Решения по математике 10-11 класс
(Отборочный этап) 2015 год

I Вариант

1. Пусть девятиклассников было n и набрали они m очков. Тогда десятиклассников было 10n и набрали они 4,5m очков. Всего участников турнира было 11n и набрали они 5,5m очков. Общее число набранных всеми очков равно числу сыгранных партий. Партий сыграно было $\frac{11n\,(11n-1)}{2}$

   Отсюда 5,5m = $\frac{11n\,(11n-1)}{2}$

   m=n(11n-1). Каждый девятиклассник сыграл 11n-1 партий (т.к.число участников турнира равно 11n), а потому n девятиклассников могли набрать n(11n-1) очков только в случае, если каждый из них выиграл все партии. Это возможно лишь при n=1 (т.к. два девятиклассника не могут одновременно выиграть друг у друга). Получаем единственное решение n=1, m=10
2. Обозначим искомую функцию через S. Тогда $2S=1\cdot2+2\cdot2^2+3\cdot2^3\ldots+100\cdot2^{100}$

   $2S-S = 100\cdot 2^{100}- (1 +2 +2^2 +\ldots+2^{99}) = 100\cdot2^{100} - (2^{100} - 1) = 99\cdot 2^{100} + 1$
3. Обозначим: $\sqrt{2}+\sqrt{3}=x$,Тогда:

   $x^2=2+2\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}+3=5+2\sqrt{6}$

   $x^2-5=2\sqrt{6}$

   $x^4-10x^2+25=24 \rightarrow x^4-10x^2+1=0$ – Искомое уравнение.
4. Преобразуем левую часть неравенства:

$$\log_{|x+6|} 2 \cdot \log_2(x^2-x-2) \geq 1 = \frac{\log_2 (x^2-x-2)}{\log_2|x+6|} = \log_{|x+6|}(x^2-x-2)$$

$\log_{|x+6|}2\,(x^2 - x - 2) \geq 1$ равносильно совокупности систем:

1) $\begin{cases} |x+6|>1 \\ x^2-x-2\geq|x+6| \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 0<|x+6|<1 \\ x^2-x-2\leq|x+6| \\ x^2-x-2>0 \end{cases}$

$\begin{cases} x+6\geq0 \\ x^2-2x-8\geq0 \end{cases}$ $\begin{cases} x+6<0 \\ x^2+4\geq0 \end{cases}$ $\Rightarrow x\in(-\infty;-2)\cup(4;+\infty)$

Теперь 1-я система:

$\begin{cases} x+6>1 \\ x+6<-1 \\ x\leq-2, x\geq4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<-7, x>-5 \\ x\leq-2, x\geq4 \end{cases} \Rightarrow$ ее решение $x\in(-\infty;-7)\cup(-5;-2]\cup[4;+\infty)$

2-ое неравенство 2-ой системы: $\begin{cases} x\geq-6 \\ x^2-2x-8\leq0 \end{cases} \Rightarrow x\in[-2;4]$

$\begin{cases} x<-6 \\ x^2+4\leq0 \end{cases} \Rightarrow x\in\emptyset$

3-е неравенство 2-ой системы имеет решение:
$x < -1$ и $x > 2$ => 2-я система примет вид:

$$2)\begin{cases} -7 < x < -6, -6 < x < -5 \\ -2 \leq x \leq 4 \\ x < -1; x > 2 \end{cases} \Rightarrow x \cancel{\in} \emptyset$$

Ответ: $x \in (-\infty; -7) \cup (-5; -2] \cup [4; +\infty)$

5. ABCD – трапеция
   AB, CD – основания, AB>CD
   AB=a, CD=b
   M∈ продолжению CD
   E=AM ∩ BC
   C Δ ABE = $\frac{1}{2}$S ABCD
   Найти т.M
   1.Обозначим
   CM=X, высоту Δ ABE через h_1, высоту Δ CME через h_2
   По условию S Δ ABE= $\frac{1}{2}$S ABCD => $\frac{1}{2}ah_1 = \frac{1}{2}\frac{a+b}{2}(h_1+h_2)$

или $\frac{2a}{a+b} = \frac{h_1+h_2}{h_1} = 1+\frac{h_2}{h_1}$

2. Δ ABE ~ Δ CME => $\frac{x}{a} = \frac{h_2}{h_1} \Rightarrow \frac{2a}{a+b} = 1+\frac{x}{a} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{a-b}{a+b} \Rightarrow x = a\frac{a-b}{a+b}$

Ответ: т.M находится на расстоянии $a\frac{a-b}{a+b}$ от т.C