

Заключительный этап 9 и 10 класса (приведен один из вариантов заданий)

1. Кодирование информации и системы счисления (2 балла)

[Цифровая лестница]

Условие:

Василий взял число $FFFFFFFFFFFFFFF_{16}$ и проделал следующие действия:

1. Перевел это число в двоичную систему счисления.
2. Взял получившийся набор цифр и рассмотрел его как запись некоторого числа в 64-ричной системе счисления.
3. Возвел это число в квадрат и записал результат опять же в 64-ричной системе счисления.

Определите, какому десятичному числу будет соответствовать 69-й разряд полученной записи числа, считая **слева направо**.

В ответе запишите десятичное число.

Ответ: 59

Решение:

Выполним первое действие. Известно, что при переводе из шестнадцатеричной системы счисления в двоичную каждому разряду шестнадцатеричной системы соответствует 4 разряда двоичной системы счисления, то есть цифре F_{16} соответствует 1111_2 . Таким образом, после первого действия получится $16 \cdot 4 = 64$ – шестидесятичетырехразрядное двоичное число, состоящее только из цифр «1».

Возведение в квадрат любого числа соответствует умножению этого числа на само себя. В свою очередь при умножении двух чисел состоящих из «1» эту операцию можно представить как сложение этого числа со своими копиями, сдвинутыми на некоторое количество разрядов влево, например вычисление 1111^2 в десятичной системе счисления можно представить так:

$$\begin{array}{r} 11111 \\ 11111 \\ 11111 \\ 11111 \\ 11111 \\ 11111 \\ 11111 \\ \hline 123454321 \end{array}$$

Также отметим, что количество разрядов в результирующем числе в этом случае будет равно удвоенному количеству разрядов исходного числа минус 1. В данной задаче мы возводим в квадрат число, состоящее из 64 разрядов, следовательно, результат будет 127-ми разрядным числом.

Кроме того, как видно из примера, при возведении в квадрат числа, запись которого состоит из «1», разряды результата, считая справа налево (от младшего разряда), будут образовывать натуральный ряд, начинающийся с 1 пока очередная сумма не превысит максимальную цифру числа (это произойдет только, если количество разрядов в возводимом в квадрат числе будет больше или равно основанию системы счисления).

69-й разряд считая слева направо в числе из 127 разрядов – это 59-й разряд, считая справа налево в этом же числе ($127 - 69 + 1 = 59$). 59 – число, меньшее основания системы счисления, значит 59-й разряд будет просто равен своему номеру, то есть числу 59.

2. Измерение объема информации (графика или звук) (2 балла)

[Медиаальбом]

Условие:

Медиацентр подключен к системе хранения данных по двум независимым каналам связи. Первый канал имеет пропускную способность 1024 КБайт в секунду, а второй канал имеет пропускную способность 256 КБайт в секунду.

Петя решил на медиацентре показать гостям альбом с фотографиями. В альбоме несколько фотографий с небольшими комментариями к ним. Для отображения альбома на медиацентр необходимо передать отдельные файлы с фотографиями и специальный файл, содержащий комментарии и другую служебную информацию для отображения альбома. Альбом отображается на экране медиацентра **мгновенно** после полной загрузки **всех** фотографий и специального файла. Файлы могут передаваться в любом порядке. По двум каналам могут одновременно передаваться разные файлы, но каждый файл можно передать только по одному каналу целиком, не прерывая начавшуюся передачу. После окончания передачи файлов канал связи незамедлительно готов к передаче следующего файла.

Известно, что сжатия данных не производилось, и файлы изображений не содержат никаких дополнительных данных.

Найдите оптимальное распределение передаваемых файлов по каналам и определите минимальное время в секундах от начала передачи, через которое альбом может отобразиться на экране медиацентра.

| Имя файла | Характеристика файла |
|-----------|--|
| A | Изображение, размером 1024 на 1024 точек, кодированное с использованием палитры из 65536 цветов |
| B | Изображение, размером 512 на 512 точек, кодированное с использованием палитры из 2^{24} цветов |
| C | Изображение, размером 1024 на 1024 точек, кодированное с использованием палитры из 2^{24} цветов |
| D | Изображение, размером 1024 на 512 точек, кодированное с использованием палитры из 2^{24} цветов |
| E | Специальный файл имеет размер 256 КБайт |

В ответе укажите число секунд.

Примечание: 1 КБайт = 2^{10} байт.

Ответ: 6

Решение:

Для решения задачи необходимо провести предварительные расчеты. Посчитаем, какое время будет передаваться каждый из приведенных в задаче файлов по каждому из каналов, для этого размер файла разделим на пропускную способность канала. Размер файла изображения, в свою очередь вычисляется как произведение количества точек изображения на количество бит, необходимых для кодирования цвета точки (65536 цветов кодируется 16-ю битами, 2^{24} цветов – 24-мя битами). В результате получаем следующую таблицу времен, необходимых на передачу каждого файла:

| Имя файла | Первый канал, сек. | Второй канал, сек. |
|-----------|--------------------|--------------------|
| A | 2 | 8 |
| B | 0,75 | 3 |
| C | 3 | 12 |
| D | 1,5 | 6 |
| E | 0,25 | 1 |

Поскольку второй канал имеет пропускную способность в 4 раза меньше, чем первый канал, минимальное суммарное время передачи может быть достигнуто, если мы разделим файлы так, чтобы передаваемые суммарные объемы в каждом канале соотносились как 1:4. Если бы все данные передавались только по медленному каналу, суммарное время составило бы 30 секунд. Таким образом, мы можем передавать по нему файл D, который будет передаваться 6 секунд, а за это время передадим оставшийся объем по первому каналу (оставшийся объем будет в 4 раза больше, чем файл D и, следовательно, передастся по первому каналу за это же время).

При таком распределении файлов по каналам суммарное время передачи всех файлов будет минимально и равно 6 секундам.

3. Основы логики (2 балла)

[Таблица истинности]

Условие:

Для логической функции $F(A, B, C)$ построена следующая таблица истинности:

| $B \rightarrow A$ | $A \text{ or } C$ | $B \text{ or } C$ | $F(A, B, C)$ |
|-------------------|-------------------|-------------------|--------------|
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

Определите, сколько существует различных комбинаций значений переменных A, B и C, для которых функция $F(A, B, C)$ будет принимать истинное значение. В ответе укажите целое число.

Ответ: 4

Решение:

Предложенная в условии таблица истинности определяет значения функции $F(A, B, C)$ не непосредственно на комбинациях значений аргументов, а на комбинациях значений трех других функций, зависящих от этих же аргументов. Всего задано 5 таких комбинаций:

| $B \rightarrow A$ | $A \text{ or } C$ | $B \text{ or } C$ | $F(A, B, C)$ |
|-------------------|-------------------|-------------------|--------------|
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

Построим полную таблицу истинности этих трех функций, то есть определим значения этих функций в зависимости от значений аргументов A , B и C . Обратим внимание, что при этом в каждой строке таблицы встречаются только комбинации значений этих функций, для которых в исходной таблице определены значения искомой функции $F(A, B, C)$:

| A | B | C | $B \rightarrow A$ | $A \text{ or } C$ | $B \text{ or } C$ |
|-----|-----|-----|-------------------|-------------------|-------------------|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

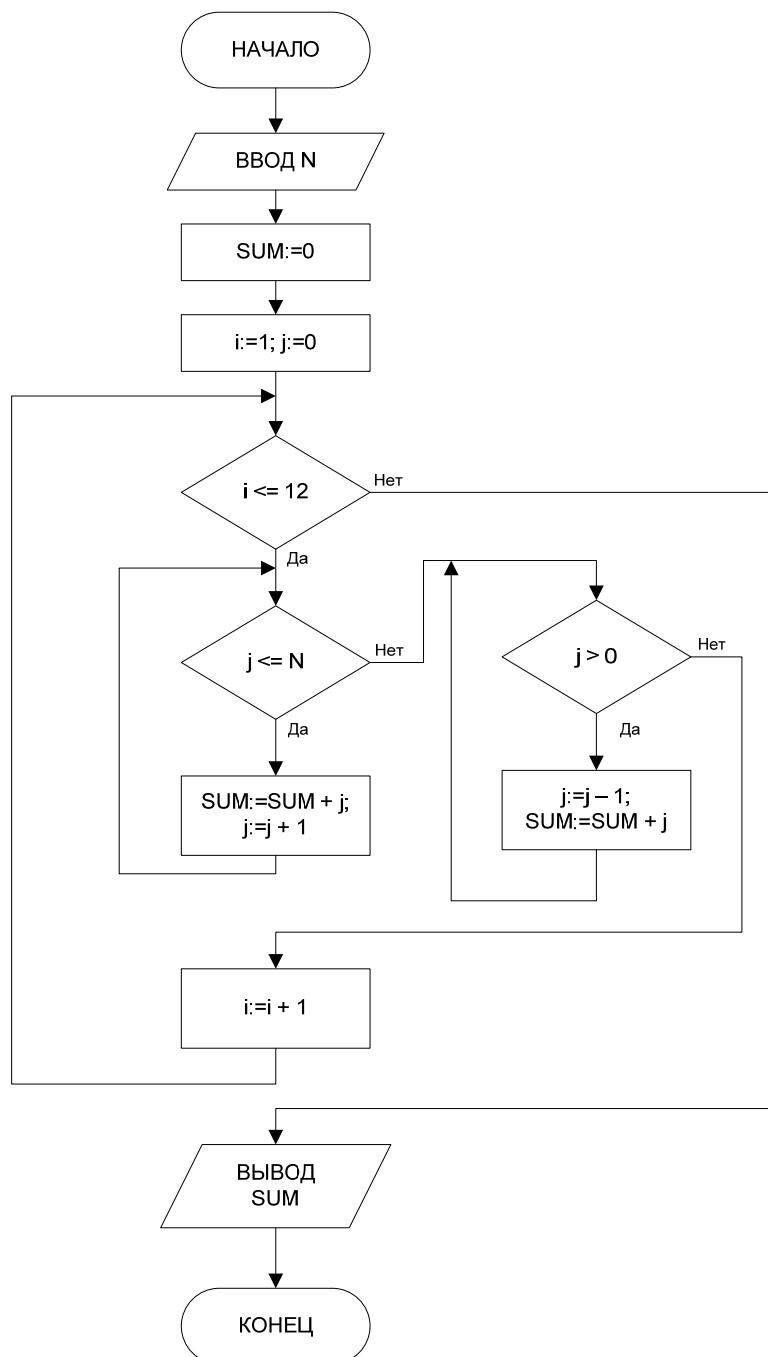
Значит, подставив последним столбцом значения функции $F(A, B, C)$ для этих комбинаций значений функций – мы тем самым определим значения функции $F(A, B, C)$ для всех возможных комбинаций значений аргументов. Из получившейся таблицы становится видно, что существует ровно 4 комбинации значений аргументов A , B , C , для которых функция $F(A, B, C)$ будет истинна.

| A | B | C | $B \rightarrow A$ | $A \text{ or } C$ | $B \text{ or } C$ | $F(A, B, C)$ |
|-----|-----|-----|-------------------|-------------------|-------------------|--------------|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

4. Алгоритмизация и программирование (2 балла) [Больше-Меньше]

Условие:

Дана блок-схема алгоритма:



Определите, какое положительное целочисленное значение переменной N было подано на вход приведенного алгоритма, если по завершении его выполнения было получено значение переменной $SUM=2184$.

В ответе укажите число.

Ответ: 13

Решение:

Анализ алгоритма показывает, что переменная SUM после его завершения хранит в себе результат суммирования значений индексной переменной j , которая, в свою очередь, сначала возрастает от 0 до значения N , а затем убывает от N до 0 с шагом 1 за каждую итерацию внешнего цикла с индексной переменной i . При этом во внешнем цикле выполняется 12 итераций.

Следовательно, если разделить итоговое значение переменной SUM на 12 мы получим число равное удвоенной сумме целых чисел от 0 до N . Для вычисления суммы чисел от 0 до N можно воспользоваться формулой суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \text{ или в нашем случае: } S = \frac{0 + N}{2} \cdot (N + 1)$$

Преобразовав формулу получим:

$$2 \cdot S = N^2 + N$$

Слева в формуле стоит удвоенная сумма чисел от 0 до N , которая в нашем случае равна $2184/12=182$, следовательно

$$N^2 + N = 182$$

Нас интересует только положительный корень этого уравнения, который равен 13.

5. Алгоритмизация и программирование; анализ кода (1 балл)

[Позиция элемента]

Условие:

Дан фрагмент кода, обработки одномерного массива **mas** из 7-ми элементов, индексация которых начинается с 1:

| | |
|-----------------|--|
| Алгоритмический | <pre> sch:=0 нц для i от 2 до 7 CurrEl:=mas[i] PreInd:=i-1 нц пока (PreInd >= 1) и (mas[PreInd] < CurrEl) mas[PreInd+1]:=mas[PreInd] mas[PreInd]:=CurrEl PreInd:=PreInd-1 sch:=sch+1 кц кц </pre> |
| Бейсик | <pre> sch=0 FOR i=2 TO 7 CurrEl=mas(i) PreInd=i-1 WHILE (PreInd >= 1) AND (mas(PreInd) < CurrEl) mas(PreInd+1)=mas(PreInd) mas(PreInd)=CurrEl PreInd=PreInd-1 sch=sch+1 WEND NEXT i </pre> |
| Паскаль | <pre> sch:=0; for i:=2 to 7 do begin CurrEl:=mas[i]; PreInd:=i-1; while (PreInd >= 1) and (mas[PreInd] < CurrEl) do begin mas[PreInd+1]:=mas[PreInd]; mas[PreInd]:=CurrEl; PreInd:=PreInd-1; sch:=sch+1; end; end; end; </pre> |

Известно, что элементы массива имеют значения «3», «4», «5», «6», «7», «8» и «9», причем все элементы, кроме элемента, имеющего значение «9» расположены в массиве в порядке возрастания их значений, а элемент, имеющий значение «9» может быть расположен на любой позиции.

Определите, на какой позиции в массиве должен быть элемент со значением «9», если значение переменной **sch**, по завершении выполнения приведенного фрагмента, равно 17.

В ответе приведите число, соответствующее индексу элемента со значением «9» в исходном массиве.

Ответ: 3

Решение:

Приведенный алгоритм обеспечивает сортировку по убыванию элементов массива и считает количество перестановок соседних элементов. При этом рассмотрена наихудшая ситуация, когда изначально массив отсортирован по возрастанию, кроме одного элемента «9».

Посчитаем количество перестановок соседних элементов в соответствии с логикой приведенного алгоритма для массива из 6-ти элементов (без «9»).

3 4 5 6 7 8 - 0

4 3 5 6 7 8 - 1

4 5 3 6 7 8 - 2

5 4 3 6 7 8 - 3

5 4 6 3 7 8 - 4

5 6 4 3 7 8 - 5

6 5 4 3 7 8 - 6

6 5 4 7 3 8 - 7

6 5 7 4 3 8 - 8

6 7 5 4 3 8 - 9
 7 6 5 4 3 8 - 10
 7 6 5 4 8 3 - 11
 7 6 5 8 4 3 - 12
 7 6 8 5 4 3 - 13
 7 8 6 5 4 3 - 14
 8 7 6 5 4 3 - 15

Таким образом, чтобы развернуть массив необходимо 15 перестановок, у нас остаются не использованными две перестановки. Из приведенной последовательности шагов легко видеть, что, если поставить «9» на первую позицию, то на ее сортировку не потребуется перестановок. На второй позиции элемент «9» добавит ровно одну перестановку, а на третьей позиции прибавит ровно две перестановки, что соответствует заданному в условии количеству перестановок элементов массива.

6. Технологии хранения, поиска и сортировки информации (3 балла)

[Прайс-лист]

Условие:

На мобильном устройстве необходимо отобразить прайс-лист магазина – таблицу, имеющую следующие столбцы:

| № | Артикул | Наименование | Цвет | Цена | Количество |
|---|---------|--------------|------|------|------------|
|---|---------|--------------|------|------|------------|

Любая строка начинается со значения в столбце «№», оно формируется автоматически на мобильном устройстве и имеет значение соответствующее порядковому номеру строки. Далее в строке отображаются значения для остальных столбцов.

На сервере есть база данных, которая имеет следующую конфигурацию:

| Таблица «Изделие» | |
|-------------------|---------|
| ID Изделия | 10 цифр |
| Артикул | 12 цифр |
| Наименование | 25 букв |

| Таблица «Цвет» | |
|----------------|---------|
| ID Цвета | 10 цифр |
| Цвет | 25 букв |

| Таблица «Остатки» | |
|-------------------|---------|
| ID Изделия | 10 цифр |
| ID Цвета | 10 цифр |
| Количество | 5 цифр |
| Цена | 7 цифр |

Существует два сценария работы мобильного приложения:

1. На сервер отправляется запрос пользователя, по которому формируются строки прайс-листа. Затем все сформированные строки передаются мобильному приложению. При передаче строк каждый передаваемый символ (буква или цифра) кодируется 2-мя байтами. Для значения каждого столбца всегда используется указанное в конфигурации количество символов и не меньше. Таким образом, длина каждой передаваемой строки соответствует суммарному количеству символов указанному для столбцов. Никакой дополнительной информации не передается.
2. Мобильное приложение полностью получает содержимое таблиц базы данных в указанной конфигурации и самостоятельно формирует прайс-лист по запросу пользователя. При передаче символы (буквы или цифры) всех полей, в том числе ключевых кодируются 2-мя байтами.

Известно, что таблица «Изделие» содержит ровно 20 строк (количество уникальных наименований изделий), таблица «Цвет» содержит ровно 7 строк (количество уникальных наименований цветов), в таблице «Остатки» содержатся неповторяющиеся записи о комбинациях цвета и наименования изделий, имеющихся в наличии. В прайс-лист вошли сведения обо всех комбинациях цветов изделий, записи о которых имеются в таблице «Остатки».

Определите, какое число строк содержит таблица «Остатки» если, по первому сценарию на мобильное приложение было передано на 4098 байт больше данных, чем при работе по второму сценарию. При расчетах объема передачи никакие данные, кроме указанных в сценариях, не учитывались.

В ответе укажите целое число, соответствующее количеству строк в таблице «Остатки».

Ответ: 77

Решение:

В задаче указаны два алгоритма передачи данных на мобильное приложение.

По первому сценарию в одной строке будет $12+25+25+7+5=74$ символа, что соответствует сумме длин полей указанных в прайс-листе. Таких строк будет ровно столько, сколько строк в таблице остатки. Каждая строка при передаче будет иметь информационный объем $74*2$ байта = 148 байт. И его нужно умножить на количество строк (N) в таблице «Остатки».

По второму сценарию информационный объем, передаваемый на мобильное приложение, вычисляется как сумма информационных объемов всех таблиц:

$$(10+12+25)*20*2 \text{ байта} = 1880 \text{ байт.}$$

$$(10+25)*7*2 \text{ байта} = 490 \text{ байт.}$$

$$(10+10+5+7)*2*N=N*64 \text{ байт.}$$

$$\text{Следовательно, } N*64 + 1880 + 490 = N*148 - 4098. \text{ Соответственно: } 1880 + 490 + 4098 = N*(148 - 64).$$

В результате $N=77$.

7. Технологии обработки информации в электронных таблицах (1 балл)

[Остатки]

Условие:

Дан фрагмент электронной таблицы в режиме отображения формул.

| | A | B |
|---|-------------------|-----------------|
| 1 | | |
| 2 | =ЧАСТНОЕ(A1;B\$1) | =ОСТАТ(A1;B\$1) |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |
| 6 | | |
| 7 | | =СУММ(B1:B6) |

Формулу из ячейки A2 скопировали в диапазон ячеек A3:A6. Формулу из ячейки B2 скопировали в диапазон ячеек B3:B6. Определите какие целые положительные числа записали в ячейки A1 и B1, если известно что значения в ячейках B2:B7 следующие:

| | A | B |
|---|---|----|
| 1 | | |
| 2 | | 0 |
| 3 | | 4 |
| 4 | | 3 |
| 5 | | 2 |
| 6 | | 1 |
| 7 | | 15 |

В ответе запишите через пробел два числа, сначала число записанное в ячейку A1, затем число записанное в ячейку B1. Если таких пар чисел несколько, выберите ту, сумма чисел в которой меньше 1500.

Ответ: 970 5

Решение:

Число в ячейке B1 однозначно определяется суммой чисел диапазона B1:B6. Поскольку сумма чисел в ячейках B2:B6 равна 10, а сумма чисел в ячейках B1:B6 равна 15, следовательно в ячейке B1 записано число 5.

Далее согласно формулам, в столбце B находятся остатки от деления на 5 (ячейка B1) чисел из предыдущих строк столбца A. А столбец A дает нам последовательность целых частей от деления числа из предыдущей строки на 5.

Тогда очевидно, что если в ячейке A6 будет любое число большее 0, то в ячейке A1 будет число не меньшее, чем 5^5 , то есть заведомо большее 1500.

Следовательно, ячейка A6 = 0, тогда A5 должна быть равна 1, поскольку остаток от деления A5 на 5 равен 1 (ячейка B6), а само число в ячейке A5 не может превышать 4, чтобы результат целочисленного деления на 5 был равен 0.

Тогда $A4 = 1 * 5 + 2$, поскольку остаток от деления A4 (ячейка B5) на 5 равен 2.

Тогда $A3 = 7 * 5 + 3 = 38$,

Следовательно $A2 = 38 * 5 + 4 = 194$,

И, наконец, $A1 = 194 * 5 + 0 = 970$.

8. Телекоммуникационные технологии (2 балла)

[Оптимальный маршрут]

Условие:

В общем случае топология IP-сети, построенной на маршрутизаторах, представляет собой сложно-связанный граф, где узлы – это маршрутизаторы (на схеме ниже обозначены латинскими буквами A, B, C и т.д.), а ребра – это сети (на схеме ниже обозначены цифрами от 1 до 10). Таким образом, предполагается несколько возможных маршрутов (путей) передачи IP-пакета от отправителя к получателю. Маршруты передачи IP-пакетов определяются таблицами маршрутизации – особыми структурами, хранящимися на маршрутизаторах и содержащими записи с информацией, определяющей среди прочего маршрут передачи IP-пакета до локальной сети, к которой принадлежит получатель.

Таблицы маршрутизации могут задаваться вручную, а могут посредством специальных служебных протоколов – протоколов маршрутизации, с помощью которых маршрутизаторы обмениваются информацией о топологии сети. Примером протокола маршрутизации является протокол OSPF.

Если до одной сети существует несколько маршрутов, то выбор осуществляется по метрике – численному показателю качества маршрута. Чем метрика меньше, тем маршрут лучше.

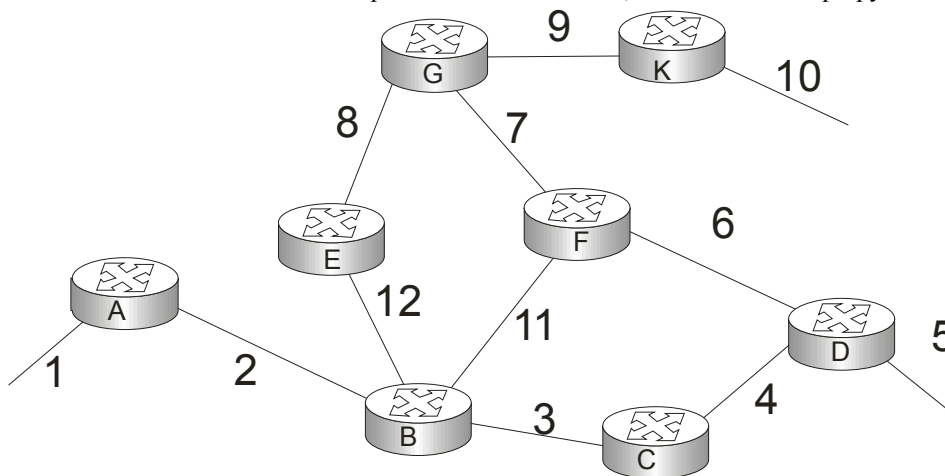
В общем случае **метрика маршрута** – сумма весов сетей (весов ребер графа сети), через которые проходит маршрут от маршрутизатора до сети назначения. Метрика рассчитывается до каждой сети назначения от маршрутизатора, для которого

составляется таблица маршрутизации. В OSPF вес отдельной сети определяется скоростью передачи данных по этой сети от одного маршрутизатора до другого.

Значение веса сети зависит от ее номинальной скорости. Значение весов в OSPF приведены следующие:

| Скорость | Вес | Скорость | Вес |
|------------|-----|------------|-----|
| 100 Мбит/с | 1 | 512 Кбит/с | 195 |
| 10 Мбит/с | 10 | 256 Кбит/с | 390 |
| 2 Мбит/с | 48 | 128 Кбит/с | 781 |
| 1,5 Мбит/с | 64 | | |

На рисунке приведена схема составной сети. Номерами обозначены сети, соединенные маршрутизаторами.



Номинальные скорости сетей следующие:

- 1 1,5 Мбит/с
- 2 10 Мбит/с
- 3 2 Мбит/с
- 4 512 Кбит/с
- 5 1,5 Мбит/с
- 6 100 Мбит/с
- 7 2 Мбит/с
- 8 1,5 Мбит/с
- 9 10 Мбит/с
- 10 1,5 Мбит/с
- 11 256 Кбит/с
- 12 2 Мбит/с

Если существует несколько маршрутов от маршрутизатора до сети, оптимальным считается маршрут с минимальной метрикой. Например, оптимальным маршрутом для маршрутизатора С до сети 1 будет маршрут, проходящий через сети 3 и 2. Для вычисления его метрики необходимо сложить вес сети 3, равный 48, с весом сети 2, равным 10, что даст метрику маршрута равную 58.

Вычислите для маршрутизатора А метрики оптимальных маршрутов до трех сетей:

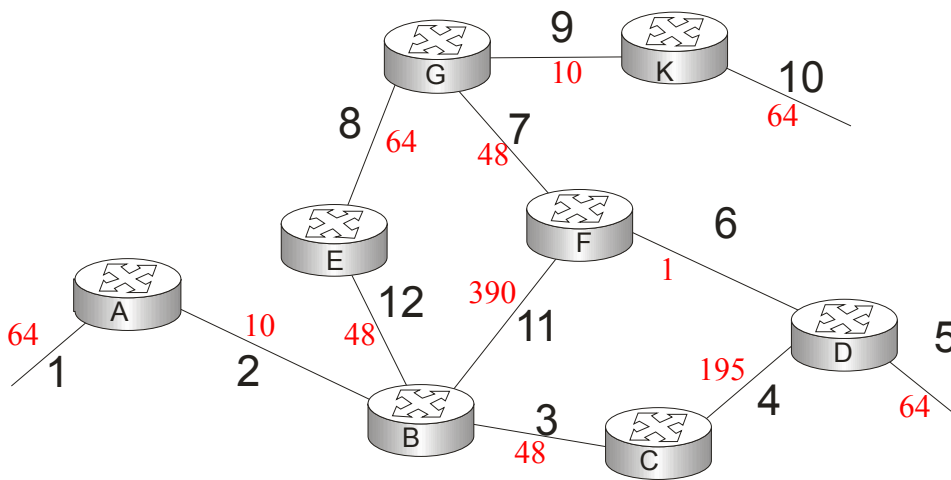
5, 6, 10.

В ответ укажите через запятую три числа – метрики для оптимальных маршрутов до сетей в порядке перечисления сетей в условии. В метрику добавляются веса сетей по маршруту кроме сети назначения, то есть если вычисляется метрика маршрута до сети N, то ее вес в метрику не включается.

Ответ: 171, 170, 132

Решение:

Решение данной задачи подразумевает нахождения пути на графе с наименьшей суммой весов ребер-сетей. Поскольку оптимальность маршрута определяется метрикой, а она, в свою очередь, зависит от скоростей в сетях, перерисует граф с указанием веса для каждой сети (отмечены на рисунке красным цветом):



Отметим, что путем от маршрутизатора A до той или иной сети будет путь по ребрам графа до маршрутизатора, к которому прилегает ребро, являющееся целевой сетью.

Тогда для маршрутизатора A, оптимальным маршрутом до сети 5 будет путь по сетям: 2-12-8-7-6, что соответствует метрике: $10+48+64+48+1=171$

Для сети 6 оптимальный маршрут от маршрутизатора A почти аналогичный, необходимо лишь исключить сеть 6, следовательно, метрика: $10+48+64+48=170$.

До сети 10 маршрут оптимальный маршрут от сети A также идет через маршрутизатор G: 2-12-8-9, что соответствует метрике: $10+48+64+10=132$.

9. Операционные системы; формальный исполнитель (3 балла)

[Буфер диска]

Условие:

Жесткие диски для уменьшения энергопотребления и увеличения срока службы при отсутствии запросов на чтение или запись переходят в «спящий» режим, при котором подвижные части жесткого диска (пластины) останавливаются, а считывающие головки уходят в парковочное положение.

Для ускорения процедур чтения и записи, особенно при обработке параллельных задач используется буферная память, она предназначена для временного хранения небольшого объема информации. Вся информация, записываемая на жесткий диск, сначала помещается в буфер, а затем записывается на пластины. При считывании происходит обратная процедура, с пластин считывается информация, записывается в буфер, а оттуда передается получателю. При «спящем» режиме операции чтения-записи в буфер с внешних устройств производятся, так же как и в рабочем состоянии.

Информация в буфер записывается и считывается из буфера **пакетами** по 768 КБайт.

Будем считать, что в случае получения требований на чтение потоков данных для нескольких потребителей контроллер жесткого диска реализует следующие принципы работы:

1. Контроллер **поочередно по одному** считывает с пластины и помещает в буфер пакеты с данными для **каждого** потребителя, если в буфере достаточно места для записи очередного пакета. Если на момент начала считывания в буфере нет места для записи очередного пакета, контроллер ожидает 2 такта и переводит жесткий диск в «спящий» режим. Между каждыми двумя операциями считывания пакетов в буфер жесткий диск тратит 1 такт на позиционирование считывающей головки.
2. Независимо от считывания данных с пластины, контроллер передает уже считанные в буфер данные потребителям. Передача происходит также **поочередно по одному** пакету **каждому** потребителю в том порядке, в котором пакеты были считаны с пластины. По окончании передачи пакета данных потребителю память, занимаемая пакетом в буфере, мгновенно освобождается. Контроллер может передавать пакет очередному потребителю сразу же после того, как закончил передавать пакет предыдущему потребителю.

Рассмотрим ситуацию:

На жесткий диск, находящийся в рабочем режиме поступило два обращения на считывание двух потоков данных двум различным потребителям A и B. Первым поступил запрос от потребителя B. Через 2 такта после этого поступил запрос от потребителя A.

Скорость считывания данных с пластины в буфер постоянна и составляет 256 КБайт/такт.

Скорость передачи данных из буфера потребителю A 64 КБайт/такт.

Скорость передачи данных из буфера потребителю B 128 КБайт/такт.

Определите, по истечении какого такта после начала обработки запросов жесткий диск перейдет в «спящий» режим, если в нем используется буфер объемом 12 МБайт.

Примечание:

1 МБайт= 2^{10} КБайт.

1 КБайт= 2^{10} байт.

Ответ: 110

Решение:

Решение подразумевает формальное исполнение алгоритма. Для удобства и наглядности используем электронные таблицы.

Пусть столбец таблицы соответствует информационному объему одного пакета, тогда необходимо 16 столбцов для обозначения объема буфера в 12 МБайт (в буфер, размером 12 Мбайт можно разместить максимум 16 пакетов, размером 768 КБайт каждый).

Рассчитаем количество тактов, необходимых для совершения операций исходя из заданных в условиях скоростей передачи данных и заданного размера пакета:

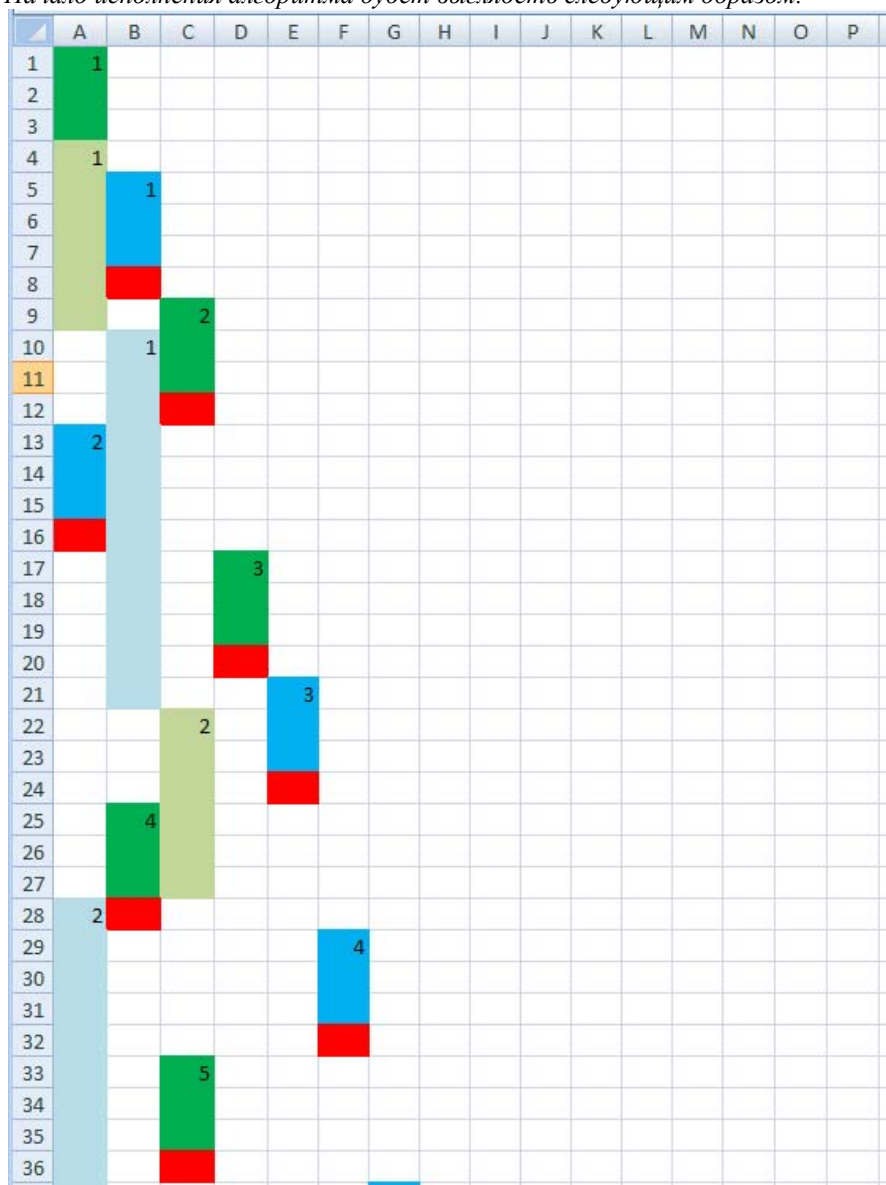
- время считывания пакета данных с пластины в буфер 3 такта.
- время передачи пакета данных из буфера потребителю А 12 тактов.
- время передачи пакета данных из буфера потребителю В 6 тактов.

Пусть строка таблицы соответствует одному такту работы контролера.

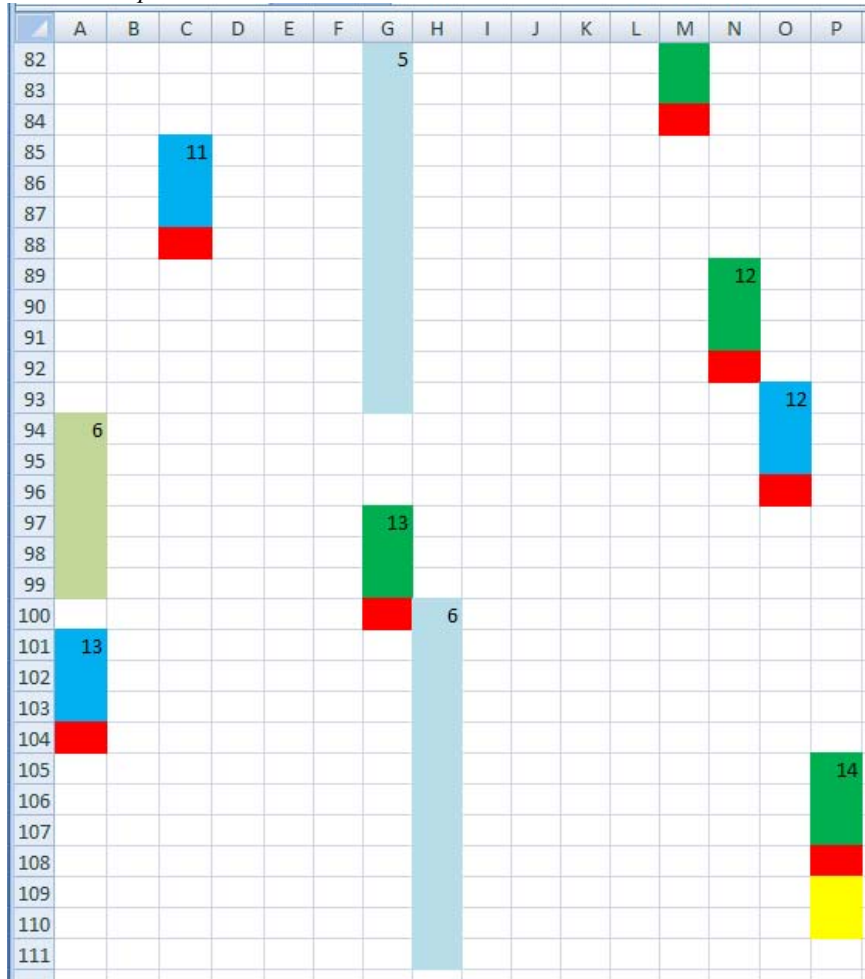
Легенда:

| | |
|--|---|
| | Считывание в буфер для потребителя А |
| | Считывание в буфер для потребителя В |
| | Время на позиционирование считывающей головки |
| | Передача потребителю А |
| | Передача потребителю В |
| | Ожидание освобождения памяти |

Начало исполнения алгоритма будет выглядеть следующим образом:



И так до переполнения:



Как видно из схемы, по окончании 108-го такта, контроллер не может запустить считывание очередного пакета с пластины, поскольку в памяти буфера нет места для записи этого пакета, оно появится только после окончания передачи потребителю *A* шестого пакета по истечению 111-го такта. Следовательно, контроллер будет ожидать указанные в условии 2 такта и не дождавшись освобождения буфера переведет диск в спящий режим по истечении 110 такта.

10. Технологии программирования (2 балла)

Вы занимаетесь разработкой системы по продаже билетов на поезда. Несмотря на то, что поезда ходят по множеству различных маршрутов, вы будете работать только с одним из них. Маршрут рассматриваемого поезда состоит из *n* остановок: маршрут начинается в первой из них, а заканчивается в *n*-й, соответственно. Всего в поезде имеется *m* мест для пассажиров.

Эта система будет использоваться для продажи билетов пассажирам. При покупке билета пассажир указывает номер станции *L*, на которой он хочет сесть на поезд и номер станции *R*, на которой он хочет сойти с поезда. Если у одного пассажира есть билет до станции *S*, а другой хочет купить билет от станции *S*, то они друг другу не мешают: второй может занимать только что освободившееся место первого. Система должна сообщить пассажиру следующую информацию:

- «YES», если в поезде есть свободные места. В этом случае пассажир покупает один билет с *L*-й по *R*-ю станцию.
- «NO», если подходящих свободных мест нет. В этом случае пассажир билет не покупает.

Формат входного файла

В первой строке входного файла **input.txt** находятся натуральные числа *n* ($2 \leq n \leq 100$), *m* ($1 \leq m \leq 100$) и *k* ($1 \leq k \leq 100$) — число станций в маршруте поезда, максимальное число пассажиров в поезде и число обращений пассажиров к системе покупки билетов.

Следующие *k* строк содержат по два натуральных числа *L_i* и *R_i* ($1 \leq L_i < R_i \leq n$) — начальная и конечная станции в *i*-м обращении к системе.

Формат выходного файла

В выходной файл **output.txt** для каждого обращения к системе в своей строке выведите её ответ: YES или NO.

Пример входных и выходных данных

| input.txt | output.txt |
|-----------|------------|
| 5 2 4 | YES |
| 1 4 | YES |
| 1 3 | NO |
| 2 5 | YES |
| 3 5 | |

11. Технологии программирования (4 балла)

Вы работаете менеджером и составляете план работ на следующий месяц. Каждый месяц разделён на T равных единиц времени. Всего имеется n задач, которые необходимо сделать. Однако, вы понимаете, что, возможно, успеть сделать все задачи за месяц не получится и хотите составить оптимальный план, выбрав для выполнения некоторые из них.

Про каждую задачу известно время t_i , которое нужно затратить, чтобы сделать её, а также прибыль p_i , которую сделанная задача принесёт компании. Вы хотите включить в план некоторые задачи так, чтобы:

- Суммарное время, затраченное на выполнение задач, включённых в план, не превышало T .
- Суммарная прибыль от выполнения этих задач была максимальна.

Составьте план, обладающий описанными выше свойствами и определите прибыль, получаемую в результате выполнения этого плана.

Обратите внимание на то, что единственный подходящий под условия план может не содержать ни одной задачи.

Формат входного файла

В первой строке входного файла `input.txt` находятся натуральные числа T ($1 \leq T \leq 100\,000$) и n ($1 \leq n \leq 10$) — число единиц времени в месяце и число задач.

Следующие n строк содержат по два натуральных числа t_i и p_i ($1 \leq t_i, p_i \leq 100\,000$) — время, которое необходимо затратить на выполнение i -й задачи и прибыль, которую можно получить, выполнив её.

Формат выходного файла

Выведите единственное число — максимальная прибыль, которую можно получить, составив план, удовлетворяющий написанным выше условиям.

Пример входных и выходных данных

| input.txt | output.txt |
|-----------|------------|
| 10 3 | 100 |
| 8 100 | |
| 3 10 | |
| 3 10 | |
| 10 4 | 31 |
| 5 10 | |
| 5 20 | |
| 2 5 | |
| 2 6 | |