

## Заключительный этап 9 и 10 класса (приведен один из вариантов заданий)

### 1. Кодирование информации. Системы счисления (1 балл)

#### [Система неравенств]

Сколько существует целых положительных чисел  $X$ , для которых выполняется система неравенств:

$$\begin{cases} 0.4_X * 10_2 \geq 1 \\ 11_4 * X \geq 113_4 - 10_8 \end{cases}$$

В ответе укажите целое число.

**Ответ: 4**

**Решение:**

Приведем оба неравенства к десятичной системе счисления:

$$\begin{cases} \frac{4}{X} * 2 \geq 1 \\ 5 * X \geq 23 - 8 \end{cases}$$

Упростим:

$$\begin{cases} X \leq 8 \\ X \geq 3 \end{cases}$$

Обратим внимание, что из числа  $0.4_X$  следует, что  $X$  не может быть меньше 5. Следовательно, существует только 4 таких значения  $X$ .

### 2. Кодирование информации. Объем информации (2 балла)

#### [Плитки]

Вася хочет оценить, какой объем памяти необходим для хранения определенного изображения при использовании различных способов кодирования. Известно, что изображение имеет размеры  $640 \times 480$  пикселей, причем каждый пиксель может принимать одно из 32768 возможных значений.

При первом способе кодирования Вася хранит только коды цветов пикселей, причем на код каждого пикселя отводится минимальное, одинаковое для всех пикселей количество бит, никакой дополнительной информации не хранится.

Вася заметил, что изображение можно разбить на так называемые “плитки” (непересекающиеся части размером  $16 \times 16$  пикселей), причем для данного изображения существует всего 50 уникальных плиток, которые встречаются на изображении. Тогда при втором способе кодирования Вася нумерует возможные плитки и кодирует номер каждой плитки с помощью минимального, одинакового для всех плиток числа бит. Также необходимо выделить память под описание возможных плиток, чтобы каждой плитке поставить в соответствие цвета пикселей, ее составляющих. Таким образом, во втором случае Вася хранит словарь возможных плиток (последовательно записывая в память коды пикселей каждой из 50 плиток, используя для каждого пикселя минимальное, одинаковое для всех пикселей изображения количество бит), после чего описывает изображение, записывая в память коды номеров плиток.

Определите, какой из предложенных способов кодирования наиболее эффективен с точки зрения занимаемой памяти. В ответе укажите через пробел два неотрицательных числа: номер наиболее эффективного способа (1 или 2) и целое число КБайт (то есть число бит, округленное до целого числа КБайт в меньшую сторону), сэкономленное по сравнению с другим способом. Например, если первый способ позволяет сэкономить 125 КБайт по сравнению со вторым, в ответе укажите “1 125”. Если экономия памяти составляет менее 1 КБайт, в ответе укажите “1 0” или “2 0”.

Примечание: 1КБайт=1024 байта.

Ответ: 2 538

Решение:

Для кодирования одного пикселя необходимо  $\log_2(32768)=15$  бит. При первом способе кодирования имеем  $640 \times 480$  пикселей, каждый пиксель кодируется 15 битами, следовательно, изображение кодируется 4608000 битами. При втором способе кодирования необходимо сохранить словарь из 50 плиток, каждая из которых кодируется  $16 \times 16 \times 15=3840$  битами. Изображение содержит  $(640 / 16) * (480 / 16) = 120$  плиток. Для кодирования номеров 50 плиток необходимо 6 бит. Следовательно, при кодировании вторым способом, необходимо  $3840 \times 50 + 1200 \times 6 = 199200$  бит. Следовательно, во втором случае потребуется меньше памяти. Теперь определим разность и переведем ее в число КБайт  $(4608000-199200)/8/1024=538,18359375$ , что с округлением в меньшую сторону равно 538 КБайт.

### 3. Основы логики (2 балла)

[Пары]

Дано уравнение, содержащее логические переменные  $x, y, z, k$ , некоторые из которых заменили символами  $A$  и  $B$ :

$$(x \wedge y \wedge z) \vee (k \rightarrow z) \vee (A \rightarrow B) = 0$$

Определите, сколько существует различных упорядоченных пар значений  $A$  и  $B$ , при которых уравнение будет иметь ровно два решения.

В ответе укажите число.

Ответ: 4

Решение:

Первый вариант решения:

Заметим, что уравнение содержит дизъюнкцию трех скобок, которая принимает значение 0 (ложь), когда каждая из скобок равна 0.

Рассмотрим второе слагаемое:

$$k \rightarrow z,$$

импликация принимает значение 0, когда из 1 следует 0.

Получим  $k = 1, z = 0$ .

Аналогично:

$$A \rightarrow B$$

получим  $A = 1, B = 0$ .

При  $z = 0$  первая скобка всегда ложна. Следовательно, значения  $x, y$  могут быть любыми.

Выпишем получившиеся наборы переменных:

k	x	y	z
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Получим возможные варианты пар  $A$  и  $B$ :

k	x	y	z	$k \rightarrow x$	$k \rightarrow y$	$k \rightarrow z$	$x \rightarrow y$	$x \rightarrow z$	$y \rightarrow x$	$y \rightarrow z$
1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0

В задаче спрашивается количество упорядоченных пар значений  $A$  и  $B$ , при которых уравнение будет иметь ровно два решения:

$(k, x), (k, y), (x, z), (y, z)$ .

Второй вариант решения:

$$(x \wedge y \wedge z) \vee (k \rightarrow z) \vee (a \rightarrow b) = (x \wedge y \wedge z) \vee \bar{k} \vee z \vee \bar{a} \vee b = \underbrace{(x \wedge y \wedge z) \vee z}_{z} \vee \bar{k} \vee \bar{a} \vee b = \bar{k} \vee z \vee \bar{a} \vee b = 0$$

Мы получили дизъюнкцию простых высказываний или их отрицаний, равную нулю. По определению, дизъюнкция равна нулю только на единственном наборе, следовательно, в полученной нами дизъюнкции одной переменной нет, и это могут быть только либо  $x$ , либо  $y$ , так как  $k$  и  $z$  в выражении уже присутствуют.

Проанализируем получившееся выражение

$$\bar{k} \vee z \vee \bar{a} \vee b = 0$$

Очевидно, что  $k = 1, z = 0$ . Пусть в выражении отсутствует  $x$ . Тогда нам подойдут следующие пары переменных на роль  $a$  и  $b$ :  $(k, y), (y, z)$ ,  $x$  при этом может принимать любое значение. Уравнение будет иметь решение на следующих наборах  $kxyz$ : для первой пары – 1000, 1100; для второй пары – 1010, 1110.

Теперь пусть в выражении отсутствует  $y$ . Тогда нам подойдут следующие пары переменных на роль  $a$  и  $b$ :  $(k, x), (x, z)$ ,  $y$  при этом может принимать любое значение. Уравнение будет иметь решение на следующих наборах  $kxyz$ : для первой пары – 1000, 1010; для второй пары – 1100, 1110.

#### 4. Алгоритмизация и программирование. Анализ алгоритма, заданного в виде программного кода (3 балла)

##### [Функция]

Дан фрагмент кода программы на разных языках программирования. Определите значение переменной  $x$ , если известно, что после завершения программы выведенное значение переменной  $ans$  было равно 10. Также известно, что переменная  $x$  принадлежит диапазону  $[1; 65]$ . В случае если вариантов несколько, выберите наибольшее возможное значение. В ответе укажите целое число.

##### Python:

```
def foo(a, b):
    if b == 0:
        return a
    else:
        return foo(b, a % b)

x = input()
ans = foo(int(x), 40)
print(ans)
```

##### C:

```
#include <stdio>

int foo(int a, int b) {
    if (b == 0) {
        return a;
    } else {
        return foo(b, a % b);
    }
}

int main() {
    int x, ans;
    scanf("%d", &x);
    ans = foo(x, 40);
    printf("%d", ans);
    return 0;
}
```

##### Pascal:

```
var
    x, ans: integer;

function foo(a, b: integer): integer;
begin
    if b = 0 then
        foo := a
    else
        foo := foo(b, a mod b);
end;

begin
    readln(x);
    ans := foo(x, 40);
    write(ans);
end.
```

##### Basic:

```
DIM x as Integer
DIM ans as Integer
Declare Function foo(a as Integer, b as Integer) as Integer

Input x
ans = foo(x, 40)
Print ans
End
```

```

Function foo(a as Integer, b as Integer) as Integer
  IF b = 0 THEN
    return a
  ELSE
    return foo(b, a mod b)
  END IF
End Function

```

**Ответ: 50**

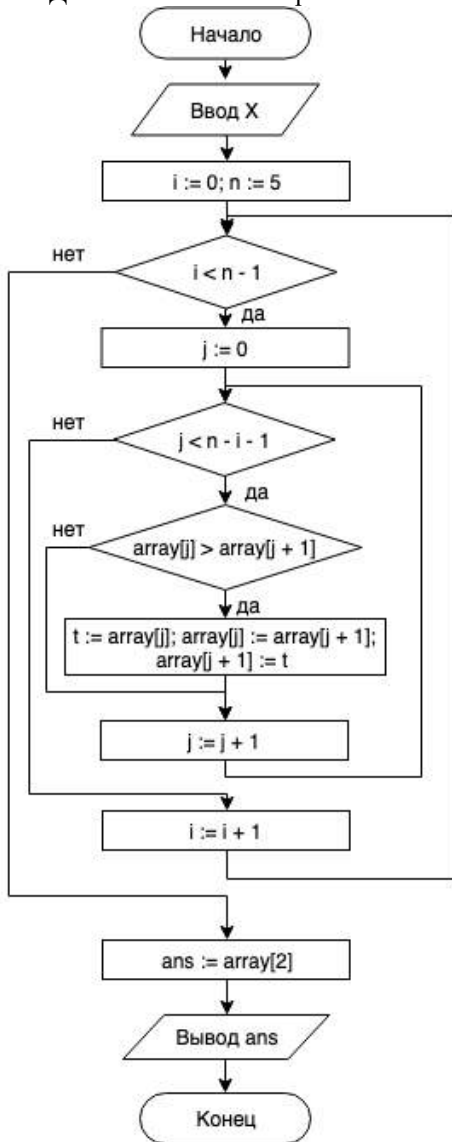
**Решение:**

Заметим, что предложенная программа является реализацией алгоритма Евклида нахождения наибольшего общего делителя двух целых чисел. Таким образом, с учетом заданного диапазона, НОД( $x$ ; 40) равен 10 при  $X$  равном 10; 30; 50. Наибольшее значение: 50.

**5. Алгоритмизация и программирование. Анализ алгоритма, заданного в виде блок-схемы (3 балла)**

**[Выход равен входу]**

Дана блок-схема алгоритма:



Значение переменной  $x$  было введено пользователем с клавиатуры, после чего программа исполнилась и было выведено значение переменной  $ans$ , которое оказалось равным исходному значению переменной  $x$ . Известно, что  $x$  – целое число;  $array$  – целочисленный массив из 5 элементов со значениями [10, 48,  $x$ , 8, 79], индексация элементов в котором начинается с 0. Определите, сколько возможных вариантов значения переменной  $x$ , удовлетворяющих перечисленным условиям. В ответе укажите целое число.

**Ответ: 39**

**Решение:**

Заметим, что предложенный алгоритм выполняет сортировку элементов массива в порядке возрастания. В результате работы алгоритма было выведено значение третьего элемента по возрастанию, причём оно совпало со значением переменной

х. Отсортированный массив выглядит следующим образом: [8, 10, х, 48, 79]. Следовательно, возможные значения х принадлежат промежутку [10; 48], всего 39 возможных значений.

## 6. Алгоритмизация и программирование. Формальные исполнители (1 балл)

### [Много цифр]

Исходная строка состоит из четырех цифр: '1234'. Последующие строки формируются по следующему алгоритму:

1. После каждой цифры строки, полученной на предыдущем шаге вставить цифру на единицу большую.
2. Вывести получившуюся строку.
3. Если в строке нет ни одной цифры 9, то перейти на шаг 1, иначе завершить алгоритм.

Например, первые строки, которые будут выведены при выполнении алгоритма, будут выглядеть следующим образом:

```
'1234'
'12233445'
'1223233434454556'
...
```

Сколько раз в последней выведенной строке встречаются цифры 4 и 7? В ответе укажите через пробел два целых числа: сначала количество цифр 4, а затем количество цифр 7.

**Ответ: 26 16**

**Решение:**

Обратим внимание, что количество определенных цифр в очередной строке будет суммой количества таких цифр в предыдущей строке (они просто будут переписаны в новую) и количества цифр на единицу меньших в предыдущей строке (после них будут вставлены цифры, на единицу большие).

Опираясь на это утверждение построчно построим таблицу с количеством цифр в очередных строках:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Исходная строка	1	1	1	1					
Первая выведенная строка	1	2	2	2	1				
Вторая выведенная строка	1	3	4	4	3	1			
Третья выведенная строка	1	4	7	8	7	4	1		
Четвертая выведенная строка	1	5	11	15	15	11	5	1	
Последняя выведенная строка	1	6	16	26	30	26	16	6	1

## 7. Телекоммуникационные технологии (2 балла).

### [Маски сетей]

IPv6 – протокол, постепенно приходящий на смену IPv4 и позволяющий адресовать в глобальной сети значительно больше устройств. В отличие от 32-х битного IPv4 при использовании IPv6 IP-адрес имеет длину 128 бит. Для сокращенной записи IPv6 адреса применяют последовательность из восьми четырехзначных шестнадцатеричных чисел, разделенных двоеточиями (см. комментарий ниже). Также, как и в IPv4 сетях, для разделения сети на подсети используются маски сетей.

В физической сети с протоколом IPv6 существуют два узла с адресами 2001:db8::3db:8d1f и 2001:db8::3db:9933. Необходимо организовать IP-сеть таким образом, чтобы выполнялись следующие требования:

1. Указанные узлы должны находиться в одной IP-сети.
2. IP-сеть должна позволять адресовать не более  $2^{18}+10$  узлов.

Определите, сколько существует масок IP-сети, для которых это будет возможно. В ответе укажите целое число.

*Комментарий: В полной форме записи IPv6 адрес представляет собой восемь четырехзначных 16-ричных чисел (групп по четыре символа), разделенных двоеточиями. Адрес также может быть записан в краткой форме: если две и более группы подряд равны 0000, то они могут быть опущены и заменены на двойное двоеточие (::). Незначимые старшие нули в группах могут быть опущены. Например, "2001:0db8:0000:0000:0000:0000:ae21:ad12" может быть сокращён до "2001:db8::ae21:ad12". Сокращение с помощью двойного двоеточия может быть применено только один раз для адреса, с целью избегания неоднозначностей. Длина адреса – 128 бит. Маска сети для IPv6 адресации – это десятичное число, которое делит IP адрес на адрес сети (первая часть) и адрес узла (вторая часть). У всех адресов одной IP-сети совпадают первые части и отличаются вторые. Для части IP адреса, соответствующей адресу сети, в маске сети содержатся двоичные единицы, а для части IP адреса, соответствующей адресу узла, в маске сети содержатся двоичные нули. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному IP-адресу узла и маске.*

**Ответ: 6**

**Решение:**

Выпишем последние 4 шестнадцатеричные цифры IP адресов в двоичном виде разряд под разрядом, чтобы определить совпадающие и различающиеся разряды адресов:

```
1000 1101 0001 1111
1001 1001 0011 0011
```

Поскольку оба узла должны быть в одной сети, у них должна быть одинаковой часть адреса, являющаяся адресом сети. Следовательно, маска должна содержать не менее 13 нулей.

Поскольку по второму условию сеть IP-сеть должна адресовать не более  $2^{18}+10$  узлов, маска должна содержать не более 18 нулей. Следовательно, таких масок  $18-13+1=6$

## 8. Технологии обработки информации в электронных таблицах (2 балла)

### [Матрица]

Дана таблица в режиме отображения формул:

	A	B	C	D	E
1	0	2	4	6	8
2	1	=ОСТАТ(B\$1+\$A2; 5)			
3	2				
4	3				
5	4				
6	5				
7	6				
8	7				
9	8				

N ячеек столбца A заполнили последовательно по возрастанию неотрицательными числами с шагом 1 (0, 1, 2, 3 и т.д.)

N ячеек строки 1 заполнили последовательно по возрастанию четными неотрицательными числами с шагом 2 (0, 2, 4, 6, 8 и т.д.)

В ячейку B2 поместили формулу =ОСТАТ(B\$1+\$A2; 5), затем растянули вниз и вправо таким образом, что на листе оказалось заполнено N\*N ячеек. Далее была посчитана сумма значений ячеек из диапазона B2:##, где ## адрес некоторой ячейки таблицы – одной из заполненных N\*N ячеек.

Полученная сумма оказалась равна 160. Определите, сколько существует возможных значений ##, удовлетворяющих данному условию. В ответе укажите количество различных ячеек.

**Ответ: 12**

**Решение:**

Рассмотрим часть заполненной таблицы:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
2	1	3	0	2	4	1	3	0	2	4
3	2	4	1	3	0	2	4	1	3	0
4	3	0	2	4	1	3	0	2	4	1
5	4	1	3	0	2	4	1	3	0	2
6	5	2	4	1	3	0	2	4	1	3
7	6	3	0	2	4	1	3	0	2	4
8	7	4	1	3	0	2	4	1	3	0
9	8	0	2	4	1	3	0	2	4	1
10	9	1	3	0	2	4	1	3	0	2

Заметим, что в области, выделенной серым цветом, в каждой строке и в каждом столбце подряд идущие элементы повторяются с периодом 5. Также заметим, что сумма каждых пяти подряд идущих элементов равна 10. Далее рассмотрим только ячейки, принадлежащие «серой» области.

Для каждой строки рассмотрим значение суммы первых N элементов, в зависимости от значения остатка от деления N на 5:

Таблица 1

Номер строки	$N = 5 \cdot K$	$N = 5 \cdot K + 1$	$N = 5 \cdot K + 2$	$N = 5 \cdot K + 3$	$N = 5 \cdot K + 4$
2	$10 \cdot K$	$10 \cdot K + 3$	$10 \cdot K + 3$	$10 \cdot K + 5$	$10 \cdot K + 9$
3	$10 \cdot K$	$10 \cdot K + 4$	$10 \cdot K + 5$	$10 \cdot K + 8$	$10 \cdot K + 8$
4	$10 \cdot K$	$10 \cdot K$	$10 \cdot K + 2$	$10 \cdot K + 6$	$10 \cdot K + 7$
5	$10 \cdot K$	$10 \cdot K + 1$	$10 \cdot K + 4$	$10 \cdot K + 4$	$10 \cdot K + 6$
6	$10 \cdot K$	$10 \cdot K + 2$	$10 \cdot K + 6$	$10 \cdot K + 7$	$10 \cdot K + 10$

С учетом этого, также выразим сумму первых N элементов в первых M строках, принадлежащих «серой» области:

Таблица 2

Значение M (число строк)	$N = 5 \cdot K$	$N = 5 \cdot K + 1$	$N = 5 \cdot K + 2$	$N = 5 \cdot K + 3$	$N = 5 \cdot K + 4$
1	$10 \cdot K$	$10 \cdot K + 3$	$10 \cdot K + 3$	$10 \cdot K + 5$	$10 \cdot K + 9$
2	$20 \cdot K$	$20 \cdot K + 7$	$20 \cdot K + 8$	$20 \cdot K + 13$	$20 \cdot K + 17$

3	30*K	30*K + 7	30*K + 10	30*K + 19	30*K + 24
4	40*K	40*K + 8	40*K + 14	40*K + 23	40*K + 30
5	50*K	50*K + 10	50*K + 20	50*K + 30	50*K + 40
6	60*K	60*K + 13	60*K + 23	60*K + 35	60*K + 49
7	70*K	70*K + 17	70*K + 28	70*K + 43	70*K + 57
8	80*K	80*K + 17	80*K + 30	80*K + 49	80*K + 64

Также заметим, что полученную таблицу (Таблицу 2) можно обобщить на любое число строк (число M), если рассмотреть различные остатки от деления M на 5 (по аналогии с рассмотренными последовательными элементами в одной строке). С учетом этого получим обобщенную таблицу 3:

Таблица 3

	$N = 5*K$	$N = 5*K + 1$	$N = 5*K + 2$	$N = 5*K + 3$	$N = 5*K + 4$
$M = 5*X + 1$	$10*K*M$	$10*K*M + 10*X + 3$	$10*K*M + 20*X + 3$	$10*K*M + 30*X + 5$	$10*K*M + 40*X + 9$
$M = 5*X + 2$	$10*K*M$	$10*K*M + 10*X + 7$	$10*K*M + 20*X + 8$	$10*K*M + 30*X + 13$	$10*K*M + 40*X + 17$
$M = 5*X + 3$	$10*K*M$	$10*K*M + 10*X + 7$	$10*K*M + 20*X + 10$	$10*K*M + 30*X + 19$	$10*K*M + 40*X + 24$
$M = 5*X + 4$	$10*K*M$	$10*K*M + 10*X + 8$	$10*K*M + 20*X + 14$	$10*K*M + 30*X + 23$	$10*K*M + 40*X + 30$
$M = 5*X + 5$	$10*K*M$	$10*K*M + 10*X + 10$	$10*K*M + 20*X + 20$	$10*K*M + 30*X + 30$	$10*K*M + 40*X + 40$

Для каждого значения из таблицы 3 проверим, существуют ли такие неотрицательные целые числа N, K, M, X, удовлетворяющие поставленным условиям.

Например, рассмотрим значение, выделенное желтым цветом:

$$10*K*M + 30*X + 30 = 160$$

$$N = 5*K + 3$$

$$M = 5*X + 5$$

Подставим в первое уравнение значение M из третьего уравнения, получим следующие возможные пары (K; X): (1; 1).

С учетом этого, из второго и третьего уравнения получим следующие пары (N; M): (8; 10).

Аналогично, проверим остальные значения из таблицы 3, итогом получим 12 различных пар (N; M): (1; 80), (2; 40), (4; 20), (5; 16), (8; 10), (9; 9), (10; 8), (16; 5), (20; 4), (27; 3), (40; 2), (80; 1)

## 9. Технологии сортировки и фильтрации данных (1 балл)

### [Учетная запись]

В базе данных хранятся сведения о зарегистрированных пользователях веб-сайта. Для каждого пользователя создана запись, в которой, в том числе, хранятся данные о поле (мужчина или женщина), его возрасте (число полных лет), код географического местоположения (целое число из диапазона [1; 3]), тип учетной записи (личная или корпоративная). Известно количество записей, полученных в ответ на ряд запросов к данной базе:

1. Возраст  $\leq 20$  и Пол = «женщина» –  $6*N+1$  записей, где N – некоторое натуральное число.
2. Возраст  $\leq 20$  и Пол = «мужчина» –  $17*N+2$  записей.
3. Возраст  $\leq 20$  и Пол = «мужчина» и тип = «корпоративная» - 1 запись.
4. Возраст  $> 20$  и Пол = «женщина» – 30 записей.
5. Возраст  $\leq 20$  и Пол = «мужчина» и (местоположение = «2» или местоположение = «3») и тип = «личная» - 61 запись.
6. Возраст  $\leq 20$  и Пол = «мужчина» и местоположение = «3» - 24 записи.
7. Возраст  $\leq 20$  и Пол = «мужчина» и (местоположение = «1» или местоположение = «2») и тип  $\neq$  «личная» - 1 запись.
8. Возраст  $> 20$  и Пол = «мужчина» – 12 записей.

Сколько записей будет получено в ответ на запрос: Возраст  $\leq 20$  и Пол = «мужчина» и местоположение = «1» и тип = «личная», если известно, что всего в базе 160 записей? В ответе укажите целое число.

Примечание: символ " $\neq$ " – отрицание равенства.

**Ответ: 25**

**Решение:**

Исходя из общего числа записей в базе (160) и запросов №4, №8, можно сделать вывод о том, что в базе содержится 118 записей для людей, возраст которых  $\leq 20$ . С учетом информации, полученной из запросов №1 и №2, имеем  $6*N+1+17*N+2=118$ . Следовательно, по запросу №2 получили 87 записей. Из запросов №3 и №7 следует, что по запросу «Возраст  $\leq 20$  и Пол = «мужчина» и местоположение = «3» и тип = «корпоративная» будет получено 0 результатов. Следовательно, в результате выполнения запроса №6 были выведены записи со значением «тип = «личная»». Исходя из

результатов запроса №5 получим, что в результате запроса “Возраст  $\leq 20$  и Пол = «мужчина» и местоположение = «2» и тип = «личная»” будет получено 37 записей. Следовательно, в результате выполнения запроса “Возраст  $\leq 20$  и Пол = «мужчина» и местоположение = «1» и тип = «личная»” будет получено 25 записей.

## 10. Технологии программирования (2 балла)

### [Одинаковые подматрицы]

Имя входного файла	input.txt
Имя выходного файла	output.txt
Ограничение по времени	2 секунды
Ограничение по памяти	256 мегабайт

У Фили есть квадратная матрица  $A$  размера  $N \times N$ , но она кажется ему слишком большой. Ему гораздо больше нравятся матрицы размера  $k \times k$  ( $k < N$ ).

Филиа хочет получить матрицу нужного размера взяв некоторую подматрицу исходной матрицы. Подматрицей  $k \times k$  матрицы  $A$  в данном случае Филиа считает матрицу  $B$  такую, что  $b_{i,j} = a_{i+x,j+y}$ , для всех  $i, j$  от 1 до  $k$ . Из данного определения можно заметить, что подматрица исходной матрицы задается парой чисел  $(x, y)$ .

Для того, чтобы выбрать наиболее интересную для себя подматрицу, Филиа хочет узнать, сколько есть способов выбрать из исходной матрицы две различные (характеризующие пары  $(x, y)$  отличаются хотя бы в одной позиции) равные подматрицы  $k \times k$ . Две матрицы  $Q$  и  $P$  размера  $k \times k$  считаются равными, если для любых  $i, j: 1 \leq i, j \leq k$  выполняется  $q_{i,j} = p_{i,j}$ . Если условия равенства не выполняется, матрицы считаются неравными.

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла содержатся два натуральных числа  $N$  и  $k$  - размеры исходной и нужной матрицы. ( $1 \leq k < N \leq 10$ ). В следующих  $N$  строках заданы через пробел по  $N$  натуральных чисел  $a_{i,j}$  - элементы исходной матрицы ( $1 \leq i, j < 10$ ).

#### Формат выходных данных

В единственной строке выходного файла выведите одно число - количество способов выбрать из исходной матрицы две различные равные подматрицы размера  $k \times k$ .

#### Примеры

input.txt	output.txt
3 1 1 2 3 4 5 6 7 8 9	0
3 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	36
3 2 1 2 1 1 1 2 1 1 1	1

#### Решение

Для решения данной задачи достаточно было перебрать координаты левых верхних углов двух сравниваемых подматриц и сравнить их между собой. Всего пришлось бы выполнить  $N^4 \cdot k^2$  сравнений. Чтобы учесть пары, которые будут посчитаны дважды, нужно итоговый ответ поделить на два. Также нужно не забыть учесть в переборе случай подматриц с одинаковыми координатами.

## 11. Технологии программирования (4 балла)

### [Операнды]

Имя входного файла	input.txt
Имя выходного файла	output.txt
Ограничение по времени	2 секунды
Ограничение по памяти	256 мегабайт

Алина выписала на доске  $n+1$  цифру, каждая из которых от 1 до 9. Даша поставила между каждой парой соседних цифр знак одной из арифметических операций "+", "-", "\*", "/" (плюс, минус, умножить, целочисленное деление). Затем девочки отправились в столовую на обед.



Вернувшись, они обнаружили, что с доски все стерто, к счастью Даша смогла вспомнить, какие знаки и в каком порядке были расставлены. Также девочки считают, что результатом применения операций было большое число.

Они просят вас зная последовательность знаков, расставить цифры от 1 до 9 между ними так, чтобы итоговый результат был максимальным.

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла дано число  $n$ , число знаков, которые написала Даша ( $1 \leq n \leq 1000$ ).

Во второй строке находится  $n$  знаков арифметических операций "+", "-", "\*", "/" (без кавычек).

#### Формат выходных данных

Выведите в единственной строке файла последовательность из  $n+1$  цифры, таким образом, чтобы при расстановке между ними знаков итоговый результат был максимальным.

Если возможных решений несколько, разрешается вывести любое.

#### Примеры

input.txt	output.txt
1 +	99
2 -/ /	925

#### Решение

Для решения данной задачи обратим внимание на приоритет операций. Общеизвестно, что сначала выполняются операции «\*» и «/», а затем «+» и «-». Разобьем последовательность знаков на «слагаемые» относительно операций сложения и вычитания. Таким образом, исходная задача по максимизированию ответа сводится к независимым задачам максимизации каждого положительного (идущего после «+») слагаемого и минимизирования каждого отрицательного (идущего после «-»). Первое слагаемое, очевидно, положительное. Чтобы максимизировать некоторое слагаемое, можно действовать жадной стратегией поставить цифру «9» на первую позицию, потом будем ставить цифру «9» после «\*» и цифру «1» после «/». Абсолютно аналогично будем минимизировать слагаемое, однако, теперь поставим цифру «1» на первую позицию, потом будем ставить цифру «1» после «\*» и цифру «9» после «/».