

Решения вариант 1.

1. Площадь рудного тела составляет $3\text{м}^21\text{дм}^25\text{см}^2$. Переведите данное значение в квадратные сантиметры.

Решение:

Так как $1\text{м} = 10\text{дм}$, то $1\text{м}^2 = 100\text{дм}^2$.

Так как $1\text{дм} = 10\text{см}$, то $1\text{дм}^2 = 100\text{см}^2$.

Следовательно, $1\text{м}^2 = 10\,000\text{см}^2$ ($100 \cdot 100$).

Таким образом, $3\text{м}^21\text{дм}^25\text{см}^2 = 3 \cdot 10000 + 1 \cdot 100 + 5 = 30105 \text{ см}^2$.

Ответ: 30105 см^2 .

2. Скорость автомобиля с бригадиром полевой партии меняется по закону $v=10+2t$. Чему равен путь, пройденный автомобилем за 5 с?

Дано: $v(t)=10+2t$, $S(5)$ —?

Решение задачи:

Решить такую задачу можно разными способами. Первый способ заключается в том, что мы запишем уравнение движения тела, используя данное нам уравнение скорости, и сосчитаем ответ.

В общем случае уравнение скорости тела для равноускоренного движения выглядит в виде:

$$v(t)=v_0+at$$

Сравнивая это общее уравнение с данным

$$v(t)=10+2t$$

видно, что начальная скорость равна $v_0=10 \text{ м/с}$, а ускорение равно $a=2 \text{ м/с}^2$.

Априори считается, что в уравнении все величины даны в системе СИ. Уравнение же движения тела в общем виде записывается как:

$$S(t)=v_0t+at^2/2$$

Подставим в него извлеченные нами данные:

$$S(t)=10t+2t^2/2$$

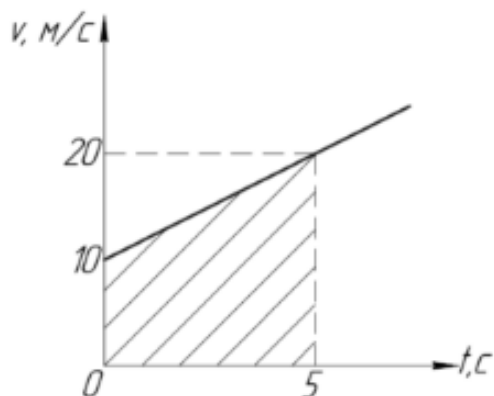
$$S(t)=10t+t^2$$

Осталось сосчитать $S(5)$:

$$S(5)=10 \cdot 5 + 5^2 = 75 \text{ м}$$

Второй способ:

Построим график $v(t)=10+2t$ и сосчитаем площадь получившейся фигуры (трапеции).



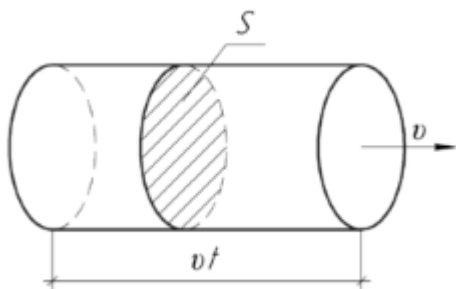
$$S(5)=1/2*(20+10)\cdot 5=75\text{м}$$

Ответ: 75 м.

3. С какой постоянной скоростью должна двигаться нефть в трубопроводе с площадью сечения 100 см^2 , чтобы в течение часа протекло 18 т нефти?

Дано: $S=100\text{ см}^2$, $m=18\text{ т}$, $t=1\text{ ч}$, $v=?$

Решение задачи: За время t нефть займет в трубопроводе объем V , который можно определить по формуле, через скорость перекачки нефти v и площадь поперечного сечения S .



$$V=SL=Svt$$

Объем V можно определить через массу протекшей нефти m , если знать её плотность ρ . Её табличное значение равно $\rho=800\text{ кг/м}^3$.

$$V=m\rho$$

Приравняем эти два выражения. $m\rho=Svt$ $v=m\rho St$

Подставим данные задачи в формулу, не забывая их перевести в систему СИ.

$$v = \frac{18000}{800 \cdot 100 \cdot 10^{-4} \cdot 3600} = 0,625 \text{ м/с} = 62,5 \text{ см/с}$$

Ответ: 62,5 см/с.

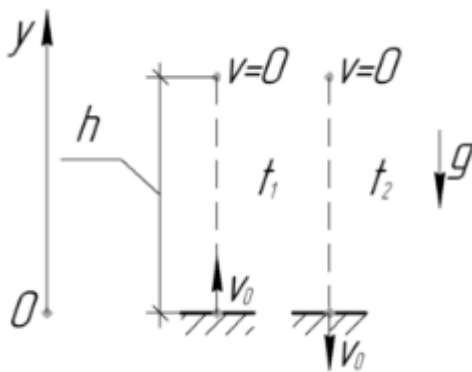
4. Образец породы брошен вертикально вверх со скоростью 50 м/с. Через какое время он упадет на Землю?

Дано: $v_0=50 \text{ м/с}$, $t_{\text{полн}}=?$

Решение задачи:

Рассмотрим движение тела вверх. Для того, чтобы узнать за какое время тело достигнет максимальной высоты подъема, запишем уравнение скорости для тела.

$$o_y: v = v_0 - gt$$



В верхней точке скорость тела v равна нулю, поэтому верно написать следующее и найти время подъема t_1 : $v=0 \Rightarrow 0 = v_0 - gt_1 \Rightarrow t_1 = v_0/g$

Отлично, но давайте узнаем, какое расстояние пройдет при этом тело. Для этого запишем уравнение движения тела:

$$o_y: y = v_0 t - gt^2/2$$

Подставим в это выражение формулу для времени,

$$\text{тогда получим: } h = v_0^2/g - (g/2) \cdot (v_0^2/g^2) = v_0^2/2g$$

Теперь запишем уравнение движения, когда тело начнет движение уже обратно к земле:

$$o_y: y = h - gt^2/2$$

Мы уже знаем, что высота подъема равна $h = v_0^2/2g$.

Когда тело упадет обратно на поверхность земли, его координата y станет равной нулю.

$$y = 0 \Rightarrow \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gt_2^2}{2} = 0 \Rightarrow v_0^2 = g^2 t_2^2 \Rightarrow t_2 = \frac{v_0}{g}$$

Поэтому:

Здесь t_2 — это время падения.

Мы показали, что время подъема t_1 и время падения t_2 равны между собой (кстати, начальная и конечная скорости тела тоже равны).

А это значит, что полное время равно:

$$t_{\text{полн}} = 2t_1 = \frac{2v_0}{g}$$

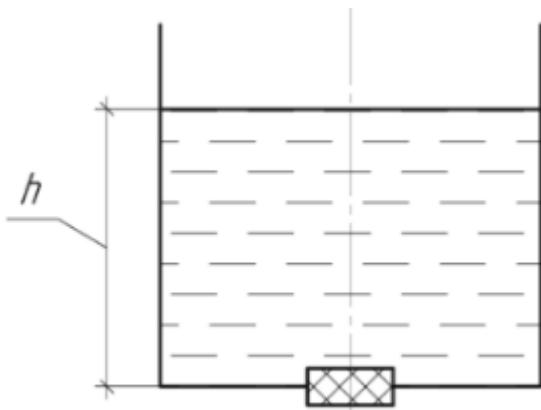
$$t_{\text{полн}} = \frac{2 \cdot 50}{10} = 10 \text{ с}$$

Ответ: 10 с.

5. Образовавшееся на дне нефтяного бака отверстие в 5 см^2 заделано пробкой. До какой предельной высоты можно наливать в этот бак нефть, если пробка в состоянии выдержать давление в 196 кПа? Весом пробки пренебречь.

Дано: $S=5 \text{ см}^2$, $p=196 \text{ кПа}$, $h=?$

Решение задачи:



По сути пробка будет находиться в баке до тех пор, пока сила давления нефти P на пробку не станет больше силы трения покоя $F_{\text{тр}}$, действующей между пробкой и баком.

$$P \leq F_{\text{тр}}$$

В этой задаче сила трения приведена к площади пробки (хотя она действует вдоль поверхности контакта пробки и бака), поэтому дано давление, которое может выдержать пробка.

Очевидно, что пробка выскочит, когда гидростатическое давление столба нефти станет равным данному максимальному выдерживаемому давлению, то есть: $p = \rho gh$

Замечу, что учитывать атмосферное давление не нужно, поскольку оно действует на пробку и сверху (через нефть), и снизу. Выразим искомую высоту нефти h :

$$h = p / \rho g$$

Плотность нефти — это табличная величина, равна 800 кг/м^3 .

Посчитаем ответ к задаче: $h = (196 \cdot 10^3) / (800 \cdot 10) = 24,5 \text{ м}$

Ответ: 24,5 м.

Решения вариант 2.

1. Площадь рудного тела составляет $2\text{м}^23\text{дм}^24\text{см}^2$. Переведите данное значение в квадратные сантиметры.

Решение:

Так как $1\text{м} = 10\text{дм}$, то $1\text{м}^2 = 100\text{дм}^2$.

Так как $1\text{дм} = 10\text{см}$, то $1\text{дм}^2 = 100\text{см}^2$.

Следовательно, $1\text{м}^2 = 10\,000\text{см}^2 (100 \cdot 100)$.

Таким образом, $2\text{м}^23\text{дм}^24\text{см}^2 = 2 \cdot 10000 + 3 \cdot 100 + 4 = 20304 \text{ см}^2$.

Ответ: 20304 см^2 .

2. Скорость автобуса с геологами меняется по закону $v=10+2t$. Чему равен путь, пройденный автобусом за 10 с?

Дано: $v(t)=10+2t$, $S(10)=?$

Решение задачи: Решить такую задачу можно разными способами. Первый способ заключается в том, что мы запишем уравнение движения тела, используя данное нам уравнение скорости, и сосчитаем ответ.

В общем случае уравнение скорости тела для равноускоренного движения выглядит в виде:

$$v(t)=v_0+at$$

Сравнивая это общее уравнение с данным

$$v(t)=10+2t$$

видно, что начальная скорость равна $v_0=10 \text{ м/с}$, а ускорение равно $a=2 \text{ м/с}^2$.

Априори считается, что в уравнении все величины даны в системе СИ. Уравнение же движения тела в общем виде записывается как:

$$S(t)=v_0t+at^2/2$$

Подставим в него извлеченные нами данные:

$$S(t)=10t+2t^2/2$$

$$S(t)=10t+t^2$$

Осталось сосчитать $S(10)$:

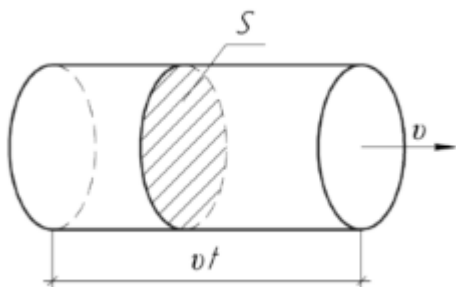
$$S(10)=10 \cdot 10+10^2=200\text{м}$$

Ответ: 200 м .

3. С какой постоянной скоростью должна двигаться нефть в трубопроводе с площадью сечения 50 см^2 , чтобы в течение часа протекло 18 т нефти?

Дано: $S=50 \text{ см}^2$, $m=18 \text{ т}$, $t=1 \text{ ч}$, $v=?$

Решение задачи: За время t нефть займет в трубопроводе объем V , который можно определить по формуле, через скорость перекачки нефти v и площадь поперечного сечения S .



$$V=SL=Svt$$

Объем V можно определить через массу протекшей нефти m , если знать её плотность ρ . Её табличное значение равно $\rho=800 \text{ кг/м}^3$.

$$V=m/\rho$$

Приравняем эти два выражения. $m/\rho=Svt$ $v=m/\rho St$

Подставим данные задачи в формулу, не забывая их перевести в систему СИ.

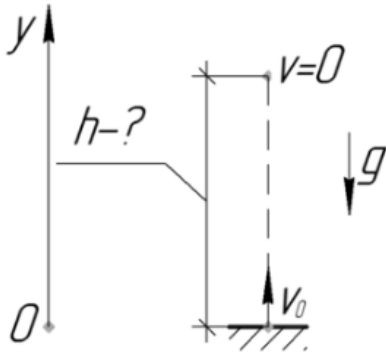
$$v=18000/(800*50*10^{-4}*3600)=1.25 \text{ м/с}=125 \text{ см/с}$$

Ответ: 125 см/с .

4. На какую высоту поднимется образец керна, брошенный вертикально вверх с начальной скоростью 800 м/с . Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано: $v_0=800 \text{ м/с}$, $h=?$

Решение задачи:



Первый способ решения — длинный. Тело бросают вертикально вверх с начальной скоростью, из-за ускорения свободного падения оно рано или поздно достигнет максимальной высоты, остановится и устремится обратно к земле. Для того, чтобы определить эту высоту запишем уравнения движения и уравнение скорости тела:

$$oy: y = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \quad (1)$$

$$oy: v = v_0 - gt \quad (2)$$

В точке максимального подъема скорость тела v равна нулю.

Из выражения (2) определим время полета: $v=0 \Rightarrow 0 = v_0 - gt \Rightarrow t = v_0/g$

Подставим полученную формулу в выражение (1):

$$h = \frac{v_0^2}{g} - \frac{g}{2} \frac{v_0^2}{g^2} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Второй способ решения — короткий. Используем известную формулу без времени (знак «минус» справа присутствует из-за того, что движение замедленное!):

$$v^2 - v_0^2 = -2gh$$

Конечная скорость v равна нулю, поэтому формула станет короче. Выразим оттуда искомую высоту h .

$$v_0^2 = 2gh \Rightarrow h = v_0^2 / 2g$$

Видно, что если в задаче не дано времени, то лучше использовать второй способ. Подсчитаем ответ:

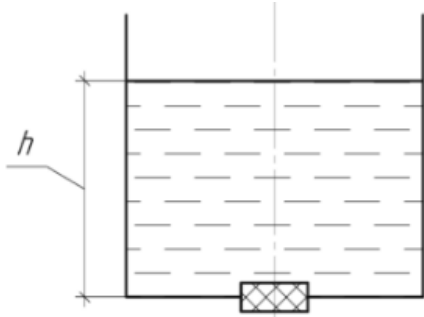
$$h = 800^2 / 2 \cdot 10 = 32000 \text{ м} = 32 \text{ км}$$

Ответ: 32 км.

5. Образовавшееся на дне нефтяного бака отверстие в 5 см^2 заделано пробкой. До какой предельной высоты можно наливать в этот бак нефть, если пробка в состоянии выдержать давление в 150 кПа ? Весом пробки пренебречь.

Дано: $S=5 \text{ см}^2$, $p=150 \text{ кПа}$, $h=?$

Решение задачи:



По сути пробка будет находиться в баке до тех пор, пока сила давления нефти P на пробку не станет больше силы трения покоя $F_{\text{тр}}$, действующей между пробкой и баком.

$$P \leq F_{\text{тр}}$$

В этой задаче сила трения приведена к площади пробки (хотя она действует вдоль поверхности контакта пробки и бака), поэтому дано давление, которое может выдержать пробка.

Очевидно, что пробка выскочит, когда гидростатическое давление столба нефти станет равным данному максимальному выдерживаемому давлению, то есть: $p = \rho g h$

Замечу, что учитывать атмосферное давление не нужно, поскольку оно действует на пробку и сверху (через нефть), и снизу. Выразим искомую высоту нефти h :

$$h = p / \rho g$$

Плотность нефти — это табличная величина, равна 800 кг/м^3 .

Посчитаем ответ к задаче: $h = (150 \cdot 10^3) / (800 \cdot 10) = 18,75 \text{ м}$

Ответ: $18,75 \text{ м}$.