

III. Задания отборочного этапа олимпиады 2021-22 года

Отборочный этап 11 класса. 1 тур (приведен один из вариантов заданий)

1. Кодирование информации. Системы счисления (2 балла)

[Три степени]

Вариант 1

Значение арифметического выражения

$$0,008_{16}^X + 0,04_{16}^Y + 0,2_{16}^Z$$

вычислили для значений $X=D$, $Y=7$, $Z=2$ и записали в системе счисления с основанием 16. Посчитайте сумму цифр в получившейся записи. В ответе укажите целое число в десятичной системе счисления.

Ответ:

2. Кодирование информации. Системы счисления (1 балл)

[Большие основания]

Вариант 1

Петя узнал про длинную арифметику и заинтересовался системами счисления с большими основаниями. Он обнаружил, что любое целое положительное число, большее 2, можно записать в некоторой системе счисления с основанием X как 11_X . Пете интересно, а можно ли по заданному числу определить все основания позиционных систем счисления, в которых запись этого числа будет состоять ровно из двух одинаковых цифр. Для эксперимента Петя решил взять десятичное число 2^X , где $X=151$. Определите для этого числа количество оснований позиционных систем счисления, в которых запись этого числа будет состоять ровно из двух одинаковых цифр. В ответе укажите целое число в десятичной системе счисления.

Ответ:

3. Кодирование информации. Количество информации. Кодирование текста (1 балл)

[Пары символов]

Вариант 1

Текст состоит из 2400 символов. Известно, что в тексте встречается ровно 100 различных символов. При сохранении текста в памяти сохраняются коды символов так, что для записи каждого кода используется минимально возможное, одинаковое для всех кодов символов количество бит.

Петя обнаружил, что весь текст можно представить в виде последовательности непересекающихся пар символов, причем в тексте встретится ровно K различных пар символов. Петя решил сохранять в памяти код каждой пары символов, используя для записи каждого кода минимально возможное, одинаковое для всех кодов пар символов количество бит.

Петя обнаружил, что в результате объем памяти, требующейся для сохранения текста, уменьшился ровно на 1050 байт. При каком минимальном значении K это возможно. В ответе укажите целое число.

Ответ:

4. Кодирование информации. Количество информации (3 балла)

[Квадраты]

Петя разрабатывает генератор QR-кодов. Пока он научился генерировать все квадратные изображения, размером 9 на 9 пикселей, каждый из которых окрашен черным или белым цветом. Полученные изображения он сохраняет в памяти друг за другом как последовательности из 81 бита. Петя решил, что если среди сгенерированных изображений встретится изображение, в котором присутствует квадрат, размером 8 на 8, состоящий только из черных пикселей, то такое изображение будет считаться бракованным. Бракованные изображения он решил сохранять отдельно. Определите, сколько памяти ему потребуется для этого. Ответ округлите в большую сторону до целого числа МБайт и запишите в ответ получившееся число.

Примечание: 1 Мбайт = 2^{20} байт.

Ответ:

5. Основы логики. Анализ логических функций (2 балла)

[Четыре выражения]

Вариант 1

Задана логическая функция от 5 переменных:

$$F(A,B,C,D,E) = (((\$1) \rightarrow (\$2)) \rightarrow (\$3)) \rightarrow (\$4)$$

Известно, что вместо обозначений $\$1$, $\$2$, $\$3$ и $\$4$ подставили следующие логические выражения:

1. A and not B
2. B and not C
3. C and not D
4. D and not E

Были использованы по одному разу все четыре логических выражения, но неизвестно, какому обозначению соответствует какое логическое выражение.

Для этой логической функции построили таблицу истинности: для всех комбинаций значений переменных A,B,C,D,E, расположенных в лексикографическом порядке вычислили значение логической функции и записали в виде столбца, обозначая истинное значение за 1, а ложное за 0. Получившиеся в столбце двоичные значения представили как разряды двоичного числа так, что первой строке (значениям A,B,C,D,E равным нулю), соответствует младший разряд, а последней строке (значениям A,B,C,D,E

равным единице) соответствует старший разряд. В результате получилось число 3140533179. Определите, в каком порядке были записаны четыре логических выражения при задании логической функции F. В ответе укажите номера логических выражений в порядке их следования в функции слева направо. Если такой логической функции не существует, в ответе запишите NULL.

Ответ:

6. Основы логики. Упрощение логического выражения (2 балла)

[Вальс]

Упростите логическое выражение или укажите его результат (при его однозначности). Результат упрощения может содержать только операции инверсии, конъюнкции и дизъюнкции.

$$(((A \rightarrow B \wedge C) \vee \bar{C}) \rightarrow ((B \rightarrow C \wedge D) \vee \bar{D})) \rightarrow ((\bar{E} \rightarrow C \wedge D) \vee \bar{C})$$

Комментарий по вводу ответа: операнды вводятся большими латинскими буквами; логические операции обозначаются, соответственно как **not**, **and** и **or**. Скобки используются только для изменения порядка выполнения операций. Если порядок выполнения операций очевиден из их приоритетов – дополнительное использование скобок считается ошибкой.

При однозначном ответе – истинный ответ обозначается как 1, а ложный как 0.

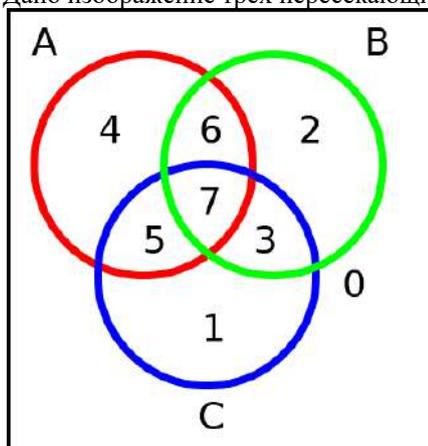
Пример записи ответа: (A or not B) and C

Ответ:

7. Основы логики. Синтез выражения по логической схеме (1 балл)

[Три окружности]

Дано изображение трех пересекающихся окружностей:



На изображении выделены восемь непересекающихся пронумерованных областей (область, пронумерованная нулем, означает точки, не принадлежащие ни одной из окружностей).

Для этого изображения сформулированы три логических высказывания:

A = {точка находится внутри красной окружности}

B = {точка находится внутри зеленой окружности}

C = {точка находится внутри синей окружности}

Укажите в порядке возрастания через пробел все номера областей, для которых будет истинно следующее выражение:

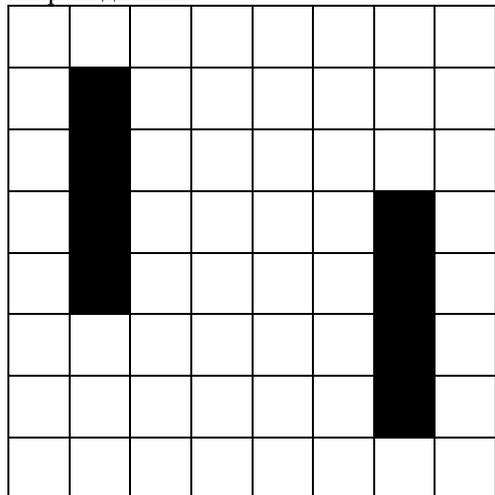
$(A \text{ xor not } B) \text{ xor } (B \text{ xor not } C)$

Ответ:

8. Алгоритмизация и программирование. Формальный исполнитель (3 балла)

[Загнанный в угол]

Дано клетчатое поле, размером 8 на 8 клеток. Часть из клеток, окрашенных на рисунке черным цветом, являются непроходимыми.



Робот-исследователь движется в соответствии со следующими правилами:

1. Изначально робот помещается в одну из клеток поля, не являющуюся непроходимой.
2. Робот не может перемещаться за пределы поля.
3. Робот не может перемещаться в непроходимую клетку.
4. Робот не может перемещаться в клетку, в которой он уже побывал.
5. Совершая очередной ход, робот пытается попасть в одну из соседних клеток, руководствуясь следующим алгоритмом:
 - a. Если робот может переместиться на одну клетку вниз, он перемещается на одну клетку вниз.
 - b. В противном случае, если робот может переместиться на одну клетку вправо, он перемещается на одну клетку вправо.
 - c. В противном случае, если робот может переместиться на одну клетку вверх, он перемещается на одну клетку вверх.
 - d. В противном случае, если робот может переместиться на одну клетку влево, он перемещается на одну клетку влево.
 - e. Если робот не может переместиться на одну клетку ни вверх, ни вправо, ни вниз, ни влево, его движение останавливается.

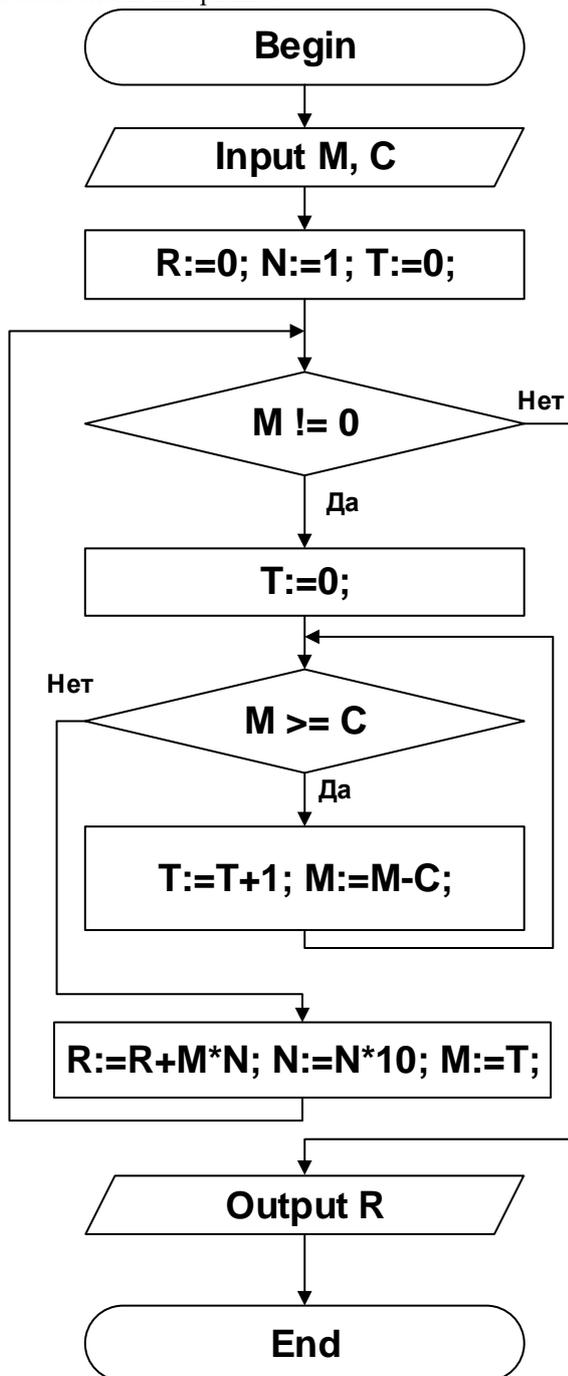
Сколько существует клеток, в которые можно изначально поместить робота так, что после остановки его движения окажется, что он посетил все клетки, которые на момент начала движения не были непроходимыми. В ответе укажите целое число.

Ответ:

9. Алгоритмизация и программирование. Блок-схема (1 балл)

[Вычитание]

Дана блок-схема алгоритма:



На вход подали два натуральных числа M и C . Известно, что на выходе получилось $R=30071$. Определите, какое значение M было на входе, если известно, что значение C на входе было равно 8. В ответе укажите целое число.

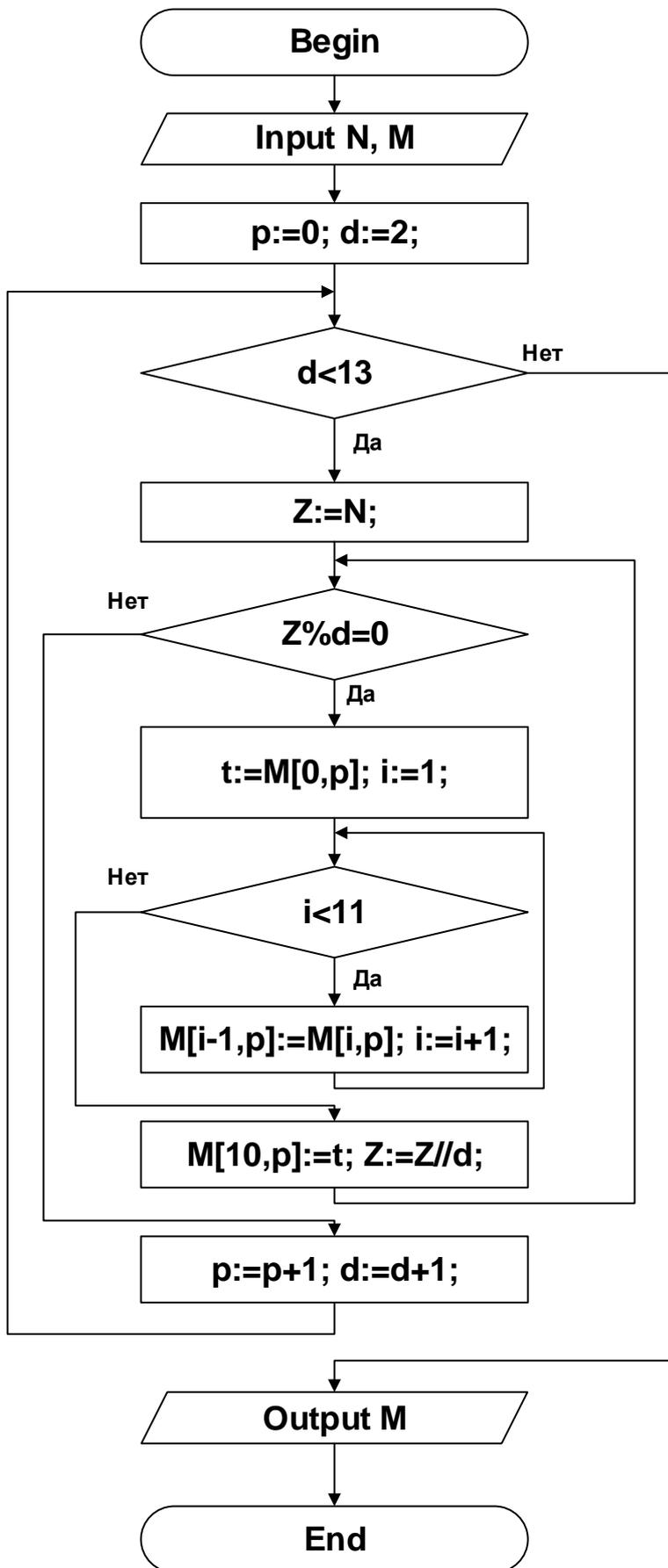
Примечание: оператор « \neq » означает «не равно».

Ответ:

10. Алгоритмизация и программирование. Блок-схема, обратная задача (2 балла)

[Эквалайзер]

Дана блок-схема алгоритма, обрабатывающего целочисленную матрицу, размером 11 на 11 элементов:



На вход подали целое положительное число N и следующую матрицу M:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

На выходе получили следующую матрицу M:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

При каком минимальном значении N это возможно? В ответе укажите целое положительное число. Если такого числа не существует, в ответе напишите NULL.

Примечания:

1. При обращении к элементам матрицы первый индекс означает номер строки, а второй – номер столбца. Нумерация производится от 0.
2. Операция $A\%B$ означает получение остатка от целочисленного деления A на B. Операция $A//B$ означает получение частного от целочисленного деления A на B.

Ответ: