

**Заключительный тур олимпиады «Будущее инновационной России»**  
**математика**

**11-й класс**

1. Пусть  $a$  – корень уравнения  $(x-1)^2 x = 1$ . Вычислите значение выражения  $a^2 + \frac{1}{a-2}$ .
2. Решите неравенство  $\frac{\log_2(-x)}{\log_2(x+3)} \leq 0$ .
3.  $ABCD$  – квадрат,  $AB = 1$ . Тогда  $P$  – середина стороны  $BC$ , точка  $Q$  лежит на стороне  $AD$ , причем  $AQ:QD = 2:1$ . Отрезки  $AC$  и  $PQ$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $AOQ$ .
4. Найдите все значения  $p$ , при которых уравнение  $\sqrt{1 + 80 \sin^3 x} = 2^p - 1$  имеет корни.
5. Найдите наибольшее значение выражения  $2x^3 + 3y$  при одновременном выполнении условий  $y \geq x^2$  и  $2x + y \leq 3$ .
6. Докажите, что уравнение  $x(x+1) = y(y+2)$  не имеет решений в натуральных числах.

Председатель методической комиссии по математике  
27 марта 2010 г.

