Конкурсные задания Олимпиады МЭСИ для школьников 2011/2012 гг.
9-11 классы

1. Решить неравенство:

$$x^4 - x^3 - 2x^2 - 3x - 1 < 0$$

2. Вычислить сумму:

$$S = 1 + \frac{1}{2^3 - 2} + \frac{1}{3^3 - 3} + ... + \frac{1}{100^3 - 100}$$

3. При каком значении q один из корней уравнения $63x^3 + 54x^2 + qx - 24 = 0$ равен сумме всех корней?

4 Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} |3x - 4y - 2| \le 24 - |3x + 4y - 10| \\ x^2 - 4x - 20 \ge 2y - y^2 \end{cases}$$

5. Прямая, параллельная основанию AC треугольника ABC пересекает его стороны AB и BC в точках, соответственно, M и N. Отрезок MN делит площадь треугольника ABC на части, относящиеся, считая от вершины B, так же как MN относится к AC. Найти длину отрезка MN, если основание AC равно $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

Дополнительно для 10 класса:

6. В окружность радиуса R вписаны квадрат и правильный треугольник, имеющие общую вершину. Найти площадь их общей части.

Дополнительно для 11 класса:

5. Высоты треугольника, площадь которого больше нуля, являются тремя последовательными членами некоторой геометрической прогрессии. Найти все значения, которые может принимать знаменатель прогрессии q.

6. Правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$ рассечена плоскостью, проходящей через ребро AB нижнего основания и вершину C_1 верхнего основания на две части. В каждую и частей вписаны сферы. Найти отношение радиусов сфер, вписанных в верхнюю и нижнюю части призмы.