

Отборочный этап 9-10 класса. 1 тур (приведен один из вариантов заданий)

1. Кодирование информации. Системы счисления (2 балла)

[Степени]

Записан ряд чисел в шестнадцатеричной системе счисления. Каждое число, это 21_{16}^N , где N принимает значения всех натуральных чисел от 1 до X. Все числа попарно различны. Для всех чисел просуммировали два их младших разряда и получили общую сумму двух младших разрядов всех записанных чисел. Записав это значение в десятичной системе счисления, получили число 392. Определите и запишите в ответ значение X.

Ответ: 50

2. Кодирование информации. Системы счисления (1 балл)

[Опять степени]

Дано равенство:

$$20_{16}^N - 10_{16}^N - 4_{16}^N = X_2$$

где, N – целое положительное число, а X – результат вычисления левой части равенства, записанный в двоичной системе счисления. Известно, что X содержит одну последовательность из ровно 20 идущих подряд единиц так, что слева и справа от неё находятся нули или границы записи числа. X может также содержать последовательности из большего или меньшего количества единиц. Найдите и запишите в ответ через пробел в порядке возрастания все значения N, при которых это возможно.

Ответ: 10 21

3. Кодирование информации. Количество информации. Кодирование текста (1 балл)

[Пароли, пароли]

Петя написал генератор паролей, длиной 8 символов. Каждый символ с равной вероятностью может быть заглавной или строчной латинской буквой, арабской цифрой или одним из двух специальных значков: # и @. Сколько бит информации несет в себе сообщение, что сгенерированный пароль не содержит ни одной буквы и цифры? В ответе укажите целое число.

Ответ: 40

4. Кодирование информации. Объем данных (1 балл)

[Цифровая фоторамка]

Петя разрабатывает прототип цифровой фоторамки, демонстрирующей слайдшоу. Петя пока не умеет сжимать данные, поэтому каждый слайд он хранит в памяти фоторамки как последовательность кодов пикселей, используя для каждого кода минимально возможное одинаковое для всех пикселей количество бит. Петя не сохраняет никакой дополнительной информации о слайдах, поскольку использует только размер 1024 на 768 пикселей и палитру из 65536 цветов. Закончив с модулем воспроизведения слайдов, Петя решил дописать модуль для проигрывания музыкального сопровождения. Для этого в памяти фоторамки сохраняется без сжатия одноканальная музыкальная композиция с частотой дискретизации 22 кГц и 65536 уровнями квантования. Продолжительность композиции равна продолжительности однократного показа всей последовательности сохраненных слайдов при учете, что каждый слайд демонстрируется ровно 8 секунд. Программа Пети заняла в памяти фоторамки 256 КБайт. Определите, максимальное количество слайдов в слайдшоу со звуковым сопровождением, если известно, что память фоторамки составляет 30 МБайт.

Примечание: 1 КБайт = 1024 байта, 1 МБайт = 1024 КБайта.

Ответ: 16

5. Основы логики. Анализ логических функций (2 балла)

[Три хор]

Вариант 1

Про логическую функцию от трех переменных A, B и C известно следующее:

1. Если (A хор B) примет значение «истина», то функция примет такое же значение как (not B or not C).
2. Если (A хор C) примет значение «истина», то функция примет такое же значение как (C → A and B).
3. Если (B хор C) примет значение «ложь», то функция примет такое же значение как (A or not B).

Найдите эту функцию и запишите в ответ максимально упрощенную формулу для этой функции, содержащую только операции инверсии, конъюнкции и дизъюнкции. Запись может содержать скобки. Будем считать формулу максимально упрощенной, если не существует эквивалентной ей формулы, содержащей меньшее количество логических операций.

Комментарий по вводу ответа: операнды вводятся большими латинскими буквами; логические операции обозначаются, соответственно как not, and и or.

Скобки используются только для изменения порядка выполнения операций. Если порядок выполнения операций очевиден из их приоритетов – дополнительное использование скобок считается ошибкой.

Пример записи ответа: (A or not B) and C

Ответ: A or not C || not C or A

6. Основы логики. Упрощение логического выражения (2 балла)

[Эквиваленции]

Упростите логическое выражение или укажите его результат (при его однозначности). Результат упрощения может содержать только операции инверсии, конъюнкции и дизъюнкции и не должен содержать скобок.

$$((A \leftrightarrow B) \rightarrow (C \leftrightarrow D)) \vee (A \rightarrow B \wedge \bar{C} \wedge D)$$

Комментарий по вводу ответа: операнды вводятся большими латинскими буквами; логические операции обозначаются, соответственно как not, and и or.

При однозначном ответе – истинный ответ обозначается как 1, а ложный как 0.

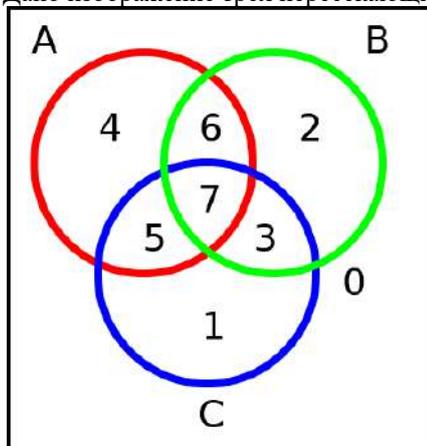
Пример записи ответа: A or B and not C

Ответ: not A or not B or not C or D

7. Основы логики. Синтез выражения по логической схеме (2 балла)

[Цветные окружности]

Дано изображение трех пересекающихся окружностей:



На изображении выделены восемь непересекающихся пронумерованных областей (область, пронумерованная нулем, означает точки, не принадлежащие ни одной из окружностей).

Для этого изображения сформулированы три логических высказывания:

A = {точка находится внутри красной окружности}

B = {точка находится внутри зеленой окружности}

C = {точка находится внутри синей окружности}

Известно, что некоторое логическое выражение, содержащее одно или несколько перечисленных логических высказываний и одну или несколько логических операций из набора {инверсия, конъюнкция, дизъюнкция}, принимает истинное значение только для точек, находящихся в областях с номерами 2, 4, 5, 6, 7. Определите это логическое выражение и запишите в ответ максимально упрощенную формулу для него. Запись может содержать скобки. Будем считать формулу максимально упрощенной, если не существует эквивалентной ей формулы, содержащей меньшее количество логических операций.

Комментарий по вводу ответа: операнды вводятся большими латинскими буквами; логические операции обозначаются, соответственно как not, and и or.

Скобки используются только для изменения порядка выполнения операций. Если порядок выполнения операций очевиден из их приоритетов – дополнительное использование скобок считается ошибкой.

Пример записи ответа: (A or not B) and C

Ответ: A or B and not C || A or not C and B || B and not C or A || not C and B or A

8. Алгоритмизация и программирование. Формальный исполнитель (2 балла)

[Волшебные грядки]

Урфин Джюс обрабатывает грядки с волшебными растениями. Каждое утро Урфин Джюс просыпается и если видит хотя бы одну необработанную грядку, то обрабатывает за день ровно одну грядку. Проснувшись в первый день, Урфин Джюс увидел 404 необработанные грядки. После того, как Урфин Джюс заканчивает обрабатывать очередную грядку, он идет спать, но пока он спит, могут произойти следующие события:

1. После обработки Урфином Джюсом каждой десятой грядки прилетает злая волшебница Бастинда и добавляет 15 необработанных грядок.

2. После обработки Урфином Джюсом каждой третьей грядки прилетает добрая волшебница Виллина и обрабатывает 10 необработанных грядок (или все оставшиеся, если осталось меньше десяти необработанных грядок).

Если эти два события происходят одновременно, то добро побеждает зло, поэтому Виллина прогоняет Бастинду и обрабатывает как обычно 10 необработанных грядок (или все оставшиеся, если осталось меньше десяти необработанных грядок), а для Бастинды отсчет 10 грядок начинается заново.

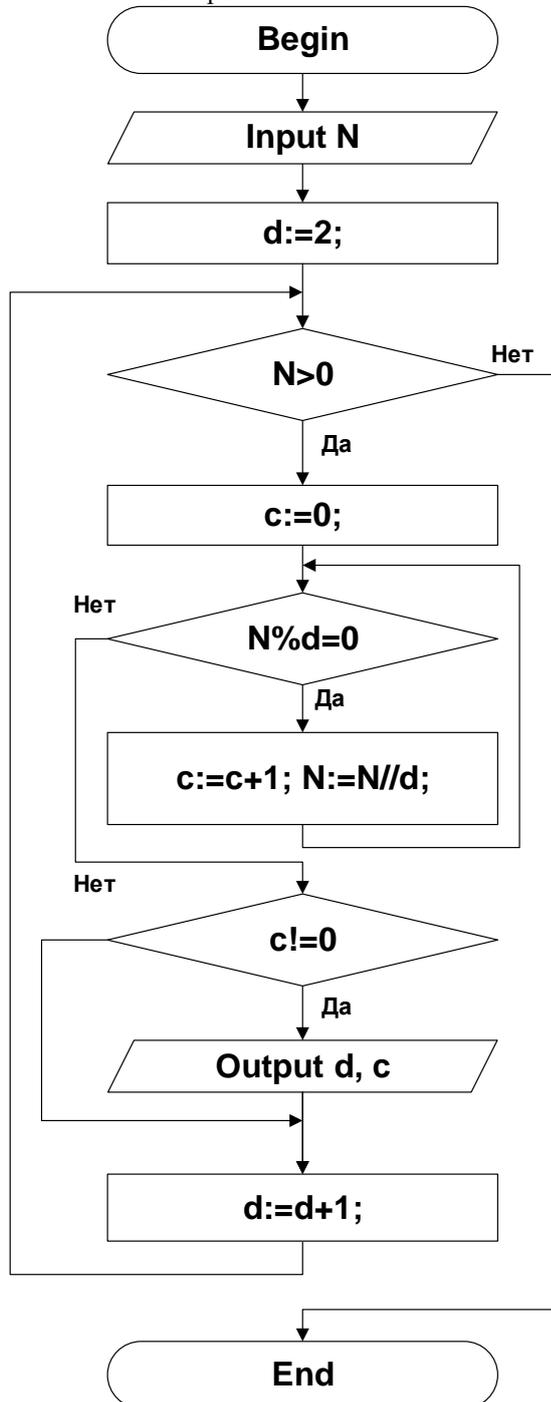
Напишите номер дня, утром которого Урфин Джюс проснется и не увидит ни одной необработанной грядки.

Ответ: 124

9. Алгоритмизация и программирование. Блок-схема, обратная задача (1 балл)

[Пары чисел]

Дана блок-схема алгоритма:



На вход подали натуральное число N . Известно, что в результате выполнения алгоритма было выведено:

2 3

5 2

7 4

Найдите и укажите в ответе значение N , при котором это могло произойти. Если такого значения не существует, укажите в ответе NULL.

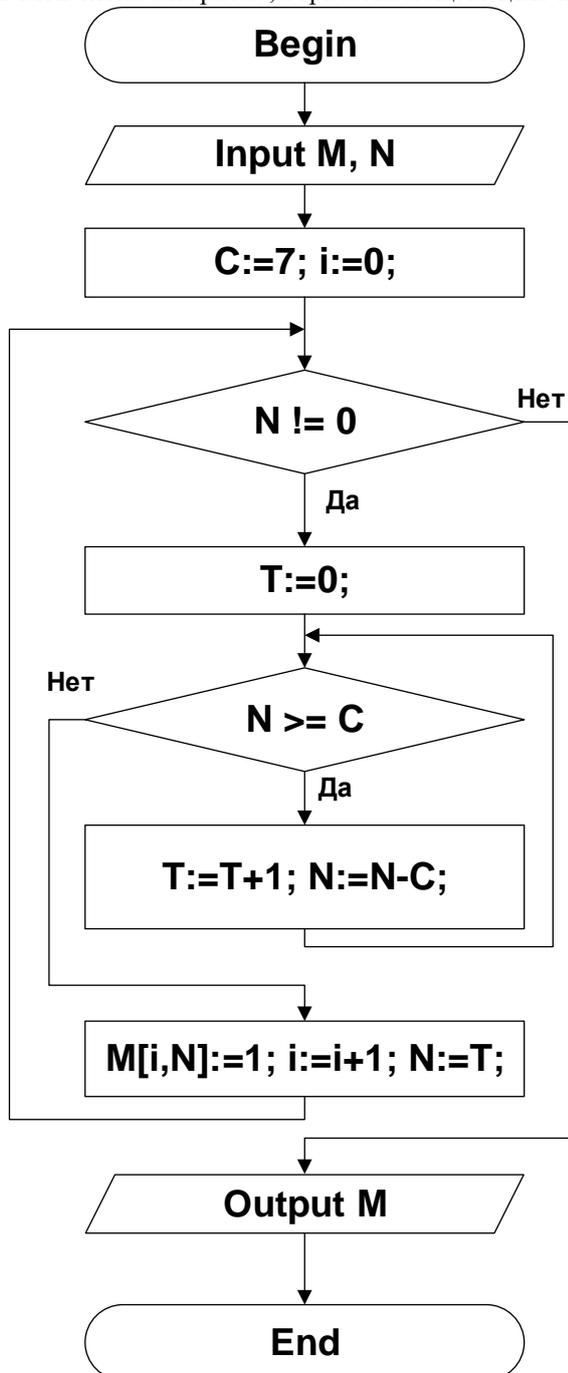
Примечание: Оператор « $!=$ » означает «не равно». Операция $A\%B$ означает получение остатка от целочисленного деления A на B . Операция $A//B$ означает получение частного от целочисленного деления A на B .

Ответ: 480200

10. Алгоритмизация и программирование. Блок-схема, массивы (2 балла)

[Пороги]

Дана блок-схема алгоритма, обрабатывающего целочисленную матрицу, размером 7 на 7 элементов:



На вход подали целое положительное число N и матрицу M , заполненную только нулевыми значениями:

На выходе получили следующую матрицу M :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

При каком значении N это возможно? В ответе укажите целое положительное число. Если такого числа не существует, в ответе напишите NULL.

Примечания:

1. При обращении к элементам матрицы первый индекс означает номер строки, а второй – номер столбца. Нумерация производится от 0.
2. Оператор «!=» означает «не равно».

Ответ: 123446