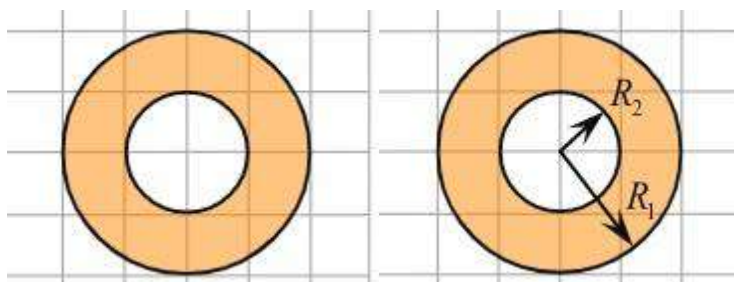


ПЕРЕД ВАМИ ОТВЕТЫ НА ЗАДАНИЯ «ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО» ТУРА
ОЛИМПИАДЫ «ЮНЫЕ ТАЛАНТЫ»
ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ «ГЕОЛОГИЯ» ДЛЯ 5-9 КЛАССОВ.

1 вариант

Вопрос № 1.

На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см * 1 см схематически изображено месторождение. Найдите его площадь. В ответе запишите площадь, делённую на π .
Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Решение.

Площадь кольца равна разности площади большого и малого кругов. Радиус большого круга равен 2, а малого — 1, откуда

$$S = \pi \cdot 2^2 - \pi \cdot 1^2 = 3\pi.$$

Поэтому

$$\frac{S}{\pi} = 3.$$

Ответ: 3.

Вопрос № 2.

Какую цифру надо поставить вместо точки 2468.13579, чтобы полученное число делилось на 9 нацело?

Решение:

Основные признаки делимости чисел (без остатка):

- 1) Число делится на **2**, если его последняя цифра **0,2,4,6,8**, т.е. четное число (например: 24, 1432, 558).
- 2) Число делится на **3**, если сумма его цифр делится на **3** (например: сумма цифр числа 132 $(1+3+2) = 6$, значит 132 делится на 3).
- 3) Число делится на **4**, если две его последние цифры **нули** или **образуют число, делящееся на 4** (например: 300, 516, 1048).
- 4) Число делится на **5**, если оно оканчивается на **0** или **5** (например: 175, 190, 1385).
- 5) Число делится на **6**, если оно делится на 2 и 3 одновременно (например: 12, 132).
- 6) Число делится на **8**, если три его последних цифры **нули** или **образуют число, делящееся на 8** (например: 2000, 2016, 4240).

- 7) Число делится на **9**, если сумма его цифр делится на **9** (например: сумма цифр числа $288 (2+8+8) = 18$, значит 288 делится на 9). Если число делится на 9 , то оно делится и на 3 .
- 8) Число делится на **10**, если его последняя цифра **0** (например: $150, 2560$).
- 9) Число делится на **25**, если его последние две цифры **00, 25, 50 или 75** (например: $100, 1025, 2150, 375$).
- 10) Число делится на **100**, если две его последние цифры **00** (например: $1200, 45600$).
- 11) Число делится на другое число, если оно делится на множители второго числа, являющимися взаимно простыми. У взаимно простых чисел общий делитель только 1 . Например: 3 и 4 взаимно простые. Если число делится на 3 и 4 , то оно делится и на $12 (3*4)$.

В данном случае, чтобы число делилось без остатка на 9 , нужно, чтобы сумма его цифр тоже делилась на 9 . Сложив цифры $(2+4+6+8+X+1+3+5+7+9)$, получим $45+X$. Так как 45 делится на 9 без остатка, значит пропущенная цифра **0** или **9** (2468013579 или 2468913579).

Вопрос № 3.

Найдите значение выражения: $18*36 - 16*36 + 24*27 - 25*24 - 15*5$.

Решение:

Последовательно применим распределительный закон умножения ($a*b + a*c = a*(b + c)$).

То есть общий (одинаковый) множитель выносим за скобки.

Следовательно,

$$18*36 - 16*36 + 24*27 - 25*24 - 75 = 36*(18 - 16) + 24*(27 - 25) - 75 =$$

$$36*2 + 24*2 - 75 = 2*(36 + 24) - 75 = 2*60 - 75 = 120 - 75 = 45.$$

Вопрос № 4.

Буровая машина проехала половину пути со скоростью 6 м/с, а другую половину пути со скоростью 4 м/с. Найти среднюю скорость тела на этом пути.

Решение задачи:

Неверно считать, что средняя скорость является среднеарифметической всех скоростей, с которой двигалось тело! Это считается грубейшей ошибкой, которая говорит о том, что человек не понимает сути этого понятия.

На самом деле средняя скорость – такая скорость, с которой нужно постоянно двигаться телу (т.е. двигаться равномерно), чтобы пройти то же расстояние за то же время. Её можно найти как отношение всего пройденного пути к затраченному времени. Применительно к нашей задаче, это выражается в формуле:

$$v_{cp} = \frac{\frac{S}{2} + \frac{S}{2}}{t_1 + t_2} = \frac{S}{t_1 + t_2}$$

Так как каждую половину пути тело двигалось равномерно, то время t_1 и t_2 можно найти из выражений:

$$t_1 = \frac{S}{2v_1}$$

$$t_2 = \frac{S}{2v_2}$$

Подставим полученные формулы в формулу средней скорости и произведем преобразования:

$$v_{cp} = \frac{S}{\frac{S}{2v_1} + \frac{S}{2v_2}} = \frac{S}{\frac{S(v_1 + v_2)}{2v_1 v_2}} = \frac{2Sv_1 v_2}{S(v_1 + v_2)} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$$

Осталось подставить численные данные.

$$v_{cp} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 4}{6 + 4} = 4,8 \text{ м/с}$$

Ответ: 4,8 м/с.

Вопрос № 5.

Напряженность электрического поля на расстоянии 10 см от поверхности заряженной сферы радиусом 5 см равна 36 В/м. Какова напряженность поля на расстоянии 30 см от центра сферы?

Дано:

$$l = 10 \text{ см}, R = 5 \text{ см}, E_1 = 36 \text{ В/м}, r = 30 \text{ см}, E_2 = ?$$

Решение задачи:

Напряженность электрического поля E_1 на расстоянии l от поверхности сферы радиусом R , заряженной некоторым зарядом q , определяют по формуле:

$$E_1 = \frac{kq}{(R+l)^2} \quad (1)$$

Напряженность электрического поля E_2 на расстоянии r от центра той же сферы определим по формуле:

$$E_2 = \frac{kq}{r^2} \quad (2)$$

Поделим (2) на (1), тогда получим:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(R+l)^2}{r^2}$$

В итоге имеем:

$$E_2 = E_1 \frac{(R+l)^2}{r^2}$$

Произведём вычисления:

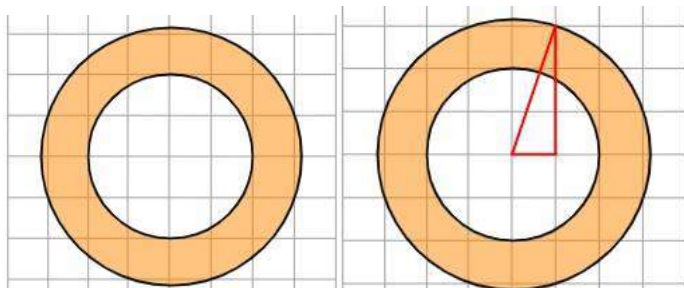
$$E_2 = 36 \cdot \frac{(0,05 + 0,1)^2}{0,3^2} = 9 \text{ В/м} = 0,09 \text{ В/см}$$

2 вариант

Вопрос № 1.

На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см * 1 см схематически изображено месторождение. Найдите его площадь. В ответе запишите площадь, делённую на π .

Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Решение.

Площадь кольца S_k равна разности площади большого и малого кругов. Радиус малого круга равен 2 см, его квадрат равен 4 см^2 . Квадрат радиуса большого круга найдем по теореме Пифагора для треугольника с катетами 1 см и 3 см: $R^2 = 1^2 + 3^2 = 10 \text{ см}^2$.

Тогда для искомой площади имеем: $S_k = 10\pi - 4\pi = 6\pi \text{ см}^2$, тем самым $\frac{S}{\pi} = 6 \text{ см}^2$.

Ответ: 6.

Вопрос № 2.

Найдите значение выражения: $24*13 + 21*13 + 45*12 + 25*44 - 89*25$.

Решение:

$$24*\underline{13} + 21*\underline{13} + 45*12 + \underline{25}*44 - 89*\underline{25}.$$

Последовательно применяем распределительный закон умножения ($a*b + a*c = a*(b + c)$).

То есть общий (одинаковый) множитель выносим за скобки.

$$\begin{aligned} \text{Следовательно, } 24*\underline{13} + 21*\underline{13} + 45*12 + \underline{25}*44 - 89*\underline{25} &= 13*(24 + 21) + 45*12 + 25*(44 - 89) \\ &= 13*\underline{45} + \underline{45}*12 - 25*\underline{45} = 45*(13 + 12 - 25) = 45 * 0 = 0. \end{aligned}$$

Вопрос № 3.

Какой цифрой заканчивается разность: $3*5*9*17* \dots *1023 - 7$?

Решение:

$$3*5 = 1\underline{5}$$

$$15*9 = 13\underline{5}$$

$$135*17 = \dots\underline{5}$$

...

$$\dots*1023 = \dots\underline{5}.$$

Как видно, произведение $3*5*9*17* \dots *1023$ заканчивается цифрой 5.

Если от любого числа, заканчивающегося цифрой 5 отнять 7, получится число, заканчивающееся на 8 (например: $1025 - 7 = 1018$, $2345 - 7 = 2338$).

Вопрос № 4.

Расстояние между двумя месторождениями автомашина проехала со скоростью 60 км/ч, а обратный путь – со скоростью, вдвое меньшей. Найти среднее значение модуля скорости автомашины за все время движения.

Решение задачи:

Итак, в задаче необходимо узнать среднюю скорость, которую можно найти как отношение всего пройденного пути ко времени, затраченному на весь путь.

Средняя скорость – это скорость, которую должно иметь тело (в данном случае автомашина), чтобы пройти то же расстояние за то же время, только двигаясь всегда равномерно (т.е. скорость не должна меняться по величине).

Очевидно, что в общем случае машина не движется равномерно, так как есть моменты ускорения машины (например, в начале движения из состояния покоя) и моменты замедления (перед остановкой), хотя в этой задаче оно было действительно равномерным (но разным по величине при движении туда и обратно).

Обозначим расстояние между городами – S , время движения в прямом пути – t_1 , время движения в обратном пути – t_2 . Тогда:

$$v_{cp} = \frac{S + S}{t_1 + t_2} \quad (1)$$

Найдем время t_1 и t_2 :

$$t_1 = \frac{S}{v_1} \quad (2)$$

$$t_2 = \frac{S}{v_2} = \frac{2S}{v_1} \quad (3)$$

Подставим полученные выражения (2) и (3) в (1):

$$v_{cp} = \frac{S + S}{\frac{S}{v_1} + \frac{2S}{v_1}}$$
$$v_{cp} = \frac{S + S}{\frac{S}{v_1} + \frac{2S}{v_1}} = \frac{2S \cdot v_1}{3S} = \frac{2}{3}v_1$$

Не будем переводить числовые исходные данные в систему СИ, поскольку ответ нужно получить в км/ч. Численный ответ равен:

$$v_{cp} = \frac{2}{3}60 = 40 \text{ км/ч}$$

Ответ: 40 км/ч.

Вопрос № 5.

Найти заряд, создающий электрическое поле, если на расстоянии 5 см от него напряженность поля 160 кВ/м.

Решение задачи:

Напряженность электрического поля E , создаваемого зарядом q , на расстоянии r от него можно определить по такой формуле:

$$E = \frac{kq}{r^2} \quad (1)$$

Коэффициент k – это табличная величина, равная $9 \cdot 10^9$ Н·Кл²/м².

Из формулы (1) выразим искомый заряд q .

$$q = \frac{Er^2}{k}$$

Задача решена в общем виде, теперь посчитаем численный ответ задачи:

$$q = \frac{160 \cdot 10^3 \cdot 0,05^2}{9 \cdot 10^9} = 44,4 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} = 44,4 \text{ нКл}$$

Ответ: 44,4 нКл.