы счисления (2 балла)

[Сложная система]

Найдите такие X, Y, Z при которых следующая система будет верной:

$$\begin{cases} A6Z_{16} - 72X_8 = 892_{16} \\ 3XX_4 + 21Y_{16} = 24A_{16} \\ DY0_{16} - 67_8 = DX9_{16} \end{cases}$$

В ответе укажите три числа в десятичной системе счисления через пробел – сначала значение X, затем Y и Z.

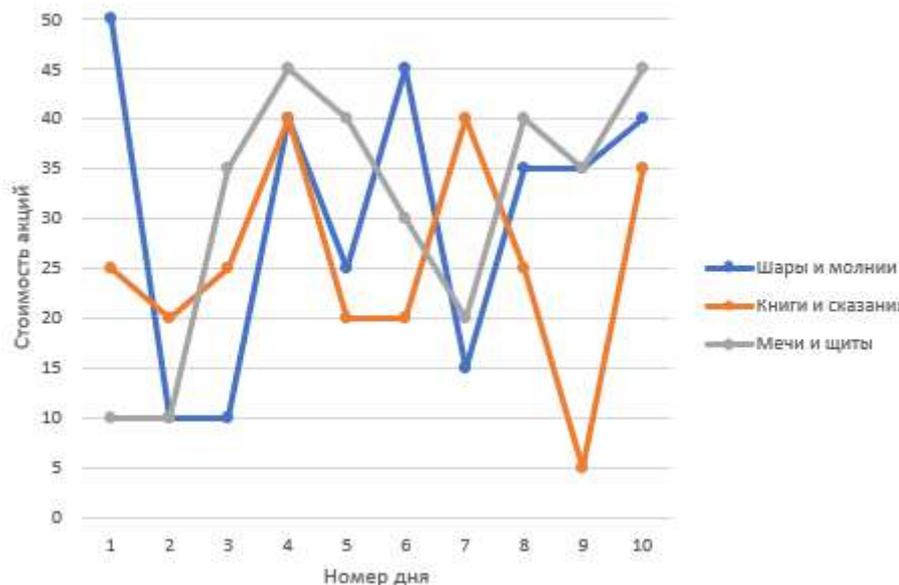
5. Моделирование. Таблицы и графики (1 балл)

[Выгодное вложение]

У девочки Леры есть 50 монет, на эти деньги она хочет купить несколько акций одной из трех магических компаний. Пророк дал Лере листочек с графиком, на котором указаны цены акций в разные дни для каждой из трех компаний. Лера хочет купить на все деньги акции только одной магической компании в один день, а потом продать их все в другой день. Покупка и продажа осуществляются по цене акции в день покупки и день продажи соответственно. Помогите Лере получить максимальную выгоду.

В ответе укажите одно число – максимальную прибыль, которую получит Лера при продаже акций.

График роста акций магических компаний



Примечание: прибыль – разница между продажей и покупкой акций.

6. Кодирование информации. Шифрование (3 балла)

[Коллизия]

Одной из важных функций для работы со строками является хэш-функция. Хэш-функция позволяет преобразовать строку в число, притом единственным образом, а такое число называется хэшем. В идеальном варианте одному хэшу соответствует только одна строка.

Однако это не всегда так. Коллизией хэшей называется такая ситуация, когда для двух разных строк хэш-функция вычисляет одинаковый хэш.

В данной задаче Вы будете работать с полиномиальной хэш-функцией.

Будем вычислять функцию $h(S)$ для исходной строки S длиной n следующим образом:

Сначала для всех i от 0 до n не включительно посчитаем значения $S[i]*p^i$ и сложим их в одно число A . В условиях данной задачи будет считать, что строка S состоит только из латинских прописных букв, а $S[i]$ – номер i -ой буквы строки в алфавите. Нумерация символов строки начинается с нуля, нумерация букв алфавита начинается с нуля.

Вычислим значение функции $h(S) = A \bmod k$, где функция $A \bmod B$ равна остатку от деления A на B .

Для получения различных хэш-функций константы p и k задаются как целые положительные числа.

Вам даны две строки: “had” и “ecc”. Найдите такое минимальное целое положительное p , что при $k=34$ произойдёт коллизия хэшей.

Примечание. Латинский алфавит: ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

7. Алгоритмизация и программирование. Анализ алгоритма (2 балла)

[Что такое КМП?]

Вам дан алгоритм:

```
алг Пи функция (арг сим таб S[0:n-1], арг цел n)
```

```
нач цел i, j, цел таб P[0:n-1]
```

```
  i := 0
```

```
  нц пока i < n
```

```
    P[i] := 0
```

```
    i := i + 1
```

```
  кц
```

```
  i := 1
```

```
  нц пока i < n
```

```
    j := P[i - 1]
```

```
    нц пока j > 0 И S[i] != S[j]
```

```
      j := P[j - 1]
```

```
    кц
```

```
    если S[i] = S[j]
```

```
      j := j + 1
```

```
    P[i] = j
```

```
    Вывод P[i], ‘\n’
```

```
    i := i + 1
```

```
  кц
```

```
кОН
```

На вход алгоритму подали строку S - “abr#abracadabra” и число n – длина строки S .

Ваша задача – найти, сколько раз было выведено число 3.

В ответе укажите одно число.

8. Алгебра логики (2 балла)

[Потерявшийся оператор]

Вам дана функция от четырех переменных:

$$F(A, B, C, D) = (A \leftrightarrow B) \mid (B \ X \ C) \mid (C \rightarrow D)$$

Где за X скрыта одна из логических операций:

1. | (ИЛИ)
2. & (И)
3. \leftrightarrow (ЭКВИВАЛЕНТНО)
4. XOR (НЕ РАВНО, ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ «ИЛИ»: $A \text{ XOR } B = \text{НЕ}(A \leftrightarrow B)$)
5. \rightarrow (СЛЕДОВАНИЕ: $A \rightarrow B = \text{НЕ } A \text{ ИЛИ } B$)
6. \leftarrow (ОБРАТНОЕ СЛЕДОВАНИЕ: $A \leftarrow B = A \text{ ИЛИ НЕ } B$)

Какие операции могут быть скрыты за **X** такие, что функция F будет принимать значение «истина» ровно для 15 различных наборов значений аргументов (A,B,C,D)?

В ответе перечислите номера операций в порядке возрастания без пробелов и запятых.

9. Алгоритмизация и программирование. Формальный исполнитель (2 балла)

[Затейливая магия]

В волшебном городе Строкалесе живут маги, познающие магию строк. Одно из базовых магических заклинаний преобразует строку таким образом, что каждой букве исходной строки справа приписывается зеркальная ей буква, то есть буква, которая стоит на той же позиции в зеркально отраженном алфавите.

Таким образом для буквы **a** зеркальной буквой является буква **z**, а для буквы **f** – **u**.

Так, если применить данное заклинание к строке 'abc', то она преобразуется в строку 'azbux'.

Ваша задача, как новичка в Строкалесе, определить, какая буква будет стоять на **300-ой** позиции, если к строке 'sobaka' применить заклинание последовательно **7 раз**. Нумерация букв в строке начинается с нуля.

В ответе укажите только букву латинского алфавита.

10. Комбинаторика (1 балл)

[Опять DnD?]

Как-то раз группа друзей собрались поиграть в настольную приключенческую игру Demons&Dwarfs. В этой игре, чтобы сделать какое-либо действие, нужно бросать кубики.

В один из моментов приключения одному из игроков на пути встретился циклоп, и чтобы пройти дальше – нужно было победить его.

Чтобы проверить, попал ли удар по врагу, нужно кинуть D20 кубик; считается, что игрок попал по врагу, если число, описывающее количество **брони врага**, *не больше* числа, выпавшего на кубике. Затем, если удар попал по врагу, то нужно кинуть 4 кубика D4 на атаку, и если сумма на выпавших гранях кубиков *не меньше*, чем число, описывающее **количество жизней врага**, то игрок победил. Таким образом, в зависимости от первого броска, может получиться последовательность из одного или пяти бросков. Даже если меньшего числа кубиков D4 хватает для победы, кинуть нужно все кубики. У кубиков D20 и D4 грани содержат неповторяющиеся числа от 1 до 20 и от 1 до 4 соответственно.

У Циклопа **14 брони** и **9 жизней**.

Сколько различных последовательностей бросков таких, что по итогу бросков кубиков, игрок победит циклопа? В рамках данной задаче полагается, что кубики на урон бросаются одновременно и варианты с одинаковым набором чисел, выпавших на гранях, считаются за один вариант. Например, если на кубиках D4 выпали числа 1,2,3,3, то любые варианты перестановок этих чисел между кубиками не считаются за новый вариант.

Пример: допустим у врага характеристики: 10 брони и 6 жизней

Игрок бросает кубик D20 на проверку попадания, выпадает 12(что больше 10). Следовательно, можно кидать кубики D4 на урон. Затем он кидает 4 кубика D4 на урон, если выпадет сумма больше или равная 6, то он побеждает.

В ответе укажите одно число – количество последовательностей бросков.