

Всероссийская олимпиада школьников
 «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»
 Предмет: «Математика»

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Проверяющий

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс

Вариант 1

Работа рассчитана на 240 минут, она содержит 8 заданий. Решать и оформлять решения заданий можно в любом порядке. Численные ответы не округлять.

- (10 баллов) В фирме работало 150 сотрудников, в том числе 73 женщины. Затем произошло объединение с другой фирмой, где женщины составляли 40%. В результате доля женщин среди сотрудников стала равна $p\%$. Найдите все возможные целые значения p .
- (10 баллов) Через каждую пару противоположных рёбер куба проведена плоскость. На сколько частей эти плоскости разбивают куб?
- (12 баллов) Найдите значения дробей $A = \frac{\sin(\alpha + \beta + \gamma)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma}$ и $B = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma}$, если числа α, β и γ таковы, что $A = 3B$.
- (12 баллов) A', B' и C' – проекции вершины S правильной треугольной пирамиды $SABC$ на биссекторные плоскости двугранных углов при рёбрах BC, AC и AB . Найдите тангенс каждого из этих углов, если объём пирамиды $SA'B'C'$ в 10 раз меньше объёма пирамиды $SABC$.
- (12 баллов) Последовательность (a_n) определена условиями $a_1 = 0,01$ и $(n+2)a_n = na_{n+1}$ для $n = 1, 2, \dots, 99$. Найдите сумму $a_1 + a_2 + \dots + a_{100}$.
- (14 баллов) На сторонах BC, CA и AB неравнобедренного треугольника выбраны точки L, M и N соответственно. Биссектриса угла ABC и серединный перпендикуляр к отрезку NL пересекаются в точке P . Известно, что $\angle ABC = 135^\circ, AN = NM = ML = LC = 1$. Найдите длину отрезка MP .
- (14 баллов) Число $a > 0$ таково, что неравенства $2 \leq a^n \leq 4$ выполняются ровно при пяти натуральных значениях n . При скольких натуральных значениях n могут выполняться неравенства $4 \leq a^n \leq 8$?

Всероссийская олимпиада школьников
«Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»
Предмет: «Математика»

8. (16 баллов) В стране 20 городов, некоторые из которых соединены авиалиниями. Беспосадочный перелёт из А в Б назовём централизующим, если из Б можно в большее, чем из А, число городов долететь без пересадки. Какое наибольшее число городов может насчитывать авиамаршрут, все перелёты на котором централизующие?

Всероссийская олимпиада школьников
«Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»
Предмет: «Математика»

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Проверяющий

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс

Вариант 2

Работа рассчитана на 240 минут, она содержит 8 заданий. Решать и оформлять решения заданий можно в любом порядке. Численные ответы не округлять.

- (10 баллов) На предприятии доля мужчин среди работников составляла 48%. По сокращению штата было уволено 25 человек, в том числе 10 мужчин. После этого доля мужчин среди работников стала равна $q\%$. Найдите все возможные целые значения q .
- (10 баллов) Через каждые три несмежные вершины куба проведена плоскость. На сколько частей эти плоскости разбивают куб?
- (12 баллов) Найдите значения дробей $A = \frac{\cos(\alpha + \beta + \gamma)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma}$ и $B = \frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \gamma}{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta \cdot \operatorname{ctg} \gamma}$, если числа α, β и γ таковы, что $A = 3B$.
- (12 баллов) Косинус двугранного угла при каждом из ребер AB, BC, CD и AD основания правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равен 0,8. Точки K, L, M и N являются проекциями точки S на биссекторные плоскости при рёбрах основания. Найдите отношение объёма многогранника $SKLMN$ к объёму пирамиды $SABCD$.
- (12 баллов) Последовательность (a_n) определена условиями $a_0 = a_1 = 1$ и $a_{n+2} = (n+3)a_{n+1} - (n+1)a_n$ для $n = 0, 1, 2, \dots, 98$. Найдите a_{100} .
- (14 баллов) На сторонах BC, CA и AB остроугольного неравностороннего треугольника ABC выбраны точки L, M и N соответственно. В треугольнике LMN проведена высота MP . Известно, что $AN = NM = ML = LC$ и что биссектриса угла ABC проходит через середину отрезка MP . Найдите величину угла ABC .
- (14 баллов) Число $a > 1$ таково, что неравенства $5 < a^n < 25$ выполняются ровно при четырёх натуральных значениях n . При скольких натуральных значениях n могут выполняться неравенства $25 < a^n < 125$?

Всероссийская олимпиада школьников
«Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»
Предмет: «Математика»

8. (16 баллов) В турнире 20 шахматистов, каждый сыграл по одной партии с каждым из остальных. В итоге нашлась цепочка участников A_1, A_2, K, A_n , где каждый, начиная с A_2 , набрал на $\frac{1}{2}$ очка больше, чем предыдущий. Найдите наибольшее возможное значение n ?