

Заключительный этап 7 и 8 класса (приведен один из вариантов заданий)

1. Системы счисления. 1 балл.

[Система неравенств]

Известно, что некоторое целое положительное число f может быть получено в результате вычисления следующего выражения:

$f = 2000_N - 100_N$, где N – неизвестное основание позиционной системы счисления.

Дана система неравенств:

$$\begin{cases} 258_{16} \leq f < 7D0_{16} \\ 3E8_{16} \geq f > C8_{16} \end{cases}$$

Определите, для каких N эта система неравенств будет верна.

В ответе запишите через пробел все подходящие основания систем счисления N в порядке возрастания.

2. Кодирование информации. 1 балл.

[Новый шифр]

Петя придумал новый шифр для текстов, записанных с использованием 32-х символов русского алфавита (без буквы ё):

1. Для шифрования используется таблица из черных и белых квадратов размером 4*8, например, такая:

■							
	■						
		■					
			■				

- Каждой букве алфавита сопоставляется число от 1 до 32. Так же каждой клетке таблицы сопоставляется число от 1 до 32 (нумерация идёт слева-направо сверху-вниз). Например, черная клетка во второй строке будет иметь номер 10.
- Строится новый алфавит для шифрования следующим образом. Просматриваем ячейки таблицы в порядке возрастания их номеров. Если встречается ячейка черного цвета, то буква, соответствующая порядковому номеру ячейки, перемещается в новом алфавите со своей позиции в конец.
- В результате получается новый алфавит, который записывается под исходным алфавитом. Для приведенного примера таблицы получится следующий результат:

а	б	в	г	д	е	ж	з	и	й	к	л	м	н	о	п	р	с	т	у	ф	х	ц	ч	ш	щ	ъ	ы	ь	э	ю	я
б	в	г	д	е	ж	з	и	к	л	м	н	о	п	р	с	у	ф	х	ц	ч	ш	щ	ъ	ь	э	ю	я	а	й	т	ы

Для шифрования каждая буквы исходного текста меняется на букву, находящуюся под ней.

Тогда, используя таблицу из примера можно зашифровать фразу «шифр удался», и зашифрованный текст будет выглядеть следующим образом: «ькчу цебнфы».

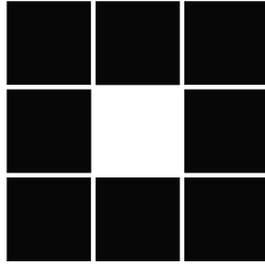
Петя использовал таблицу, приведенную ниже, чтобы зашифровать некоторое слово:

	■			■		■	
■					■		
		■				■	■
	■			■		■	

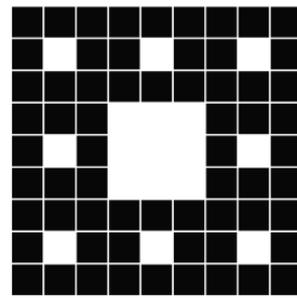
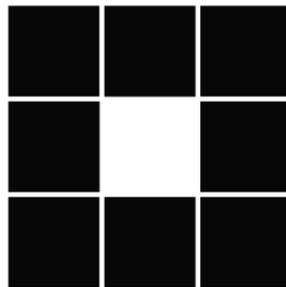
У него получилось слово «ваывазшэ». Каким было исходное слово до шифрования?

3. Кодирование графической информации. 2 балла. [Ковёр Серпинского]

Петя и Вася узнали новый для себя фрактал – ковёр Серпинского, это фигура, которая меняется на каждом шаге. За один шаг все черные квадраты заменяются на 8 черных квадратов и один белый квадрат меньшего размера, расположенные следующим образом:



На картинке изображены нулевой, первый и второй шаги построения ковра Серпинского.



Сколько будет квадратов самого маленького размера (суммарно и черных, и белых) на 5-ом шаге? Например, на втором шаге 72 самых маленьких квадрата (64 черных и 8 белых). В ответе укажите целое число.

4. Алгебра логики. 3 балла.

[Полином Жегалкина]

Петя узнал о новом представлении логических функций – полином Жегалкина. В этом представлении функция задается выражением, в котором используются не привычные булевы операции (НЕ, И, ИЛИ), а операции «И (^)» и «Исключающее ИЛИ (\oplus)» и константа «истина (1)».

Для двух указанных операций представлены таблицы истинности ниже:

И (^)			Исключающее ИЛИ (\oplus)		
A	B	A ^ B	A	B	A \oplus B
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0

Примечание: В полиноме Жегалкина «Исключающее ИЛИ (\oplus)» имеет наименьший приоритет.

Пример: Дана функция в полиноме Жегалкина: $1 \oplus A \oplus A \wedge B$.

Таблица истинности для данной функции:

A	B	A ^ B	$1 \oplus A$	$1 \oplus A \oplus A \wedge B$
0	0	0	1	1
0	1	0	1	1
1	0	0	0	0
1	1	1	0	1

Как видно, при построении таблицы истинности функции сначала построили столбец для операции «И», как имеющей наивысший приоритет ($A \wedge B$). Затем для первой операции «Исключающее ИЛИ» ($1 \oplus A$) и затем для операции «Исключающее ИЛИ» между результатами в построенных перед этим двух столбцах.

Для данной функции будет три набора аргументов с истинным значением функции.

Вам даны несколько функций, представленных в полиноме Жегалкина:

- $C \oplus B \oplus B \wedge C \oplus A \oplus A \wedge B \wedge C$
- $1 \oplus C \oplus B \oplus A \oplus A \wedge C \oplus A \wedge B$
- $1 \oplus C \oplus B \oplus A$
- $1 \oplus C \oplus A \wedge B \wedge C$

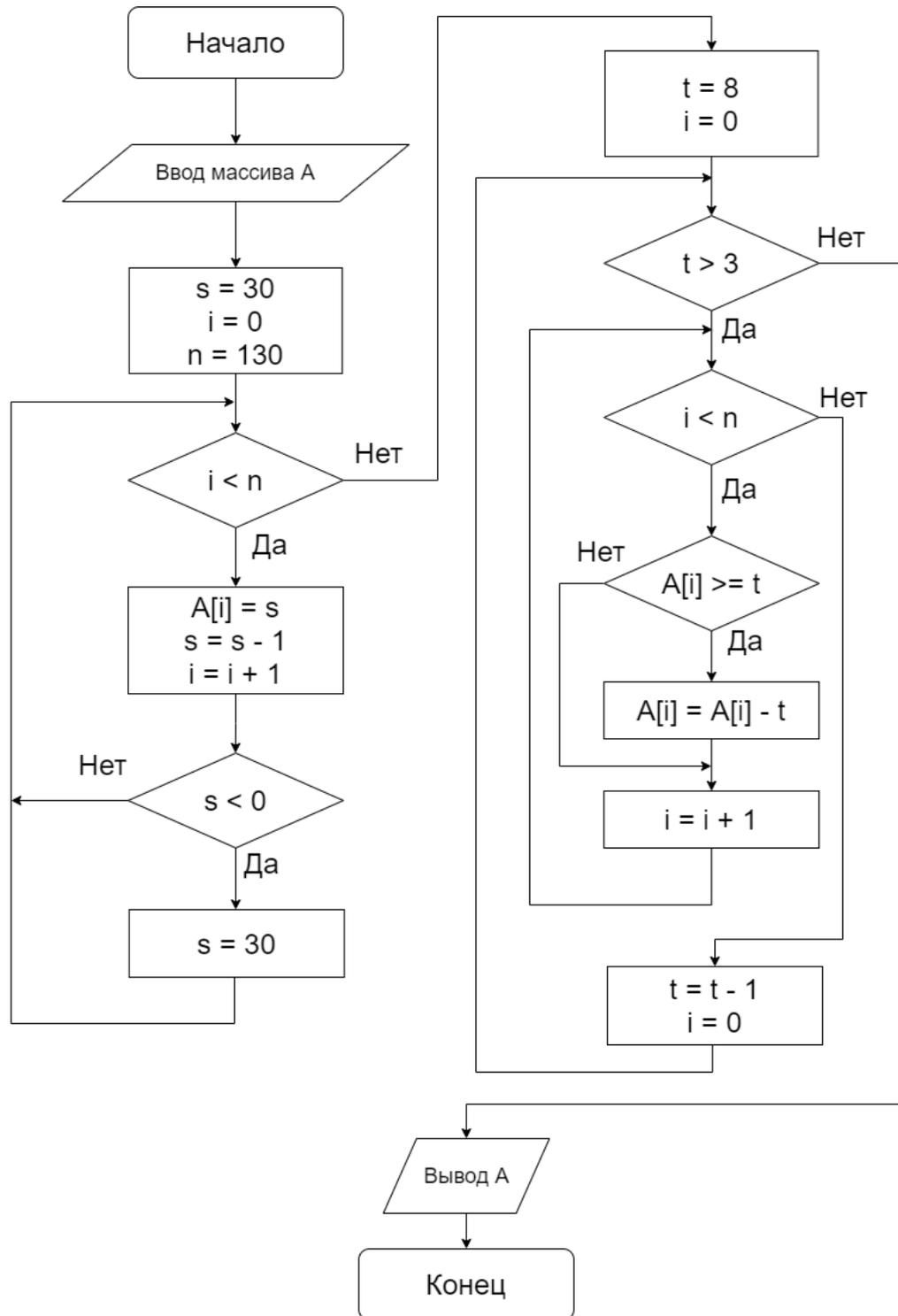
Помогите Пете найти функции, для каждой из которых будет не менее 5 различных наборов аргументов, при которых функция даёт истину.

В ответе укажите номера подходящих функций через пробел в порядке возрастания.

5. Анализ алгоритма, заданного в виде блок-схемы. 3 балла.

[Обработка массива]

Вам дана блок-схема алгоритма:



Известно, что на вход был подан массив А из 130 элементов, равных 0. Нумерация элементов массива начинается с нуля. Укажите, сколько нулей в массиве А будет после окончания работы описанного выше алгоритма? В ответе укажите одно число – искомое количество нулей.

6. Анализ алгоритма, заданного в виде программного кода. 2 балла

[Три символа]

Петя придумал алгоритм, который рисует картинки с использованием трех символов: *, + и #.

```
алг
нач цел x, y
  x := 0
  нц пока x < 10
    y := 0
    нц пока y < 10
      если F(x, y) >= 0 и G(x, y) >= 0
        то
          Вывод '*'
        все

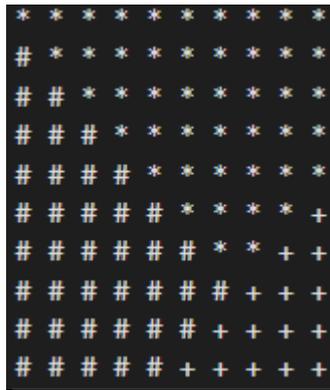
      если G(x, y) < 0
        то
          Вывод '+'
        все

      если F(x, y) < 0 и G(x, y) >= 0
        то
          Вывод '#'
        все

      y := y + 1
    кц
    Вывод '\n'
    x := x + 1
  кц
кон
```

Во время исполнения алгоритма происходит вычисление значений двух функций: $F(x, y)$ и $G(x, y)$. Известно, что каждая из них представляет собой выражение вида $(a*x + b*y + c)$, где a , b и c могут быть различными числами.

Петя дал Васе список выражений, которые можно подставить вместо $F(x, y)$ и $G(x, y)$, помогите Васе выбрать два выражения, которые необходимо подставить в алгоритм, чтобы получить следующую картинку:



Список выражений, который Петя дал Васе.

1. $-10 * x + 10 * y + 0$

2. $-4 * x + 5 * y + 0$

3. $-7 * x - 7 * y + 91$

4. $-6 * x + 6 * y + 20$

5. $x + y - 10$

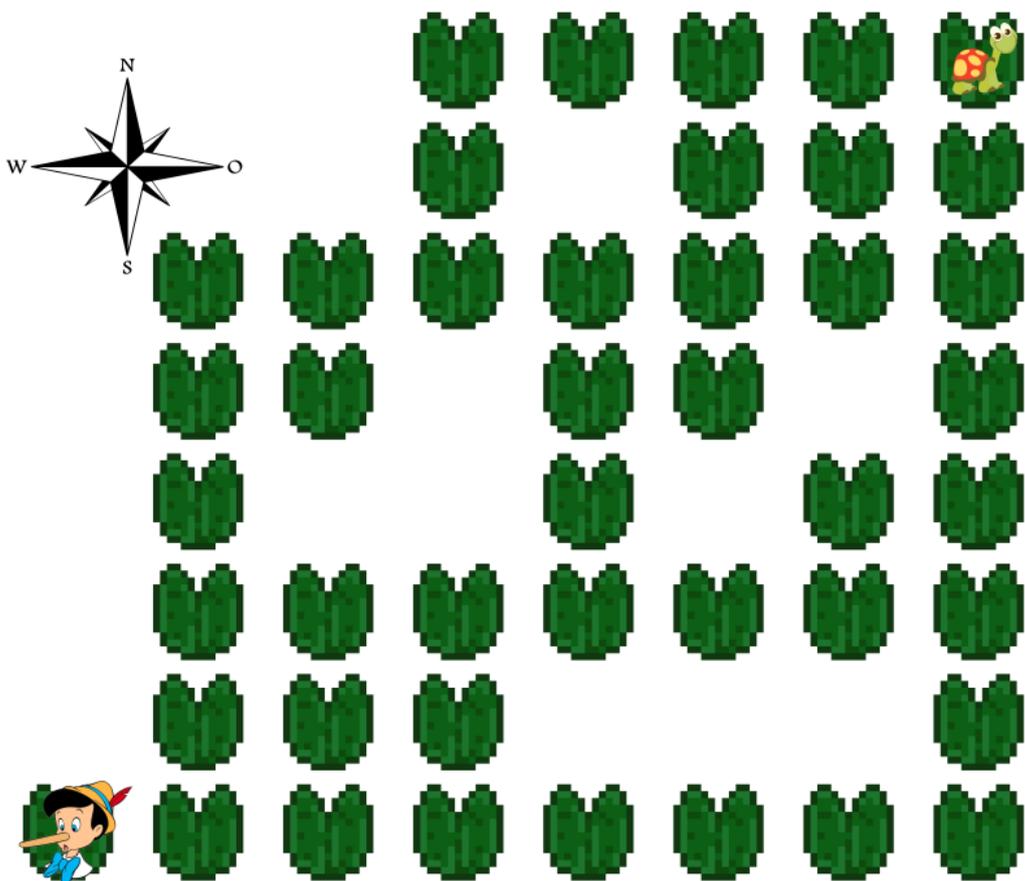
В ответе укажите два числа - сначала номер выражения, которое скрывается за $F(x, y)$, а потом за $G(x, y)$ без запятых и пробелов.

Примечание: Вывод '\n' – вывод символа переноса строки.

7. Информационное моделирование. 2 балла.

[И снова Тортилла]

Когда Буратино пришел к мудрой черепахе Тортилле, она отправилась по кувшинкам за Золотым Ключиком. Но когда собралась идти обратно, заметила, что те кувшинки, по которым она шла сюда, переместились и обратный путь теперь совсем другой и очень витиеватый. Тортилла начинает движение в правом верхнем углу и может идти только на юг и на запад. Помогите Тортилле узнать, сколько у неё вариантов составить маршрут до нижней левой кувшинки. В ответе укажите целое число.



8. Поиск и фильтрация данных. 1 балл.

[База студентов]

Петя и Вася получили доступ к базе данных, содержащей результаты опроса студентов Университета. В базе данных для каждого студента хранятся следующие данные: пол студента (мужской, женский), выбранный формат обучения (очное, дистанционное), а также его уровень образования (бакалавриат, специалитет или магистратура). По каждому из указанных трех параметров у каждого студента выбрано ровно одно значение.

Известно количество записей, полученных в ответ на ряд запросов к этой базе:

1. Пол студента = «женский» и формат обучения = («очное» или «дистанционное») и уровень образования = «специалитет» - 14 записей
2. Пол студента = «женский» и формат обучения = «дистанционное» и уровень образования = «специалитет» - 0 записей
3. Пол студента = «мужской» и формат обучения = «дистанционное» и уровень образования = («бакалавриат» или «специалитет» или «магистратура») – 42 записи
4. Пол студента = «мужской» и формат обучения = («очное» или «дистанционное») и уровень образования = («бакалавриат» или «специалитет» или «магистратура») – 74 записи
5. Пол студента = («мужской» или «женский») и формат обучения = «очное» и уровень образования = «специалитет» - 21 записей
6. Пол студента = («мужской» или «женский») и формат обучения = «очное» и уровень образования = («бакалавриат» или «магистратура») – 66 записей
7. Пол студента = «женский» и формат обучения = («очное» или «дистанционное») и уровень образования = («бакалавриат» или «магистратура») – 80 записей

Определите, сколько студентов выбрали дистанционный формат обучения?

В ответе укажите одно число.

9. Обработка информации в электронных таблицах. 2 балла [Запутанные формулы]

Петя показал Васе фрагмент таблицы:

	A	B	C
1	=B1*B2	7	=A2*B4 / 11
2	=B2+10	12	=B3*B5
3	=C3	10	=A1+C2-8
4	=(C4 + B4*(B3-B1)*(B3-B1))		=C1+B4*(B2-B1)
5	=C5*1/(B5-B1)	15	=B4*B4*(B2-B3)
6			
7		=СУММ(A3:A5)*СУММ(A3:A5)	
8			

Петя также задал Васе вопрос, какое целое положительное число должно быть в ячейке B4, чтобы после выключения режима отображения формул в ячейке B7 оказалось число **900**?

Помогите Васе найти ответ на этот вопрос. В ответе укажите одно число – искомый ответ на задачу.

10. Информационное моделирование. 1 балл

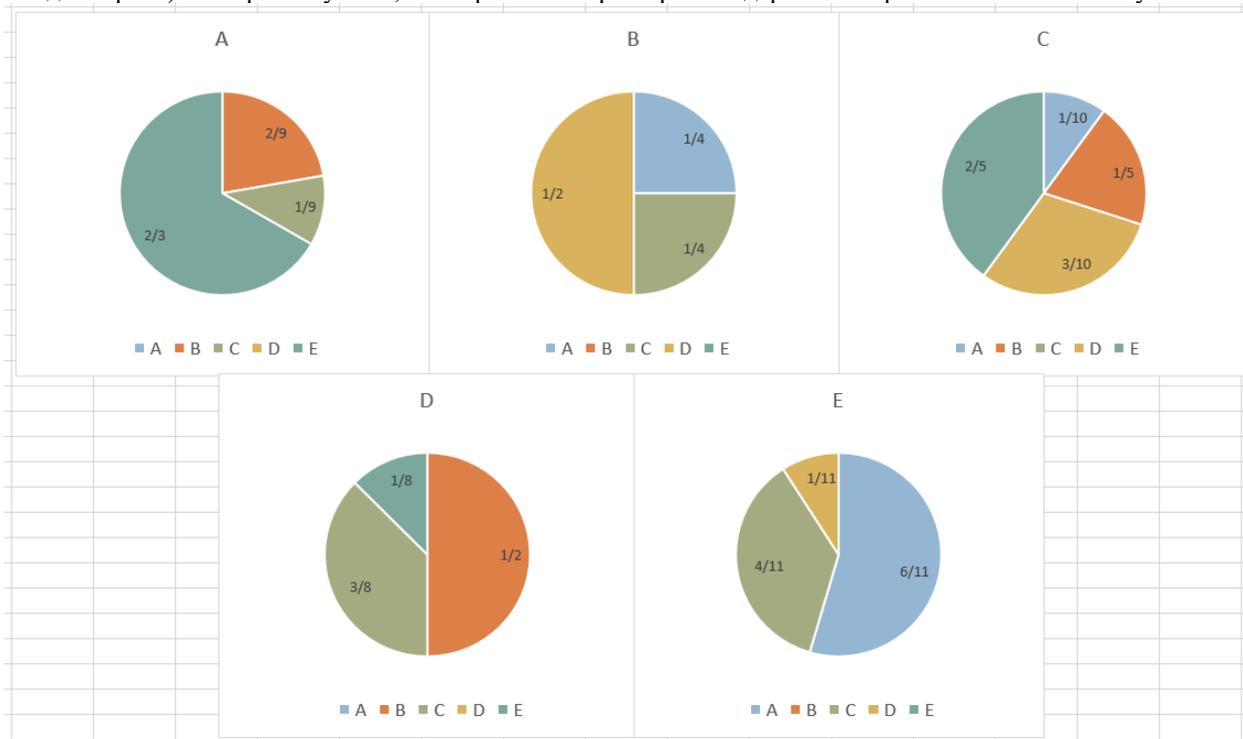
[В путь за диаграммами]

Петя любит изучать дорожные карты. Он рассматривает дорожную сеть, соединяющую 5 населенных пунктов (A, B, C, D, E) с указанием длин дорог, соединяющих два населенных пункта. Петя решил описать эту сеть в виде таблицы:

	A	B	C	D	E
A					
B					
C					
D					
E					

В такой таблице на пересечении некоторой строки и столбца записывается длина пути, если дорога между двумя населенными пунктами есть, в противном случае – пусто. Если есть дорога, соединяющая некоторый пункт X с пунктом Y, то есть и дорога, соединяющая пункт Y с пунктом X, той же длины. Ни один пункт не соединен дорогой с самим собой (главная диагональ таблицы всегда пустая), то есть нет дороги из A в A, из B в B и т.д.

Вася очень любит круговые диаграммы и знает, что по этой таблице можно составить 5 круговых диаграмм (по одной для каждой строки). Вася решил узнать, как хорошо Петя разобрался в дорожной карте и показал Пете получившиеся диаграммы:



А также Вася подсказал Пете, что дорога, соединяющая пункты A и B, имеет длину 14. Вася спросил Петю, какая минимальная длина пути между населенными пунктами A и E?

Помогите Пете, в ответе укажите одно целое число – найденную длину кратчайшего пути.