



ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс

Вариант 1

Задание 1 (10 баллов)

При оптимизации штатного расписания в учреждении было сокращено 13 вакансий, в результате чего их доля в расписании снизилась на 13 процентных пунктов. Зная, что вакансии в этом учреждении еще остались, определите их количество.

Задание 2 (10 баллов)

Какие линейные размеры может иметь прямоугольный параллелепипед, если его объем равен 200 см^3 , площадь полной поверхности равна 300 см^2 , а периметр основания равен 50 см ?

Задание 3 (12 баллов)

Решите уравнение $\frac{\sin^4 \varphi}{\sin^2 x} + \frac{\cos^4 \varphi}{\cos^2 x} = 1$ при всех значениях параметра φ .

Задание 4 (12 баллов)

В треугольнике ABC проведены биссектрисы AK и CM . Известно, что середины отрезков AB , BC и MK лежат на одной прямой. Найдите AB , если $BK = 4$, а $KC = 5$.

Задание 5 (12 баллов)

Приведите пример квадратного многочлена $f(x)$ и кубического многочлена $g(x)$ таких, что уравнению $f(g(x)) = 0$ удовлетворяют числа ± 1 ; ± 2 и ± 3 .

Задание 6. (14 баллов)

Около шара радиуса 1 описана правильная n -угольная призма, все ребра которой касаются некоторого другого шара. Докажите, что $n = 4$ и найдите объем этой призмы.

Задание 7 (14 баллов)

Найдите множество значений функции $y = \log_{2x-1} x$.

Задача 8 (16 баллов)

Пекарня планирует перейти на округление чеков в меньшую сторону (покупатель будет платить p рублей за товар ценой в p рублей с копейками). В связи с этим коммерческий директор выбрал 100 чеков и подсчитал, что выручка при таком округлении снизилась бы на 1%. Известно, что чеков на сумму менее 10 рублей не было, и что все цены в пекарне кратны 10 копейкам. Каким наибольшим (среди этих чеков) могло быть количество чеков на сумму более 100 рублей каждый?



ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс

Вариант 2

Задание 1 (10 баллов)

Когда в фирму пришел новый сотрудник, доля сотрудников с экономическим образованием там возросла на 1 процентный пункт. Сколько же теперь сотрудников в этой фирме имеют экономическое образование?

Задание 2 (10 баллов)

Какие линейные размеры может иметь прямоугольный параллелепипед, если его объем равен 240 см^3 , площадь боковой поверхности равна 220 см^2 , а сумма длин всех ребер составляет 84 см ?

Задание 3 (12 баллов)

Решите уравнение $\frac{\cos^4 \varphi}{\sin^2 x} + \frac{\sin^4 \varphi}{\cos^2 x} = 1$ при всех значениях параметра φ .

Задание 4 (12 баллов)

Серединные перпендикуляры, проведенные к биссектрисам AK и CM треугольника ABC , пересекаются на стороне AC . Найдите AC , если $BM = 4$, а $KC = 9$.

Задание 5 (12 баллов)

Приведите пример квадратного многочлена $f(x)$ и кубического многочлена $g(x)$ таких, что уравнению $f(g(x)) = 0$ удовлетворяют числа ± 1 ; ± 4 и ± 5 .

Задание 6. (14 баллов)

Все рёбра правильной n -угольной усеченной пирамиды, описанной около сферы σ , касаются сферы ω с центром в центре нижнего основания этой пирамиды. Докажите, что $n = 3$ и найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости основания.

Задание 7 (14 баллов)

Найдите множество значений функции $y = \log_{3x+1}(x + 1)$.

Задача 8 (16 баллов)

Телефонная компания планирует перейти с поминутной оплаты (по 1 рублю за каждую полную и неполную минуту разговора) на точную оплату (разговор стоит t рублей, где t — время разговора в минутах). В связи с этим специалисты компании выбрали 100 звонков и подсчитали, что при точной оплате за эти звонки было бы получено на 30% денег меньше, чем при поминутной. Каким наименьшим (среди этих 100) могло быть количество звонков длительностью менее 3 минут каждый?