<u>2014-2015 учебный год</u>
Ниже приводятся задания заключительного (очного) этапа.
III тур – практический.
Секция «Физика и математика».
После каждого задания представлен ответ с решением.

Задания для 8-9 классов

Развернутые ответы с решением задач Вы оформляете на отдельных листах.
У Вас есть 120 минут.
Пользоваться шпаргалками, сотовыми телефонами, книгами не разрешается.
Разговаривать с другими участниками запрещается.
Указывать Фамилию Имя Отчество на бланке для ответов нельзя.
В левом верхнем углу листа с решением задач необходимо проставить свой личный код,
а в правом верхнем углу – номер задания.
Правильность выполнения каждого задания оценивается в 10 баллов.

Желаем Вам удачи!

Задача 1.

При обработке минералов и горных пород широко применяются вращающиеся диски, изготовленные из абразивных материалов.

Предположим (рис. 1), что три диска равномерно вращаются вокруг параллельных осей, перпендикулярных плоскости чертежа и проходящих соответственно через точки А, В и С (направление вращений указаны на рисунке стрелками). До начала вращения в дисках было просверлено отверстие О. Через какое время t после начала вращения отверстия в дисках совпадут вновь?

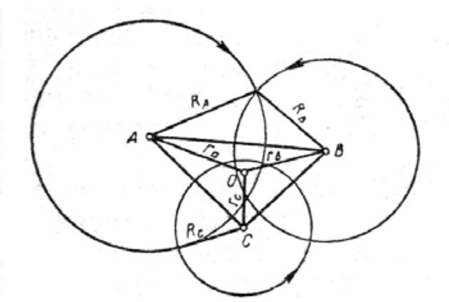

Рис. 1

Угловые скорости вращения дисков: ω_A=7,5 об/мин; ω_B=10 об/мин; $\omega_C= 6\frac{2}{3}$ об/мин, а AB=53 см; BC=34 см; CA=40 см; r_a=32 см; r_b=25 см; r_c=20 см.

<u>Ответ</u>: t=1,2мин

<u>Решение:</u>

1. Очевидно, что отверстия в дисках совпадут при условии возвращения каждого из дисков в свое исходное положение. Поэтому ответ не зависит от линейных размеров дисков и направления их вращения, а определяется только скоростью вращения дисков.
2. Время, за которое диск совершает полный оборот (период вращения), определяется:

$$T = \frac{1}{\omega}.$$

Отсюда

$$T_A = \frac{60}{7{,}5} = 8\ (\text{сек}); T_B = \frac{60}{10} = 6\ (\text{сек}); T_C = \frac{60}{6\frac{2}{3}} = 9(\text{сек}).$$

3. Отверстие в диске Аоказывается в точкеОсоответственно через 8, 16, 24, … сек. после начала вращения, отверстие в диске В– через 6, 12, 18, … сек., в диске С– через 9, 18,27, … сек.
4. Наименьшее общее кратное чисел 8, 6 и 9 равно 72, поэтому три отверстия в дисках будут совпадать каждые 72 сек. или 1,2 мин.

Задача 2.

Во время извержения из кратера вулкана вылетают обломки горных пород под углом α = 30° к горизонтали со скоростью $\boldsymbol{V}_0$ =100 м/с. Определить, на каком расстоянии $\boldsymbol{L}$ от кратера упадут обломки, если высота вулкана $\boldsymbol{H}$=1 км. Сопротивлением воздуха пренебречь. Принять ускорение свободного падения $\boldsymbol{g}$ = 10 м/с^2.

Ответ: $\boldsymbol{L}$**≈1.86 км**.

Решение:

1. Разложим скорость V_0 обломков на горизонтальную и вертикальную составляющие (рис. 2):

$V_x = V_0 \cdot \cos\alpha;$

$V_y = V_0 \cdot \sin\alpha.$

2. Обломки породы совершают одновременно равномерное движение по горизонтали со скоростью и равноускоренное движение по вертикали под воздействием силы тяжести с начальной скоростью, направленной в противоположном направлении от ускорения. Поэтому движение описывается системой уравнений:

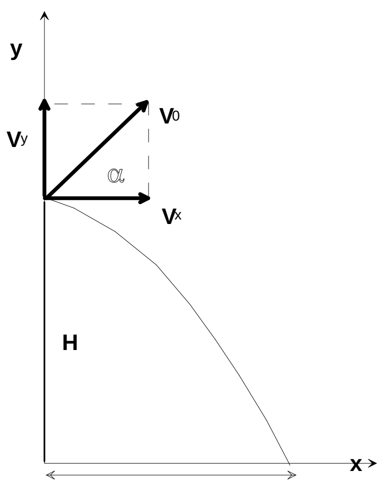

Рис. 2

$$\begin{cases} x(t) = V_0 \cos\alpha \cdot t \\ y(t) = H + V_0 \sin\alpha \cdot t - \dfrac{gt^2}{2} \cdot \end{cases} \qquad (1)$$

3. Выразим из $\boldsymbol{t}$ из первого уравнения системы (1):

$t = \dfrac{x}{V_0 \cos\alpha}$ и подставим его во второе уравнение. Получим:

$$y = H + \frac{x \cdot V_0 \sin\alpha}{V_0 \cos\alpha} - \frac{g \cdot x^2}{2V_0^2 \cos^2\alpha} = H + x \cdot tg\alpha - \frac{g \cdot x^2}{2V_0^2 \cos^2\alpha}.$$

4. В момент падения на землю $x(t) = L$, $y(t) = 0$. Отсюда:

$$0 == H + L \cdot tg\alpha - \frac{g \cdot L^2}{2V_0^2 \cos^2\alpha}. \qquad (2)$$

5. Подставим в уравнение (2) числовые выражения параметров. Получим:

$$\frac{1}{1500} L^2 - \frac{\sqrt{2}}{2} L - 1000 = 0. \qquad (3)$$

6. Решаем квадратное уравнение (3) относительно $\boldsymbol{L}$.

$$L = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 4\frac{1}{1500}\cdot 1000}}{2\cdot\frac{1}{1500}}.$$

$$\boldsymbol{L}_1 = 750\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{\frac{19}{6}}\right) < 0$$ - неверное решение

$$\boldsymbol{L}_2 = 750\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{\frac{19}{6}}\right) \approx 1860(\boldsymbol{м})$$

Задача 3.

Два отряда геофизиков проводят региональные работы на двух взаимно перпендикулярных профилях: АО=50 км иВО=40 км (рис. 3). Оба отряда начинают работу одновременно из точек Аи В. Первый отряд движется по профилю АО со скоростью V_1=0,6 км/ч, второй – по профилю ВО со скоростью V_2=0,8 км/ч. Через какое время с начала работы отряды будут находиться на наименьшем взаимном расстоянии друг от друга?

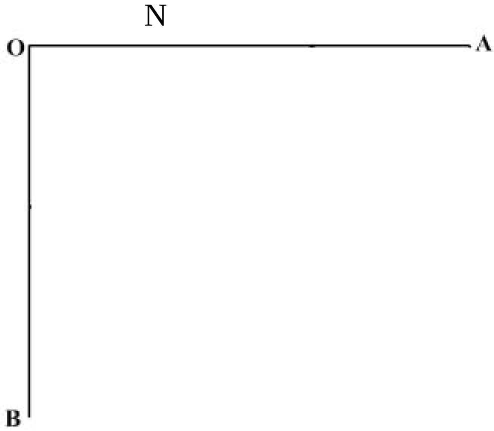

Рис. 3

Ответ: через 50 часов.

Решение

1. Поскольку ВО<АО, аV_1<V_2, то наименьшее расстояние между отрядами, проводящими работы на двух взаимно перпендикулярных профилях, будет тогда, когда отряд 2, передвигающийся по профилю ВО, достигнет точки О.

2. Найдем времяt, которое понадобится отряду 2 для проведения работ на профиле ВО. Первый отряд к этому моменту прошел расстояние AN = 0,6x, а второй – расстояние ВМ = 0,8x.

t = ВО/V_2 = 40 / 0,8 = 50 (ч).

3. За это время отряд 1 выполнит работы на участке профиля AN.

AN = $t \cdot V_1$= 50·0,6 = 30 (км).

4. Тогда отряды будут находиться друг от друга на расстоянии ON.

ON = OA - AN = 50 -30 = 20 (км).

Задача 4.

Найти коэффициент p в квадратном уравнении: $3x^2 + px + 15 = 0,$ если корни уравнения – целые числа.

Ответ: $p = \pm 18$.

Решение:

1. Разделим обе части уравнения на 3, получим приведенное уравнение:
$x^2 + \frac{p}{3}x + 5 = 0.$ (2)

2. Обозначим через x_1 и x_2 корни уравнения (2).
Тогда выполняются условия:
$x_1 \cdot x_2 = 5;$ (3)
$x_1 + x_2 = \frac{p}{3}.$ (4)

3. Поскольку по условию задачи корни уравнения – целые числа, то равенство (3) имеет 2 решения: а) $x_1 = 5$; $x_2 = 1$ и б) $x_1 = -5$; $x_2 = -1$.

4. Тогда уравнение (4) принимает вид: $\frac{p}{3} = \pm 6.$

Отсюда $p = \pm 18$

Задача 5.

Решить неравенство: $-2x^2 + 14x - 20 > 0.$

Ответ: $2 < x < 5.$

Решение:

1. Разделим обе части неравенства на -2, получим:
$x^2 - 7x + 10 < 0.$ (1)

2. Перенесем свободный член 10 в правую часть и прибавим к обеим частям $\left(\frac{7}{2}\right)^2$. Тогда неравенство примет вид:
$\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 < \frac{9}{4}.$ (2)

3. Т.к. $\frac{9}{4} > 0$, решение неравенства (2):
$-\frac{3}{2} < x - \frac{7}{2} < \frac{3}{2}.$

4. Отсюда $2 < x < 5.$