



2016/2017 учебный год

Уважаемые участники олимпиады!

Перед вами задания секции «Физика-математика» Многопредметной олимпиады «Юные таланты» по комплексу предметов «Геология» для 10-11 классов. Пользоваться любыми справочными материалами, включая школьные атласы, энциклопедии, словари не разрешается. Использовать мобильные телефоны категорически запрещается. Они должны быть выключены. Использование информации сети Интернет запрещено. Каждое задание оценивается в 6 баллов.

Время на выполнение теста 120 минут.

Желаем вам удачи!

1. Горную породу массой 100 кг поднимают с ускорением 2 м/с² на высоту 25 м. Какая работа совершается при подъеме породы?

Решение.

$$m = 100\text{кг}; a = 2\text{м/с}^2; h = 25\text{м}; A - ?$$

$$ma = F - F_g; F = m(a + g)$$

$$A = Fh = m(a + g)h = 100\text{кг} (2\text{м/с}^2 + 9,8\text{ м/с}^2) \cdot 25\text{м} = 2,05 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

Ответ: 2,05 · 10⁴ Дж

2. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по

закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада изотопа. В начальный момент масса изотопа $m_0 = 80$ мг. Период полураспада $T = 3$ мин. Через сколько минут масса изотопа станет равна 10 мг?

Решение.

Найдем время распада изотопа до 10 мг с 80 мг из закона радиоактивного распада, получим:

$$10 = 80 \cdot 2^{-\frac{t}{3}},$$

откуда

$$2^{-\frac{t}{3}} = \frac{10}{80} = \frac{1}{8} = 2^{-3}$$

и, переходя к степеням, имеем:

$$\begin{aligned} -\frac{t}{3} &= -3 \\ t &= 9 \end{aligned}$$

то есть через 9 минут.

Ответ: 9.

3. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 12 рабочих, а во второй — 21 рабочий. Через 10 дней после начала работы в первую бригаду перешли 6 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Решение.

При решении задачи будем полагать, что скорость выполнения заказа прямо пропорциональна числу рабочих. Из этого положения следует, что производительность первой бригады (12 человек) в течение первых 10 дней, составляла $12 \cdot 10 = 120$ человеко-дней. Вторая бригада в размере 21 рабочих в течение этих же 10 дней имела производительность $21 \cdot 10 = 210$ человеко-дней. Обозначим через x число оставшихся дней для выполнения заказа. При этом в первой бригаде стало $12+6=18$ рабочих, а во второй — $21-6=15$. Получаем, производительность первой бригады $18x$, а второй — $15x$. В сумме они за время $10+x$ дней выполнили весь заказ, то есть был выполнен одинаковый объем работ, следовательно, получаем уравнение:

$$120+18x=210+15x$$

откуда имеем:

$$3x=90$$

$$x=30$$

то есть потребовалось еще 30 дней. Таким образом, весь заказ и первой и второй бригадами был выполнен за $10+30=40$ дней.

Ответ: 40.

4. Из А на месторождение одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 14 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 99 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 50 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение.

Пусть x км/ч — скорость первого автомобиля. Скорость второго автомобиля была равна $v_1 = x - 14$ км/ч на первой половине пути и $v_2 = 99$ км/ч — на второй половине пути. Учитывая, что оба автомобиля одновременно прибыли на месторождение и прошли одинаковый путь, то их средние скорости равны. Средняя скорость первого автомобиля равна x , средняя скорость второго (при условии равенства пройденного пути при скоростях v_1 и v_2),

равна $2 \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2}$, получаем уравнение:

$$\frac{2 \cdot (x-14) \cdot 99}{x-14+99} = x$$

откуда

$$198x - 2772 = x^2 - 14x + 99x$$

$$x^2 - 113x + 2772 = 0$$

Решаем квадратное уравнение, получаем два корня:

$$D = 12769 - 4 \cdot 2772 = 1681$$

$$x_1 = \frac{113 + \sqrt{1681}}{2} = 77$$

$$x_2 = \frac{113 - \sqrt{1681}}{2} = 36$$

Учитывая, что скорость первого автомобиля была больше 50 км/ч, остается один корень $x_1 = 77$ км/ч.

Ответ: 77.

5. Решите уравнение

$$2 \sin^3 x - 2 \sin x + \cos^2 x = 0.$$

Решение.

Преобразуем выражение, получим:

$$(2 \sin^3 x - 2 \sin x) + \cos^2 x = 0$$

$$2 \sin x \cdot (\sin^2 x - 1) + \cos^2 x = 0$$

$$2 \sin x \cdot (-\cos^2 x) + \cos^2 x = 0$$

$$\cos^2 x \cdot (-2 \sin x + 1) = 0$$

Имеем два уравнения:

$$\cos^2 x = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$-2 \sin x + 1 = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

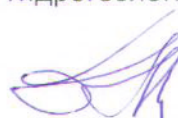
$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$$

Председатель методической комиссии
декан геологического факультета
заведующий кафедрой динамической геологии и гидрогеологии
Профессор кафедры динамической геологии и гидрогеологии
доктор геолого-минералогических наук

Валерий Николаевич Катаев

Ректор федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Пермский государственный национальный
исследовательский университет»,
председатель оргкомитета Многопредметной
олимпиады «Юные таланты», д. физ.-мат. н.




Игорь Юрьевич Макарихин