

I. Задания заключительного этапа олимпиады 2018-19 года

Заключительный этап 11 класса (приведен один из вариантов заданий)

1. Кодирование информации. Системы счисления (2 балла)

[Единицы]

Сколько единиц в двоичной записи числа R, если известно, что

$$R = \frac{0, B6DB6DB6DB6D_{16}}{0, A_{16}}$$

Учитываются единицы как в целой, так и в дробной части числа R. В ответе укажите целое число.

2. Кодирование информации. Объем информации (3 балла)

[Буферизация]

Петя и Вася разрабатывают приложения для сохранения в памяти текстовых данных. Приложения работают по одинаковому алгоритму. Они получают на вход потоки символов, в которых каждый символ с равной вероятностью выбирается из алфавита мощностью 151 символ. Поступающие символы собираются в буфере определенного размера. Как только буфер полностью заполняется, приложение кодирует содержимое буфера, однозначно сопоставляя получившейся в буфере комбинации символов одно число и записывая в память код этого числа, используя для записи минимальное, одинаковое для всех возможных таких чисел количество бит.

Петя решил использовать буфер размером N символов, а Вася – буфер размером M символов. Каждый из них сохранил входной поток размером в 4488 символов, и обнаружилось, что для этого Пете потребовалось ровно на 232 бита больше, чем Васе.

Известно, что ни Петя, ни Вася не использовали буферы, размером более чем 50 символов, а также, что в результате получения последних символов потока и у Пети, и у Васи буфер оказывался заполнен полностью.

Определите N и M, при которых это возможно. В ответе укажите через пробел два целых числа – сначала N, затем M.

3. Основы логики (2 балла)

[Логический преобразователь]

Петя написал логический преобразователь. На вход он получает целое положительное восьмиразрядное двоичное число вида: $X_7X_6X_5X_4X_3X_2X_1X_0$, где X_7 - старший разряд числа, а X_0 - младший разряд числа.

В преобразователе реализованы две логические функции:

$$F_1 = ((X_0 \text{ xor } X_1) \rightarrow X_2) \vee ((X_3 \text{ xor } X_4) \rightarrow \overline{X_5}) \vee ((X_6 \text{ xor } X_7) \rightarrow X_2)$$

$$F_2 = ((X_0 \text{ xor } X_5) \rightarrow \overline{X_7}) \vee ((X_1 \text{ xor } X_4) \rightarrow X_6) \vee ((X_3 \text{ xor } X_4) \rightarrow X_2)$$

Значения разрядов X_i , равные единице считаются за истинные значения одноименных логических переменных, а равные нулю - за ложные.

На выходе преобразователя получаются значения двух функций.

Известно, что если подать на вход некоторое число N, то на выходе получатся значения обеих функций равные "ложь". Найдите это число N и запишите его в ответ в десятичной системе счисления.

4. Кодирование информации. Алгоритмы обработки кодированной информации (1 балл)

[Не-Лишрел]

Дан алгоритм построения палиндрома. На вход подается натуральное число A. Если оно не является палиндромом, то переворачивается (цифры числа записываются в обратном порядке) и результат складывается с исходным числом. Если полученная сумма не является палиндромом, то ее цифры вновь записываются в обратном порядке и результат складывается с этой суммой. Такой процесс продолжается до тех пор, пока после очередного сложения не будет получен палиндром.

Большинство чисел за конечное число итераций такого алгоритма приводят к палиндрому. Для некоторых чисел это свойство еще не доказано, и такие числа называются числами Лишрел.

Найдите наименьшее число A, для которого ровно за три итерации в результате работы представленного алгоритма получено число $R=11011$, являющееся палиндромом.

Пример:

Для заданного числа $R = 2552$ искомое число $A=184$.

Проверяем:

$$184 + 481 = 665$$

$$665 + 566 = 1231$$

$$1231 + 1321 = 2552 - \text{палиндром!}$$

В ответе укажите натуральное число.

7. Телекоммуникационные технологии (2 балла)

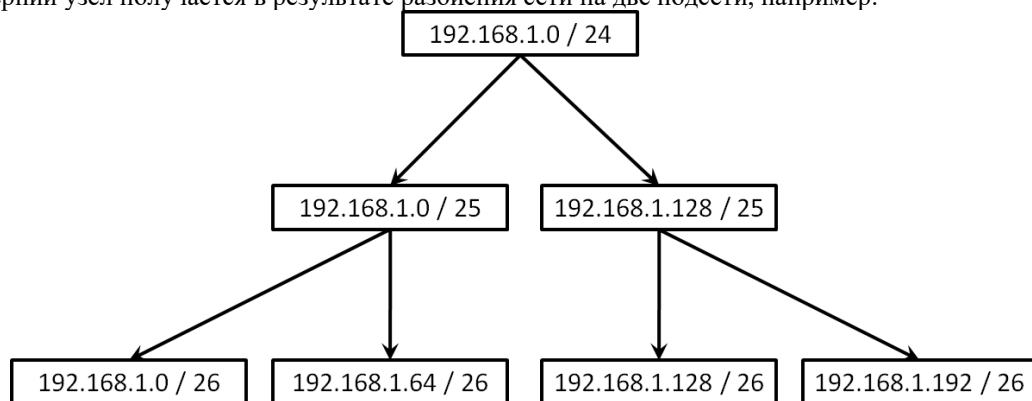
[Подсети]

Маска сети для IPv4 адресации – это 4-х байтное число, которое делит IP адрес на адрес сети (первая часть) и адрес узла (вторая часть). У всех адресов одной IP-сети совпадают первые части и отличаются вторые. Для части IP-адреса, соответствующей адресу сети, в маске сети содержатся двоичные единицы, а для части IP-адреса, соответствующей адресу узла, в маске сети содержатся двоичные нули. Для записи масок сетей часто используется нотация, когда после IP-адреса через «/» указывается число бит, отводимых в маске под адрес сети. Например, для адреса 11.12.0.8 и маски 255.0.0.0 запись будет иметь следующий вид 11.12.0.8/8. Такое число, которое указывается после «/», называется префиксом сети.

Помощнику сетевого администратора корпоративной сети поставлена задача: разделить сеть нового филиала компании на подсети в соответствии с определенным подходом. На филиал выделяется общее адресное пространство. Необходимо обеспечить каждому отделу филиала требуемое ему количество IP-адресов для клиентских устройств в отделе, возможно с некоторым запасом.

Подход к разделению сетей выглядит следующим образом. Подсеть разбивается на более мелкие подсети увеличением префикса подсети. Поскольку префикс задаёт количество бит в части IP-адреса, соответствующей адресу сети, такая операция всегда делит общее количество адресов подсети, на число, кратное степени двойки.

Исходную сеть и её подсети можно представить в виде графа, вершиной которого будет исходная сеть, а каждый дочерний узел получается в результате разбиения сети на две подсети, например:



и т.д.

Таким образом, процесс разбиения исходной сети на нужное количество подсетей сводится к дихотомическому делению исходной сети до тех пор, пока для каждого отдела не будет найдена подсеть **минимально необходимого** размера. Следует отметить, что в каждой подсети есть два адреса, которые не могут быть назначены клиентским устройствам отдела, но входят в выделяемый для подсети диапазон адресов – это адрес сети и широковещательный адрес. При этом отделу с **большим** количеством IP-адресов будет выделяться подсеть с **меньшим** адресом сети, а при соблюдении этого требования каждому отделу будет выделяться подсеть с минимально возможным адресом сети.

Например, пусть требуется разделить исходное адресное пространство так, чтобы выделить подсети трем отделам с указанным количеством компьютеров в каждом отделе:

Адресное пространство (блок адресов)	Количество клиентских устройств в отделах		
	А	В	С
192.168.1.0 / 24	28	7	46

Тогда будут выделены адреса сетей: С – 192.168.1.0/26, А – 192.168.1.64/27, В – 192.168.1.96/28.

Широковещательный адрес – последний адрес в диапазоне подсети: для С - 192.168.1.63/26, А - 192.168.1.95/27, В - 192.168.1.111/28.

Задача:

Применить указанный подход и указать в ответе широковещательный адрес подсети А, если известно:

Адресное пространство (блок адресов)	Количество клиентских устройств в отделах		
	А	В	С
36.121.96.0 / 24	8	51	17

Пример записи ответа: 192.168.1.63/26

8. Технологии обработки информации в электронных таблицах (2 балла)

[Матрица]

Дан фрагмент электронной таблицы в режиме отображения формул:

	A	B	C	D
1		0	=B1+1	
2	0	=ОСТАТ(B\$1+\$A2*(МАКС(\$A\$2:\$A\$80)+1);\$A\$1)		
3	=A2+1			
4				

Ячейку C1 скопировали во все ячейки диапазона D1:CB1. Ячейку A3 скопировали во все ячейки диапазона A4:A80. Ячейку B2 скопировали во все ячейки диапазона B2:CB80. Сколько существует целых положительных чисел, таких что если поместить такое число в ячейку A1, то во всех ячейках диагонали B2, C3, D4, E5, ..., CA79, CB80 окажутся только нулевые значения? В ответе укажите целое число.

9. Технологии сортировки и фильтрации данных (1 балл)

[Конкуренты]

Есть таблица с заказами на продажу товаров. Каждая строка таблицы - один заказ на продажу товара. В каждом заказе один товар.

IDТовара	Цена 1, тыс. руб.	Цена 2, тыс. руб.
1	5	9
2	5	6
3	10	8
4	6	10
5	8	7
6	4	6
7	7	8
8	6	5
9	6	4
10	5	8
11	9	6
12	6	

Для каждого товара указаны две цены, соответственно в столбцах "Цена 1" и "Цена 2". Петя и Вася выбирают заказы из таблицы и выполняют их в соответствии со следующими правилами:

1. Петя продает товары по цене, указанной в столбце "Цена 1", а Вася - по цене, указанной в столбце "Цена 2".
2. Петя и Вася по очереди выбирают из таблицы по два заказа так, чтобы получить при их выполнении максимальную сумму. Если таких пар несколько, может быть выбрана любая из них.
3. Петя начинает первым.
4. Выполненные заказы удаляются из таблицы.

Определите значение в закрашенной ячейке таблицы, если известно, что после выполнения всех заказов Вася заработал на одну тысячу рублей больше, чем Петя. В ответе укажите целое число.

10. Технологии программирования (2 балла)

[Свойства объектов]

Имя входного файла	input.txt
Имя выходного файла	output.txt
Ограничение по времени	2 секунды
Ограничение по памяти	256 мегабайт

В хранилище Васи находится n объектов, пронумерованных от 1 до n , у каждого из которых есть некоторое количество свойств (возможно, ни одного). Каждое свойство представлено в виде натурального числа от 1 до 10^9 .

Проанализировав устройство своего хранилища, Вася решил, что оно должно поддерживать две операции:

- Удаление устаревшего свойства s . При удалении свойства, оно удаляется у всех объектов, которым принадлежит. Если указанного свойства не существует, ничего делать не нужно.
- Найти количество оставшихся свойств у объекта с номером r .

Васе очень нужно реализовать эту функциональность, и он обратился к вам за помощью. Помогите ему - напишите программу, которая будет поддерживать обе операции, нужные Васе.

Формат входных данных

В первой строке входного файла содержится число n - количество объектов в хранилище Васи ($1 \leq n \leq 10^5$). В i -й из следующих n строк содержится описание свойств объекта с номером i : сначала дано число k_i - количество свойств у i -го объекта, а затем через пробел даны k_i чисел $p_{i,j}$ - свойства i -го объекта ($0 \leq k_i \leq 100$, $1 \leq p_{i,j} \leq 10^9$).

Все объекты пронумерованы от 1 до n в порядке, представленном во входных данных. Гарантируется, что общее количество свойств у всех объектов не превосходит 10^5 . Также гарантируется, что для каждого i все $p_{i,j}$ различны.

В $n + 2$ строке содержится число q - количество запросов к хранилищу Васи ($1 \leq q \leq 10^5$).

В j -й из следующих q строк содержится информация об j -м запросе:

- c , если из хранилища требуется удалить устаревшее свойство c ($1 \leq c \leq 10^9$);

? r , если требуется найти количество оставшихся свойств у объекта с номером r .

Формат выходных данных

Для всех запросов на нахождение количества оставшихся свойств у объекта, в отдельных строках, в порядке их поступления для каждого запроса выведите это количество.

Пример

input.txt	output.txt
2	2
3 1 2 4	3
3 2 3 5	1
12	2
- 1	1
? 1	1
? 2	1
- 2	1
? 1	
? 2	
- 5	
? 1	
? 2	
- 6	
? 1	
? 2	

Замечание

Свойство 1 есть только у первого объекта, поэтому после его удаления у первого объекта остается 2 свойства, а у второго все еще 3.

Свойство 2 есть у обоих объектов, поэтому оно удаляется у обоих объектов, у первого объекта остается 1 свойство, а у второго - 2.

Свойство 5 есть только у второго объекта, поэтому после его удаления у обоих объектов остается 1 свойство.

Свойства 6 нет ни у одного объекта, поэтому его удаление не меняет количество свойств у объектов.

11. Технологии программирования (4 балла)

[Оптимальное подмножество строк]

Имя входного файла	input.txt
Имя выходного файла	output.txt
Ограничение по времени	2 секунды
Ограничение по памяти	256 мегабайт

Сегодня на уроке Петя узнал про беспрефиксные коды. Множество строк называется беспрефиксным кодом, если

- Все строки в множестве различны
- Не существует такой пары различных строк, что одна строка является префиксом другой

Строка s называется префиксом строки t , если длина строки s не больше длины t , а также для любого i , i -й символ строки s совпадает с i -м символом строки t . Например, ab является префиксом ab и abc , но не является префиксом a и ac .

Петя же решил придумать что-то новое и ввел новое понятие — k -беспрефиксный код. Таким кодом он назвал множество строк, такое, что:

- Все строки в множестве различны
- У любых двух различных строк наибольший общий префикс имеет длину не больше k

Наибольшим общим префиксом двух строк s и t называется наибольшая по длине строка, являющаяся префиксом обеих строк.

Теперь по данному множеству строк s_1, s_2, \dots, s_n и числу k Петя хочет найти в этом множестве k -беспрефиксный код, состоящий из максимально возможного количества строк. Помогите ему — найдите этот код.

Входные данные

В первой строке входного файла содержится два числа n и k — количество строк в множестве и максимальная длина общего префикса соответственно ($1 \leq n \leq 10^5$, $1 \leq k \leq 100$).

В i -й из следующих n строк содержится строка из строчных латинских букв s_i — i -е слово из множества ($1 \leq |s_i| \leq 100$). Гарантируется, что суммарная длина всех строк в множестве не превосходит 10^6 .

Выходные данные

В первой строке выходного файла выведите число m - максимально возможное количество строк в k -беспрефиксном коде. В i -й из следующих m строк выведите i -й элемент этого кода. Элементы кода можно выводить в любом порядке.

Если существует несколько ответов с максимальным m , разрешается вывести любой.

Примеры

input.txt	output.txt
5 2 aabc acbd aac acba aab	3 aab aac acba
4 2 aa abc	3 aa abb

aa	abc
abb	

Примечание

В первом примере у строк 1 и 5, а также у строк 2 и 4 наибольший общий префикс больше k , поэтому максимальное количество строк, из которых может состоять k -беспрефиксный код - 3.

Во втором примере у любой пары подстрок наибольший общий префикс не больше 2, однако, так как код не может содержать одинаковые строки, больше 3 строк в него не включить.