ПЕРЕД ВАМИ ОТВЕТЫ НА ЗАДАНИЯ «ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО» ТУРА ОЛИМПИАДЫ «ЮНЫЕ ТАЛАНТЫ»
ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ «ГЕОЛОГИЯ» ДЛЯ 10-11 КЛАССОВ.

1 вариант

Вопрос № 1.

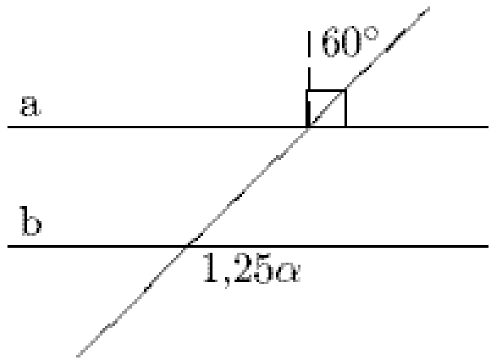
Найдите сумму всех коэффициентов приведенного квадратного уравнения, корни которого равны $5+\sqrt{3}$ и $5-\sqrt{3}$.

Решение:

Общий вид квадратного уравнения: $ax^2 + bx + c = 0$, где a - I коэффициент, b - II коэффициент, c - III коэффициент или свободный член.
По теореме Виета:
$x_1 + x_2 = - b/a$.
$x_1 * x_2 = c/a$.
То есть, при a = 1, произведение корней квадратного уравнения равно свободному члену (c), а сумма корней равна II коэффициенту, взятому с противоположным знаком (-b).
Например:
$x^2 + 5x + 6 = 0$. Значит: $x_1*x_2 = 6$, $x_1+x_2 = -5$. То есть $x_1 = -2$, $x_2 = -3$.
Еще пример:
$3x^2 - 7x + 8 = 0$. Значит: $x_1*x_2 = 8/3$, $x_1+x_2 = 7/3$.
По условию задания корни некоего квадратного уравнения имеют значения:
$x_1 = 5+\sqrt{3}$,
$x_2 = 5-\sqrt{3}$.
По теореме Виета произведение корней равно III коэффициенту (свободному члену), а сумма корней равна II коэффициенту:
$x_1*x_2 = (5+\sqrt{3})*(5-\sqrt{3}) = 5^2 - \sqrt{3}^2 = 25 - 3 = 22$.
$x_1+x_2 = (5+\sqrt{3}) + (5-\sqrt{3}) = 5 + \sqrt{3} + 5 - \sqrt{3} = 10$.
Таким образом, искомое уравнение: $x^2 - 10x + 22 = 0$.
Сумма коэффициентов: 1 + (-10) + 22 = 1 - 10 + 22 = 23 - 10 = 13.

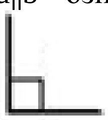
Вопрос № 2.

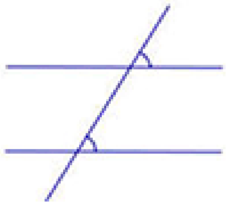
a||b. Найдите α.



Решение:

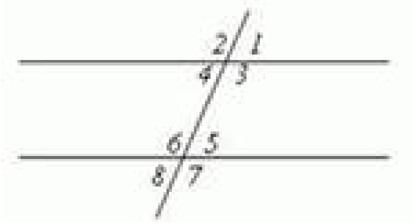
a||b - означает, что прямые a и b параллельны.

 - означает, что угол прямой (90°).



При пересечении параллельных прямых секущей образуются соответственные углы, лежащие на одной стороне секущей, один из которых расположен во внешней области, а другой - во внутренней области. Такие соответственные углы равны между собой. Два угла, имеющих одну общую сторону, и сумма которых равна 180°, называются смежными углами.

В данном случае присвоим углам номера:



Угол 1 совместно с углом 60° составляют прямой угол, т.е. 90°.
Следовательно, угол 1 равен 90° - 60° = 30°.
Углы 1 и 5 равны, т.к. являются соответственными углами при параллельных прямых.
Таким образом, угол 5 равен 30°.
Углы 5 и 7 являются смежными углами, их сумма равна 180°. По условию 7 равен 1,25α.
Получаем уравнение:
1,25α + 30° = 180°.
1,25α = 180° - 30° = 150°.
α = 150° / 1,25 = 120°.

<u>Вопрос № 3.</u>

Решите неравенство 2 * (x - 1)(x + 1) - x(x + 3) < 2 - 3x.

<u>Решение:</u>

В первую очередь раскроем скобки:
1) Применим формулу: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.
Таким образом: $2 * (x - 1)(x + 1) = 2 * (x^2 - 1)$.
Получаем:
$2 * (x^2 - 1) - x(x + 3) < 2 - 3x$.
2) Раскрываем скобки и переносим все влево, учитывая, что знаки меняются на противоположные:
$2x^2 - 2 - x^2 - 3x -2 + 3x < 0$.
3) Сокращаем:
$x^2 - 4 < 0$.
4) Находим нули (значения x, при которых $x^2 - 4$ равно нулю): x = ±2.
5) Отметим -2 и +2 на числовой оси:
а) при x < -2: $x^2 - 4 > 0$ (не подходит);
б) при -2 < x < 2: $x^2 - 4 < 0$ (<u>подходит</u>);
в) при x > 2: $x^2 - 4 > 0$ (не подходит).
Как видно, x находится в промежутке (-2;2).

Вопрос № 4.

Определить частоту колебаний световой волны, масса фотона которой равна 3,31·10-36 кг.

Решение задачи:

Согласно формуле Планка, энергия фотона E пропорциональна частоте колебаний ν и определяется следующим образом:

$$E = h\nu \quad (1)$$

В этой формуле h – это постоянная Планка, равная $6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

Известно, что энергия фотона E связана с массой m по такой формуле:

$$E = mc^2 \quad (2)$$

Здесь c – это скорость света, равная $3 \cdot 10^8$ м/с.

Приравняем (1) и (2), тогда:

$$h\nu = mc^2$$

Из этого равенства выразим искомую частоту колебаний световой волны ν:

$$\nu = \frac{mc^2}{h}$$

Мы получили решение задачи в общем виде, подставим данные задачи в полученную формулу и посчитаем численный ответ:

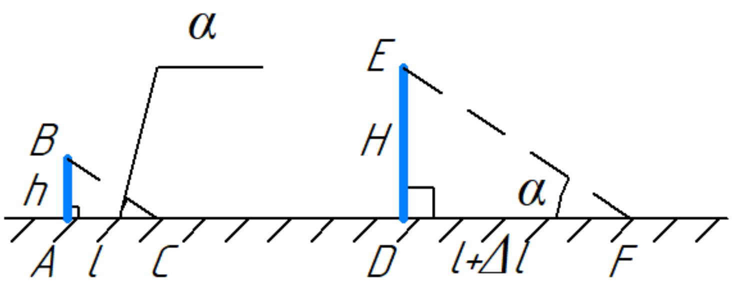
$$\nu = \frac{3,31 \cdot 10^{-36} \cdot \left(3 \cdot 10^8\right)^2}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 4,5 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$$

Ответ: $4{,}5 \cdot 10^{14}$ Гц.

Вопрос № 5.

Вертикально стоящая нефтяная вышка высотой 1,1 м, освещенная солнцем, отбрасывает на горизонтальную поверхность земли тень длиной 1,3 м, а длина тени от крана на 5,2 м больше.

Дано:
h=1,1 м, l=1,3 м, Δl=5,2 м, H−?
Решение.
Сделаем рисунок к задаче, на котором изобразим условно вышку и кран (на рисунке AB и DE соответственно). Так как угол падения солнечных лучей (так называемая высота Солнца над горизонтом) в обоих случаях одинаков (для вышки и крана), то треугольники ABC и DEF подобны по трем углам. Поэтому справедливо следующее соотношение:



$$\frac{h}{H} = \frac{l}{l + \Delta l}$$

Откуда имеем:

$$H = h\frac{l + \Delta l}{l}$$

Подставим численные данные задачи в полученную формулу и посчитаем ответ:

$$H = 1,1 \cdot \frac{1,3 + 5,2}{1,3} = 5,5 \text{ м}$$

Ответ: 5,5 м.

2 вариант

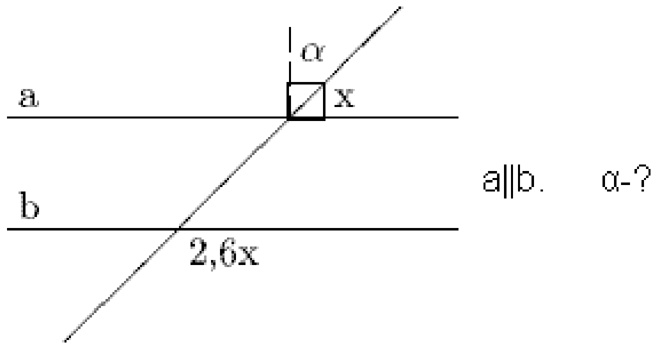
Вопрос № 1.

Найдите значение x2 + x2x1 + x1, если x1 и x2 - корни квадратного уравнения
2x2 - 5x + 3 = 0.
Решение:

Общий вид квадратного уравнения: $ax^2 + bx + c = 0$, где a - I коэффициент, b - II коэффициент, c - III коэффициент или свободный член.
По теореме Виета:
$x_1 + x_2 = - b/a$.
$x_1 * x_2 = c/a$.
То есть, при a = 1, произведение корней квадратного уравнения равно свободному члену (c), а сумма корней равна II коэффициенту, взятому с противоположным знаком (-b).
Например:
$x^2 + 5x + 6 = 0$. Значит: $x_1*x_2 = 6$, $x_1+x_2 = -5$. То есть $x_1 = -2$, $x_2 = -3$.
Еще пример:
$3x^2 - 7x + 8 = 0$. Значит: $x_1*x_2 = 8/3$, $x_1+x_2 = 7/3$.
В данном случае имеется уравнение $2x^2 - 5x + 3 = 0$, где по теореме Виета:
$x_1*x_2 = 3/2$,
$x_1+x_2 = 5/2$.
Подставим в наше выражение полученные данные:
$x_2 + x_2x_1 + x_1 = x_2 + x_1 + x_2x_1 = 5/2 + 3/2 = 8/2 = 4$.

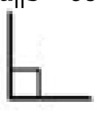
Вопрос № 2.

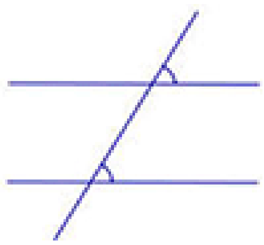
a||b. Найдите α.



Решение:

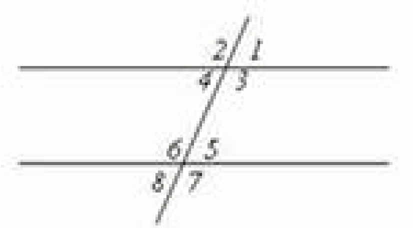
a||b - означает, что прямые a и b параллельны.

 - означает, что угол прямой (90°).



При пересечении параллельных прямых секущей образуются соответственные углы, лежащие на одной стороне секущей, один из которых расположен во внешней области, а другой - во внутренней области. Такие соответственные углы равны между собой.
Два угла, имеющих одну общую сторону, и сумма которых равна 180°, называются смежными углами.

В данном случае присвоим углам номера:



Углы 1 и 5 равны, т.к. являются соответственными углами при параллельных прямых.
Следовательно, угол 5 равен x.
Углы 5 и 7 являются смежными углами, их сумма равна 180°. По условию
угол 7 равен 2,6x.
Получаем уравнение:
$2{,}6x + x = 180°$.
$3{,}6x = 180°$.
$x = 180 / 3{,}6 = 50°$.
Таким образом, углы 1 и 5 равны 50°.
Так как прямой угол равен 90°, то:
$\alpha + x = 90°$.
$\alpha + 50° = 90°$.
$\alpha = 90° - 50° = 40°$.

Вопрос № 3.

Найдите сумму всех целых решений неравенства: $(x – 4) / (2x + 6) \leq 0$.

Решение:

Проще всего решить это неравенство методом интервалов.
1) Находим нули числителя и знаменателя (те значения x, при которых $x – 4$ и $2x + 6$ равны нулю):
а) $x - 4 = 0$; $x = 4$;
б) $2x + 6 = 0$; $2x = -6$; $x = -3$.
2) Эти нули отмечаем на числовой оси и получаем три интервала:
$(-\infty;-3)$,
$(-3;4]$;
$[4;\infty)$.
Так как знаменатель не может равняться нулю, то x строго больше -3, никак не равен -3.
3) Поочередно подставляем в исходное неравенство произвольные значения из полученных интервалов:
а) $(-\infty;-3)$:
например, $x = -10$: $(-10 - 4) / (-20 + 6) = -14 / -14 = 1$.
б) $(-3;4]$:
например, $x = 0$: $-4 / 6 = -2/3$;
в) $[4; \infty)$:
например, $x = 10$: $(10 - 4) / (20 + 6) = 6/26 = 3/13$.
4) Видно, что условию "≤ 0" удовлетворяет лишь -2/3, т.е. промежуток $(-3;4]$.
Целые решения на промежутке $(-3;4]$: -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4. Их сумма = 7.

Вопрос № 4.

Определить импульс фотона излучения с длиной волны 600 нм.

Дано:

$\lambda = 600$ нм, p—?

Решение задачи:

Запишем формулу длины волны де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

В этой формуле h – это постоянная Планка, равная $6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

Откуда найдем искомый импульс фотона p:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (1)$$

Задача решена, посчитаем численный ответ:

$$p = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{600 \cdot 10^{-9}} = 1,1 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

Ответ: $1{,}1 \cdot 10^{-27}$ кг·м/с.

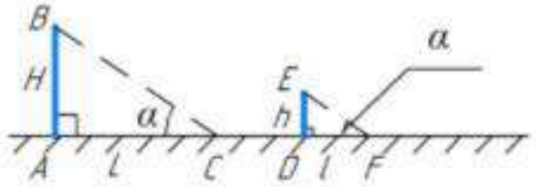
Вопрос № 5.

От подъемного крана на нефтяном месторождении, освещенного солнцем, падает тень длиной 75 м, а тень от вертикально поставленной вехи длиной 2 м равна 3 м. Какова высота крана?

Дано:

$L = 75$ м, $h = 2$ м, $l = 3$ м, $H - ?$

Решение задачи:



Сделаем рисунок к задаче, на котором изобразим условно вертикально установленные кран и веху (на рисунке AB и DE соответственно). Так как угол падения солнечных лучей (так называемая высота Солнца над горизонтом) в обоих случаях одинаков (для крана и для вехи), то треугольники ABC и DEF подобны по трем углам. Поэтому справедливо следующее соотношение:

$$\frac{H}{h} = \frac{L}{l}$$

Откуда имеем:

$$H = \frac{Lh}{l}$$

Подставим численные данные задачи в полученную формулу и посчитаем ответ:

$$H = \frac{75 \cdot 2}{3} = 50 \text{ м}$$

Ответ: 50 м.