2.1. Олимпиада им. И.В.Савельева (отборочный тур олимпиады «Росатом»), 11 класс

1. На вечеринку пришли четыре семейные пары: Ивановых, Петровых, Голиковых и Проваловых. Женскую половину представляли Маша, Татьяна, Женя и Надежда. Петр Иванов выпил в 2 раза, Иван Петров - в 4 раза, Кузьма Голиков – 3 раза, Денис Провалов – 5 раз больше бокалов лимонада, чем их жены. Было жарко, все пили лимонад. Женщины выпили 14 , мужчины - 36 бокалов лимонада. Какая фамилия у Жени, если она выпила лимонада больше всех?

2. При каком x, удовлетворяющим уравнению $\sin\left(x+\frac{\pi}{12}\right)\cos\left(x+\frac{\pi}{12}\right)+\sin\frac{\pi}{12}\sin x\sin\left(x+\frac{\pi}{12}\right)=\cos\frac{\pi}{12}\cos x\cos\left(x+\frac{\pi}{12}\right)$,функция $y=\sin\frac{x}{2}$ принимает наибольшее значение?

3. Координаты вершин треугольника ABC целые числа $(x;y)$ - решения уравнения $x\cdot 3^{x+y+1}+4y+(17-4y)3^{x+y}=17+3x$. Найти наименьшее возможное значение его площади.

4. Две арифметические прогрессии $\{a_n\}$ и $\{b_m\}$ обладают тем свойством, что отношение суммы первых n членов прогрессии $\{a_n\}$ к сумме первых m членов прогрессии $\{b_m\}$ равно $(2n^2+3n):(4m^2+5m)$ для любых натуральных чисел n и m . При каких n и m $a_n=b_m$?

5. Найти целые a , при которых уравнение $\sqrt[7]{(x-2a)^3}+30\sqrt[7]{x^3}=19\sqrt[7]{x^2(x-2a)}$ имеет два целых $x<-8$ своими решениями.

6. Три кубика поставлены один на другой образуя «пирамидку» так, что плоскости их общих граней совпадают, а их центры лежат на одной прямой, перпендикулярной этим плоскостям. Внизу «пирамидки» расположен куб с ребром 2 , над ним - куб с ребром $1,5$ сверху – куб с ребром 1. Найти наибольшее возможное значение площади полной поверхности «пирамидки».