

Заключительный этап 9 и 10 класса (приведен один из вариантов заданий)

1. Кодирование информации. Системы счисления (2 балла)

[Уравнение с тремя неизвестными]

Дано равенство:

$$2334_x + 14X7_y = 12Y4_z$$

X, Y и Z являются целыми положительными числами, которые равны значениям отдельных цифр чисел в равенстве или образуют основания систем счисления, в которых записаны эти числа в равенстве. Найдите такие значения X, Y и Z, что для них равенство будет выполняться, и запишите в ответ через пробел сначала значение X в десятичной системе счисления, затем значение Y в десятичной системе счисления и затем значение Z в десятичной системе счисления. Если таких комбинаций несколько, запишите ту, в которой значение X минимально. Если таких комбинаций не существует, запишите в ответ NULL.

2. Кодирование информации. Объем информации (2 балла)

[100 картинок]

У Пети есть 100 квадратных растровых изображений со стороной в N пикселей каждое. Петя хранит каждое изображение в виде последовательности кодов оттенков пикселей, используя стандартную цветовую модель TrueColor, то есть, затрачивая для хранения отдельного кода 24 бита. Вася решил помочь Пете уменьшить хранимый объем данных. Он обратил внимание, что все изображения можно разбить на три группы. В первую группу попала ровно половина исходных изображений. В этой группе в каждом изображении встречается только 65536 различных оттенков. Во второй группе ровно четверть исходных изображений. В этой группе в каждом изображении встречается только 16384 различных оттенков. В третью группу попала оставшаяся четверть исходных изображений и в ней в каждом изображении встречается только 1024 различных оттенка. Вася решил хранить изображения следующим образом. Сначала в каждом изображении он хранит его палитру – последовательность из 24-х битных кодов TrueColor такой длины, сколько различных оттенков встречается в соответствующем изображении. Затем он хранит коды для каждого пикселя, определяющие номер оттенка в хранимой палитре так, что для каждого кода используется минимальное, одинаковое для всех кодов в палитре данного изображения количество бит. Вася выяснил, что всего он сэкономил 117125 КБайт данных на всем наборе изображений Пети. Определите N, при котором это возможно.

В ответе укажите целое число.

Примечание. 1 КБайт = 1024 байт.

3. Основы логики (3 балла)

[Исключающие ИЛИ]

Дано логическое равенство:

$$(A \text{ xor } B) \rightarrow (A \text{ xor } F(A,B)) = F(A,B) \rightarrow (B \text{ xor } A)$$

Найдите логическую функцию F(A,B), такую, что указанное равенство будет выполняться.

Если таких функций несколько – запишите любую из них.

В ответе запишите формулу, которая может содержать логические переменные A и B и не более чем три логические операции. Если таких функций не существует, запишите в ответ NULL.

Комментарий по вводу ответа: операнды вводятся большими латинскими буквами; логические операции обозначаются, соответственно как not, and и or. Запись не должна содержать скобок. Пример записи ответа: A or not B

4. Алгоритмизация и программирование. Формальные исполнители (2 балла)

[Сходящаяся последовательность]

Дан алгоритм обработки числовой последовательности, на вход которому подали возрастающую последовательность натуральных чисел от 1 до N:

1. Если первый элемент последовательности – нечетное число, то из последнего элемента последовательности вычесть значение первого элемента последовательности, в противном случае, к последнему элементу последовательности прибавить значение первого элемента последовательности.
2. Удалить первый элемент последовательности.
3. Если в последовательности осталось более одного элемента, перейти на шаг 1, иначе завершить работу алгоритма и вывести получившуюся последовательность.

Например, для N=5 получится следующая цепочка преобразований:

[1,2,3,4,5] → [2,3,4,4] → [3,4,6] → [4,3] → [7] (последнее значение будет выведено как результат работы алгоритма).

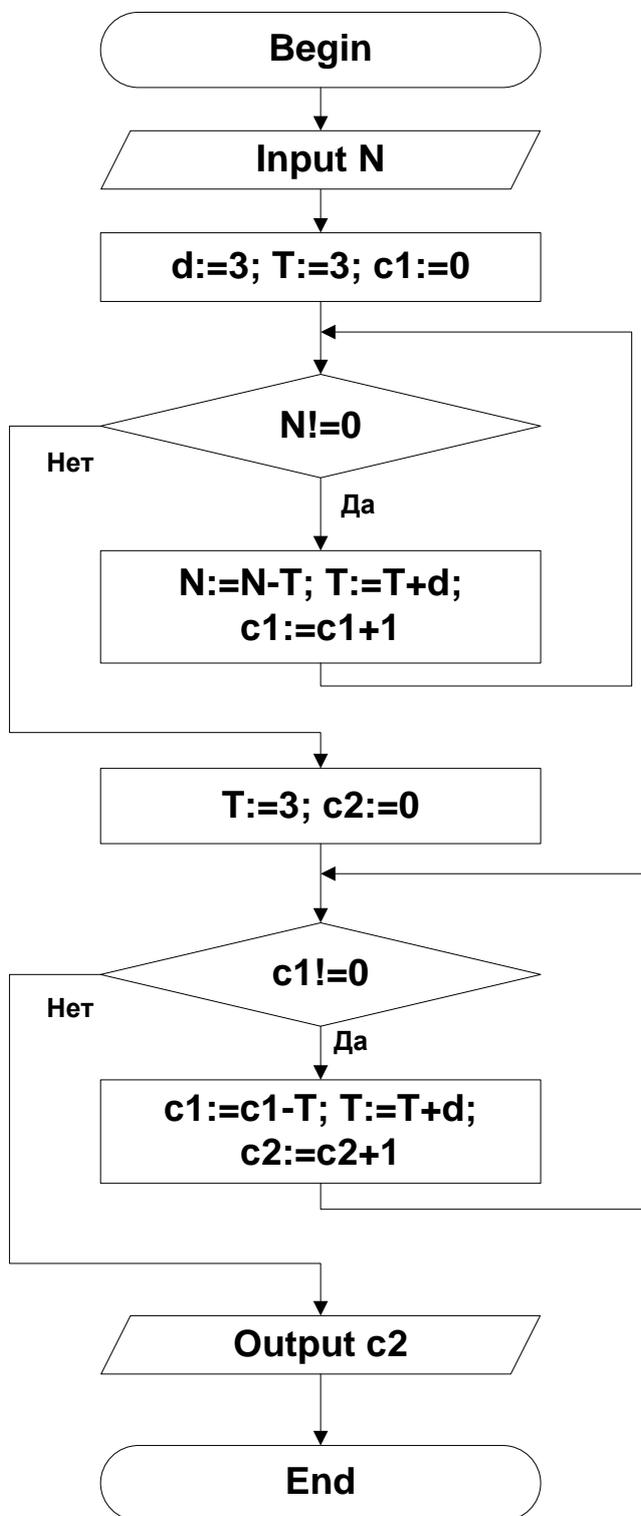
Легко заметить, что результатом работы алгоритма всегда будет последовательность, состоящая из одного элемента.

Найдите все такие N, при которых в результате работы алгоритма этот единственный элемент последовательности будет иметь значение 67. В ответе укажите все подходящие значения N через пробел в порядке возрастания. Если таких значений больше 5, укажите первые пять из них. Если таких значений не существует, укажите в ответ NULL.

5. Алгоритмизация и программирование. Анализ алгоритма, заданного в виде блок-схемы (1 балл)

[До нуля]

Дана блок-схема алгоритма:



Какое целое положительное число нужно подать на вход, чтобы на выходе получилось значение число 18? В ответе укажите целое число.

Примечание. Оператор «!=» означает «не равно».

6. Телекоммуникационные технологии (2 балла).

[Приоритезация трафика]

Два приложения – А и В – передают данные по сети используя один неразделяемый канал передачи данных со скоростью 4096 бит в секунду. Данные передаются пакетами. Приложение А передает данные пакетами, размером в 2 КБайт каждый, а приложение В передает данные пакетами, размером, в 6 КБайт каждый. У каждого приложения есть буфер. Приложение А создает и помещает в свой буфер пакет в начальный момент времени и далее по истечении каждой 5-ой секунды. Приложение В создает и помещает в свой буфер пакет по истечении 11-ой секунды от начального момента времени и далее по истечении каждой 20-ой секунды от момента создания первого пакета. Например, если считать начальным моментом времени секунду с номером 0, то приложение А будет помещать пакеты в свой буфер в начале секунд с номерами: 0, 5, 10, 15, 20, ..., а приложение В в начале секунд с номерами: 11, 31, 51, 71, ...

Передача любого пакета происходит целиком, и не может быть прервана. Как только передача пакета завершена, производится проверка наличия готовых к передаче пакетов в буферах приложений. Если хотя бы в одном буфере есть готовый к передаче пакет, в том числе появившийся в буфере в этот момент времени, незамедлительно начинается передача очередного пакета. У приложения В есть приоритет передачи данных по отношению к приложению А. Это означает, что, если есть готовые к передаче пакеты в его буфере, его пакет будет выбран для передачи. Пакет из буфера приложения А будет выбран для передачи только, если в момент выбора нет готовых к передаче пакетов в буфере приложения В. Пакет удаляется из буфера, как только закончена его передача. Какое количество пакетов будет в буфере приложения А в момент окончания передачи 31-го пакета приложения В? В ответе укажите целое число. Если в указанный момент времени в буфере приложения А не будет пакетов, укажите в ответ 0.

7. Технологии обработки информации в электронных таблицах, технологии сортировки и фильтрации данных (2 балла)

[Три столбца]

Дан фрагмент электронной таблицы в режиме отображения формул:

	A	B	C	D
1				
2	0	=ОСТАТ(ЧАСТНОЕ(A\$1;СТЕПЕНЬ(B\$1;A2));B\$1)	=B2	
3	1		=ЕСЛИ(B2<B3;C2+B3;B3)	
4	2			
5	3			
6	4			
7	5			
8				
9			=СУММ(C2:C7)	
10				

Ячейку B2 скопировали во все ячейки диапазона B3:B7. Ячейку C3 скопировали во все ячейки диапазона C4:C7. В ячейку A1 поместили некоторое целое положительное число, а в ячейку B1 поместили число 8.

Какое максимальное число может быть получено в ячейке C9? Какое минимальное число нужно поместить в ячейку A1 для того, чтобы получить такое значение в ячейке C9? В ответе укажите через пробел два числа: сначала ответ на первый вопрос и затем ответ на второй вопрос.

8. Технологии программирования (2 балла)

[Финальная стоимость]

Имя входного файла	стандартный ввод
Имя выходного файла	стандартный вывод
Ограничение по времени	2 секунды
Ограничение по памяти	256 мегабайт

Представьте, что вас наняли в IT отдел сетевого продуктового магазина. Со следующего месяца планируется ввести скидку в 20% на некоторые товары. От вас требуется написать программу расчета финальной стоимости покупки с учетом всех скидок.

Покупка задается в виде списка товаров, где каждый товар описывается в формате <НазваниеТовара> <цена> x<количество>. Если название товара заканчивается на подстроку «sale», то цена на товар при финальном расчете покупки уменьшается на 20% с округлением до целого числа в меньшую сторону. Так, например, если цена товара была 12 рублей, с учетом скидки она составит 9 рублей. На остальные товары скидка не распространяется.

Суммарная стоимость каждого товара вычисляется по формуле $\text{finalPrice} \cdot x$, где finalPrice - финальная цена, возможно, с учетом скидки и округлением, а x - количество товара в списке покупок.

Ваша задача - вычислить итоговую стоимость покупки.

Формат входных данных

В первой строке дано число n - число наименований товаров в покупке ($1 \leq n \leq 1000$).

В следующих n строках заданы описания товаров в покупке в формате: <НазваниеТовара> <цена> x<количество>.

Название товара состоит из не более чем 20 строчных латинских букв. Цена - натуральное число, которое строго больше 1, но не больше 1000. Количество - натуральное число не больше 100.

Формат выходных данных

Выведите одно число - итоговую стоимость покупки.

Пример

Стандартный ввод	Стандартный вывод
5 bananassale 10 x2 breadfixed 5 x5 colafixed 20 x2 gumsale 9 x10 tea 2 x15	181

Замечание

В тесте из примера итоговые стоимости товаров составят: 8, 5, 20, 7 и 2 соответственно. Итоговая стоимость покупки: $8 \cdot 2 + 5 \cdot 5 + 20 \cdot 2 + 7 \cdot 10 + 2 \cdot 15 = 181$.

9. Технологии программирования (4 балла)

[Напитки и стаканы]

Имя входного файла

стандартный ввод

Имя выходного файла

стандартный вывод

Ограничение по времени

2 секунды

Ограничение по памяти

256 мегабайт

К Коле на день рождения придут n друзей. По этому случаю он заготовил n бутылок различных напитков, а каждый из друзей принесет свой стакан.

Коля знает размеры стаканов каждого друга, однако, может случиться так, что содержимое конкретной бутылки может не поместиться полностью в конкретный стакан, если объем бутылки больше объема стакана. При этом Коля не хочет, чтобы после угощения что-то осталось, поэтому будет разливать напитки только так, чтобы они полностью поместились в стаканы. Напиток полностью помещается в стакан, если объем, содержащей его бутылки, не превосходит объем стакана.

Коля хочет своеобразно оценить сколько способов есть разлить напитки по стаканам друзей так, чтобы все напитки полностью поместились в стаканы. Так как число способов может быть довольно большим, Коля хочет знать его по модулю 1 000 000 007. Помогите Коле посчитать это число.

Обратите внимание на ограничения, если написать неэффективное решение, например перебор, вы получите превышение ограничения по времени!

Формат входных данных

В первой строке дано число t - число тестовых наборов ($1 \leq t \leq 100$).

Каждый тестовый набор задается тремя строками. В первой из них дано число n_i - число бутылок напитков и стаканов в i -м наборе ($1 \leq n_i \leq 10^5$).

Во второй строке заданы n_i чисел $a_{i,j}$ - объемы бутылок в i -м наборе.

В третьей строке даны n_i чисел $b_{i,j}$ - объемы стаканов в i -м наборе ($1 \leq a_{i,j}, b_{i,j} \leq 100$).

Гарантируется, что сумма n_i по всем тестовым наборам не превосходит $3 \cdot 10^5$.

Формат выходных данных

Для каждого тестового набора выведите одно число - число способов разлить напитки по стаканам друзей так, чтобы все напитки полностью поместились в стаканы, взятое по модулю 1 000 000 007.

Пример

Стандартный ввод	Стандартный вывод
3	6
3	1
1 1 1	0
1 2 1	
5	
1 2 3 4 5	
1 2 3 4 5	
3	
2 2 2	
2 1 2	

Замечание

В первом тестовом наборе любой напиток помещается в любой стакан. Во втором тестовом наборе, существует лишь один способ разлить напитки. В третьем наборе ни один напиток не поместится во второй стакан, поэтому ответ будет ноль.