

Вариант №1 (9-й класс)

Задача №1

Выберем начало системы координат на уровне карниза крыши задания. Закон движения нижнего конца сосульки имеет вид

$$y \sim l \sim g t^2.$$

Запишем закон движения в два момента времени: в момент времени t_1 , когда нижний конец сосульки находился на уровне верхнего края окна ($y = H$), и в момент времени $t_2 = t_1 + t$, когда верхний конец сосульки оказался на уровне нижнего края окна ($y = H - h$):

$$H - l \sim g t_1^2; \quad H - h - l \sim g (t_1 + t)^2;$$

Отсюда находим:

$$\begin{aligned} l &\sim g t_1^2; \quad h \sim g (t_1 + t)^2; \quad t_1 = \frac{2(l-h)}{2g} t^2; \\ H - l &\sim \frac{[2(l-h) - g t^2]^2}{8g t^2} = 1,88 \text{ м.} \end{aligned}$$

Ответ: $H - l \sim \frac{[2(l-h) - g t^2]^2}{8g t^2} = 1,88 \text{ м.}$

Задача №2

Поскольку по условию задачи шайба ударилась о левую стенку ящика, то ящик и шайба двигались с разными ускорениями.

При движении ящика будет увлекать за собой шайбу за счет силы трения, действующей между ними.

Запишем уравнения движения шайбы и ящика в проекциях на оси системы координат:

$$\begin{aligned} OX: m a_1 = F_{\text{тр}}; \quad OY: 0 = m g - N_1; \\ OX: M a_2 = F - F'_{\text{тр}}; \quad OY: 0 = M g - N_2 - N'_1, \end{aligned}$$

где $F'_{\text{тр}} = F_{\text{тр}}$; $N_1 = N'_1$. Следовательно,

$$m a_1 = m g; \quad M a_2 = F - m g; \quad a_1 = g; \quad a_2 = \frac{F - m g}{M}.$$

Ускорение шайбы относительно ящика

$$\vec{a}_{\text{отн}} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$$

будет направлено противоположно оси OX . При этом

$$a_{\text{отн}} = a_2 - a_1 = \frac{F - m g}{M} - g = \frac{F - g(m+M)}{M}.$$

Следовательно, за время t относительно ящика шайба пройдет путь

$$S_{\text{отн}} = \frac{a_{\text{отн}} t^2}{2} = \frac{[F - g(m+M)] t^2}{2M} = 52,5 \text{ см},$$

который будет равен длине ящика.

Ответ: $l = \frac{[F - g(m+M)] t^2}{2M} = 52,5 \text{ см.}$

Задача №3

Поскольку горки, с которых соскользнули колобки, одинаковой высоты и колобки столкнулись у их основания, то скорости колобков в момент столкновения были равными по величине.

Очевидно, что в результате удара остановится более массивный колобок, а более легкий отскочит.

Запишем законы сохранения импульса и механической энергии при абсолютно упругом центральном ударе:

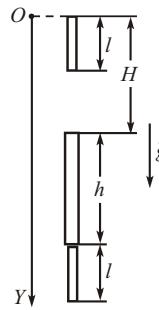
$$m_1 v_1 = M v_2; \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} M v_2^2 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2,$$

где m_1, M — массы колобков ($M > m_1$); v_1, v_2 — скорости колобков в момент столкновения и скорость более легкого колобка после удара.

Отсюда получим:

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{M - m_1}{m_1}; \quad (m_1 - M)^2 = \frac{(M + m_1)^2}{m_1} - v_1^2; \quad m_1 (m_1 - M) = (M + m_1)^2; \\ &m_1^2 - m_1 M - M^2 = 2m_1 M - m_1^2; \quad M = 3m_1; \quad M/m_1 = 3. \end{aligned}$$

Ответ: $M/m_1 = 3$.



Задача №4

Поскольку объем масла массой m равен

$$V = \frac{m}{\rho},$$

а толщина слоя не должна превышать h , то минимальная площадь лужи

$$S_{\min} = \frac{V}{h} = \frac{m}{\rho h} = 2,38 \text{ м}^2.$$

При этом пленка будет содержать

$$N = \frac{h}{2r} = 6 \cdot 10^4$$

молекулярных слоев.

$$\text{Ответ: } S_{\min} = \frac{m}{\rho h} = 2,38 \text{ м}^2; \quad N = \frac{h}{2r} = 6 \cdot 10^4.$$

Задача №5

Когда хоккейную площадку зальют водой, слой льда будет получать теплоту от воды при ее остывании от температуры t_2 до температуры плавления льда $t_{\text{пл}} = 0^\circ\text{C}$. Следовательно, вода отдаст льду количество теплоты

$$Q_{\text{отд}} = c_2 m_2 (t_2 - t_{\text{пл}}),$$

где m_2 — масса воды (h_2 — толщина слоя воды; S — площадь хоккейной площадки).

Это количество теплоты перейдет ко льду: часть

$$Q_{\text{льда}} = c_1 m_1 (t_{\text{пл}} - t_1)$$

(где m_1 — масса льда) пойдет на нагревание льда от температуры t_1 до температуры плавления $t_{\text{пл}}$ и часть

$$Q_{\text{плав}} = m_1$$

на плавление льда.

Записав уравнение теплового баланса

$$Q_{\text{льда}} + Q_{\text{плав}} = Q_{\text{отд}}$$

в виде

$$c_1 m_1 (t_{\text{пл}} - t_1) + m_1 = m_2 c_2 (t_2 - t_{\text{пл}}),$$

найдем массу налитой воды:

$$m_2 = \frac{m_1 [c_1 (t_{\text{пл}} - t_1)]}{c_2 (t_2 - t_{\text{пл}})} = \frac{h S [c_1 (t_{\text{пл}} - t_1)]}{c_2 (t_2 - t_{\text{пл}})}.$$

Следовательно, минимальная толщина воды, необходимая для таяния льда,

$$h_{\min} = h_2 = \frac{m_2}{S} = \frac{h S [c_1 (t_{\text{пл}} - t_1)]}{c_2 (t_2 - t_{\text{пл}})} = 12 \text{ см.}$$

$$\text{Ответ: } h_{\min} = h - \frac{S [c_1 (t_{\text{пл}} - t_1)]}{c_2 (t_2 - t_{\text{пл}})} = 12 \text{ см.}$$

Задача №6

При последовательном соединении лампочек их общее сопротивление

$$R_{\text{общ}} = n R,$$

где $n = 2015$.

При этом потребляемая ими мощность и мощность, потребляемая одной лампочкой,

$$N = \frac{U^2}{R_{\text{общ}}} = \frac{U^2}{n R}; \quad N_1 = \frac{N}{n} = \frac{U^2}{n^2 R}.$$

Поскольку номинальная мощность лампочки

$$N_{\text{ном}} = \frac{U^2}{R},$$

то мощность, выделяющаяся на каждой лампочке в гирлянде, собранной учеником, меньше номинальной в

$$N_{\text{ном}} / N_1 = n^2 = 4060225 \text{ раз.}$$

$$\text{Ответ: } N_{\text{ном}} / N_1 = 4060225.$$

Председатель центральной методической комиссии по физике

B. Denys

Вариант №2 (9-й класс)

Задача №1

Закон движения каждой капли будет иметь вид

$$y = \frac{1}{2} g t^2. \quad (1)$$

Запишем закон движения (1) для первой капли в три момента времени: в момент t , когда вторая капля отделяется от крыши здания:

$$h_1 = \frac{1}{2} g t^2; \quad (2)$$

в момент $2t$, когда третья капля отделяется от крыши здания:

$$h_2 = \frac{1}{2} g (2t)^2; \quad (3)$$

в момент $4t$, когда пятая капля отделяется от крыши здания:

$$h_5 = \frac{1}{2} g (4t)^2. \quad (4)$$

Расстояние между третьей и четвертой каплей в момент удара первой о землю будет равно расстоянию между положениями первой капли в моменты времени t и $2t$.

Из уравнений (2)–(4) получим:

$$g t^2 = \frac{1}{8} h; \quad h = h_2 - h_1 = \frac{1}{2} g (2t)^2 - \frac{1}{2} g t^2 = \frac{3}{4} g t^2 = \frac{3}{16} h = 3 \text{ м.}$$

Ответ: $h = 16 \text{ м}$.

Задача №2

Тележка будет увлекать за собой груз за счет силы трения, действующей между ними.

Уравнения движения груза и тележки в проекциях на оси системы координат:

$$OX: m a_1 F_{\text{тр}}; \quad OY: 0 \quad m g \quad N_1;$$

$$OX: M a_2 F'_{\text{тр}}; \quad OY: 0 \quad M g \quad N_2 \quad N'_1,$$

где $F'_{\text{тр}}$ — $F_{\text{тр}}$; N'_1 — N_1 . Следовательно,

$$m a_1 = m g; \quad M a_2 = M g; \quad a_1 = g; \quad a_2 = g/M.$$

Начальная скорость груза и его ускорение относительно тележки

$$v_{\text{отн}} = 0; \quad a_{1\text{отн}} = a_1 - a_2 = g - \frac{m g}{M} = g \frac{M - m}{M},$$

причем $v_{\text{отн}}$ будет направлена противоположно оси OX , а $a_{1\text{отн}}$ — по оси OX , т.е. относительно тележки груз будет двигаться равнозамедленно и пройдет путь до остановки

$$S_{\text{отн}} = \frac{v_{\text{отн}}^2}{2 a_{1\text{отн}}} = \frac{M^2}{2 g (M - m)}.$$

Следовательно, максимальная длина тележки, при которой груз с нее соскользнет,

$$l_{\text{max}} = S_{\text{отн}} = \frac{M^2}{2 g (M - m)} = 0,93 \text{ м.}$$

Ответ: $l_{\text{max}} = \frac{M^2}{2 g (M - m)} = 0,93 \text{ м.}$

Задача №3

Записав уравнение движения первого козленка $x = \frac{1}{2} a t^2$ в моменты времени $t_1 = 3 \text{ с}$ и $t_2 = 4 \text{ с}$, найдем путь, который пробежал козленок за четвертую секунду:

$$S = x_2 - x_1 = \frac{1}{2} a t_2^2 - \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} a (t_2^2 - t_1^2).$$

Двигаясь с ускорением

$$a = \frac{2S}{t_2^2 - t_1^2},$$

первый козленок за время t приобрел скорость

$$v_1 = a t = \frac{2S}{t_2^2 - t_1^2} t.$$

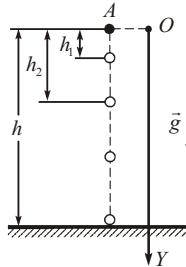
На основании закона сохранения импульса

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 2m v$$

найдем скорость второго козленка перед столкновением

$$v_2 = v_1 - \frac{2S}{t_2^2 - t_1^2} t = 2 - \frac{2S}{t_2^2 - t_1^2} t = 8 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v_2 = \frac{2S}{t_2^2 - t_1^2} t = 2 - \frac{2S}{t_2^2 - t_1^2} t = 8 \text{ м/с, где } t_1 = 3 \text{ с, } t_2 = 4 \text{ с.}$



Задача №4

Поскольку объем серебра массой m равен

$$V = \frac{m}{\rho},$$

то толщина слоя серебра, покрывающего поверхность площадью S ,

$$h = \frac{V}{S} = \frac{m}{\rho S}.$$

Следовательно, толщина атомного слоя, равная диаметру атомов,

$$d = \frac{h}{N} = \frac{m}{\rho S N} = 3,3 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Ответ: $d = \frac{m}{\rho S N} = 3,3 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$

Задача №5

Когда каток зальют водой, слой льда будет получать теплоту от воды при ее остывании до температуры 0°C и при ее замерзании. Толщина слоя льда будет увеличиваться до тех пор, пока его конечная температура не станет равной 0°C .

Следовательно, вода отдаст льду количество теплоты

$$Q_{\text{отд}} = Q_{\text{в ост}} + Q_{\text{в зам}},$$

где

$$Q_{\text{в ост}} = c_2 m_2 (t_2 - 0^\circ\text{C})$$

количество теплоты, выделившееся при остывании воды массой m_2 до температуры 0°C ,

$$Q_{\text{в зам}} = m_2 L_f$$

количество теплоты, выделившееся при замерзании воды.

Это количество теплоты

$$Q_{\text{отд}} = m_2 [c_2 (t_2 - 0^\circ\text{C}) + L_f]$$

будет отдано льду, покрывающему каток, который нагреется до температуры 0°C :

$$Q_{\text{пол}} = Q_{\text{л нагр}} = c_1 m_1 (t_1 - 0^\circ\text{C}),$$

где m_1 — $h S$ — масса льда (h — плотность льда; S — площадь катка).

Записав уравнение теплового баланса

$$Q_{\text{пол}} = Q_{\text{отд}}$$

в виде

$$c_1 m_1 (t_1 - 0^\circ\text{C}) = m_2 [c_2 (t_2 - 0^\circ\text{C}) + L_f],$$

найдем массу налитой воды:

$$m_2 = \frac{c_1 m_1 (t_1 - 0^\circ\text{C})}{c_2 (t_2 - 0^\circ\text{C})} = \frac{c_1 h S (t_1 - 0^\circ\text{C})}{c_2 (t_2 - 0^\circ\text{C})}.$$

Следовательно, толщину слоя льда на катке максимально можно увеличить на

$$h_{\text{max}} = \frac{m_2}{h S} = h \frac{c_1 (t_1 - 0^\circ\text{C})}{c_2 (t_2 - 0^\circ\text{C})} = 0,3 \text{ см.}$$

Ответ: $h_{\text{max}} = h \frac{c_1 (t_1 - 0^\circ\text{C})}{c_2 (t_2 - 0^\circ\text{C})} = 0,3 \text{ см.}$

Задача №6

К 2015 году количество лампочек в гирлянде составило 15 штук.

При параллельном соединении n лампочек их общее сопротивление

$$R_{\text{общ}} = \frac{R}{n},$$

а потребляемая ими мощность

$$N = \frac{U^2}{R_{\text{общ}}} = \frac{n U^2}{R}.$$

Следовательно, при $n_1 = 10$ и $n_2 = 15$ мощности, потребляемые гирляндой,

$$N_1 = \frac{10 U^2}{R}; \quad N_2 = \frac{15 U^2}{R},$$

а их отношение

$$N_2/N_1 = 1,5.$$

Ответ: $N_2/N_1 = 1,5$.

Председатель центральной методической комиссии по физике

B. Denys

Вариант №1 (10-й класс)

Задача №1

Двигаясь с ускорением a , за время t_1 ракета достигнет высоты $h_1 = \frac{1}{2} a t_1^2$ и приобретет скорость $a t_1$.

После выключения двигателей ракета поднимется на высоту $h_2 = \frac{1}{2} g t^2$.

Следовательно, максимальная высота подъема ракеты

$$h_{\max} = h_1 + h_2 = \frac{1}{2} a t_1^2 + \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} (g - a) t^2 = 27,4 \text{ км.}$$

Ответ: $h_{\max} = 27,4 \text{ км.}$

Задача №2

Уравнение движения любого из спутников Марса

$$m a_{\text{ц.с.}} = F,$$

где центростремительное ускорение спутника $a_{\text{ц.с.}} = \frac{v^2}{r}$, а сила притяжения спутника планетой

$$F = G \frac{m M}{r^2},$$

где m и M — массы спутника и Марса соответственно; $r = R + h$ — радиус орбиты.

Следовательно,

$$m \frac{v^2}{R+h} = G \frac{m M}{r^2}; \quad \sqrt{G \frac{M}{R+h}} = \sqrt{\frac{R^2}{g_0 \frac{R^2}{R+h}}},$$

где учтено, что ускорение свободного падения у поверхности планеты

$$g_0 = G \frac{M}{R^2}.$$

Таким образом

$$1. \sqrt{g_0 \frac{R^2}{R+h_1}}; \quad 2. \sqrt{g_0 \frac{R^2}{R+h_2}}; \quad 1. 2. \sqrt{g_0 \frac{R^2}{R+h_1}} \sqrt{g_0 \frac{R^2}{R+h_2}} = 767 \text{ м/с.}$$

Ответ: $\sqrt{g_0 \frac{R^2}{R+h_1}} \sqrt{g_0 \frac{R^2}{R+h_2}} = 767 \text{ м/с.}$

Задача №3

На основании закона сохранения механической энергии получим

$$m g h = \frac{1}{2} m v_0^2,$$

где $h = l(1 - \cos \theta)$, l — длина нити; v_0 — скорость шарика в момент первого удара о стену.

Следовательно, скорость шарика непосредственно после первого удара

$$1. (1 - \cos \theta)_0,$$

после второго

$$2. (1 - \cos \theta)_1 = (1 - \cos \theta)_0^2,$$

после третьего

$$3. (1 - \cos \theta)_2 = (1 - \cos \theta)_0^3,$$

после четвертого

$$4. (1 - \cos \theta)_3 = (1 - \cos \theta)_0^4.$$

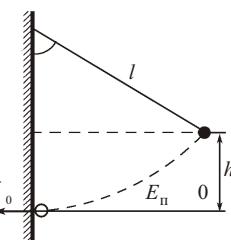
На основании закона сохранения механической энергии после четвертого удара о стену:

$$\frac{1}{2} m \frac{v^2}{4} = m g l(1 - \cos \theta_4); \quad \frac{1}{2} m (1 - \cos \theta_0)^8 = m g l(1 - \cos \theta_4); \\ (1 - \cos \theta_0)^8 = m g l(1 - \cos \theta_4); \quad m g l(1 - \cos \theta_4).$$

Отсюда максимальный угол отклонения нити

$$\cos \theta_4 = [1 - (1 - \cos \theta_0)^8]^{1/2} = \arccos [1 - (1 - \cos \theta_0)^8] = 30^\circ.$$

Ответ: $\arccos [1 - (1 - \cos \theta_0)^8] = 30^\circ$.



Задача №4

Количество теплоты, выделившееся при сгорании керосина,

$$Q_{\text{гор}} = q M,$$

где $M_k V_k$ — масса керосина; $V_k = 1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3$.

Количество теплоты, полученное льдом,

$$Q_{\text{пол}} = Q_{\text{гор}} = q V_k.$$

Суммарное количество теплоты, необходимое для нагревания льда массой m от температуры $t = 40^\circ\text{C}$ до температуры плавления $t_{\text{пл}} = 0^\circ\text{C}$, последующего плавления льда и нагревания талой воды до температуры кипения $t_{\text{кип}} = 100^\circ\text{C}$ равно

$$Q = Q_{\text{нагр льда}} + Q_{\text{плав льда}} + Q_{\text{нагр воды}} = m c_l (t_{\text{пл}} - t) + m m c_b (t_{\text{кип}} - t_{\text{пл}}).$$

На основании уравнения теплового баланса

получим

$$\frac{Q_{\text{пол}}}{m} = \frac{Q}{c_l (t_{\text{пл}} - t) + c_b (t_{\text{кип}} - t_{\text{пл}})} = \frac{q V_k}{c_l (t_{\text{пл}} - t) + c_b (t_{\text{кип}} - t_{\text{пл}})} = 24,7 \text{ кг.}$$

Следовательно, полученного кипятка

$$V_{\text{кип}} = \frac{m}{c_b} = 24,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 24,7 \text{ л}$$

достаточно для приготовления обеда.

Ответ: хватит.

Задача №5

При подключении подводящих проводов части кольца будут представлять собой параллельно соединенные сопротивления. При параллельном соединении сопротивлений R_1 и R_2 общее сопротивление

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

будет меньше наименьшего. Следовательно, чтобы получить максимально возможное сопротивление участка цепи, образованного кольцом, подводящие провода надо подключить к противоположным точкам диаметра. Таким образом

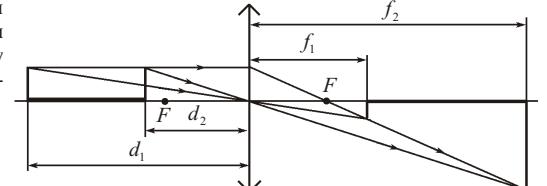
$$R_1 = R_2 = \frac{\frac{1}{2} l}{S}; \quad R = \frac{l}{4S} = 0,9 \text{ Ом.}$$

Ответ: подводящие провода надо подключить к противоположным точкам диаметра; $R = \frac{l}{4S} = 0,9 \text{ Ом.}$

Задача №6

Поскольку концы карандаша расположены за фокусом линзы, то оба изображения муhi будут действительными. Запишем формулу для двух положений муhi:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F}; \quad k_1 = \frac{f_1}{d_1}; \\ \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F}; \quad k_2 = \frac{f_2}{d_2},$$



где d_1 , d_2 , f_1 , f_2 — расстояния от линзы до дальнего и ближнего концов карандаша и соответствующих изображений муhi, причем $f_1 < f_2$ (см. рисунок). Отсюда получим:

$$f_1 = d_1 k_1; \quad f_2 = d_2 k_2; \quad \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{F}; \quad \frac{1}{d_1} = \frac{1}{d_2} = \frac{1}{F}.$$

Следовательно,

$$d_1 = \frac{k_1 - 1}{k_1} F; \quad d_2 = \frac{k_2 - 1}{k_2} F; \quad f_1 = (k_1 - 1) F; \quad f_2 = (k_2 - 1) F.$$

Таким образом, линза изменяет длину карандаша в

$$k = \frac{f_2 - f_1}{d_1 - d_2} = \frac{(k_2 - 1) F - (k_1 - 1) F}{\frac{k_1 - 1}{k_1} F - \frac{k_2 - 1}{k_2} F} = \frac{k_1 k_2 - 2}{k_1 - k_2} = 3 \text{ раза.}$$

Ответ: увеличивает в $k = k_1 k_2 = 3$ раза.

Вариант №2 (10-й класс)

Задача №1

Двигаясь с ускорением a , за время t ракета достигнет высоты $h_1 \asymp \frac{1}{2} a t^2$ и приобретет скорость $a t$.

После выключения двигателей ракета поднимется на высоту

$$h_2 = \frac{\frac{1}{2} a t^2}{2g} = \frac{a^2 t^2}{2g}.$$

Следовательно, максимальная высота подъема ракеты

$$h_{\max} = h_1 + h_2 = \frac{a t^2}{2} + \frac{a^2 t^2}{2g} = \frac{a t^2 g + a^2 t^2}{2g} = \frac{a t^2 g + a t^2 g}{2g} = 11,52 \text{ км.}$$

Ответ: $h_{\max} = \frac{a t^2 g + a t^2 g}{2g} = 11,52 \text{ км.}$

Задача №2

Уравнение движения спутника вокруг планеты

$$m a_{\text{ц.с.}} = F,$$

где центростремительное ускорение спутника $a_{\text{ц.с.}} = \frac{v^2}{r}$, а сила притяжения спутника планетой

$$F = G \frac{m M}{r^2},$$

где m и M – массы спутника и планеты соответственно; r – радиус орбиты спутника.

Следовательно,

$$m \frac{v^2}{r} = G \frac{m M}{r^2}; \quad v = \sqrt{G \frac{M}{r}} = \sqrt{G \frac{\frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{r}},$$

где учтено, что масса планеты $M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$ (здесь R – радиус планеты).

Таким образом, первые космические скорости для Земли и Урана (при $r = R$)

$$\text{Земля: } v = \sqrt{G \frac{\frac{4}{3} \pi R_3^3 \rho}{R_3}} = R_3 \sqrt{\frac{\frac{4}{3} \pi G \rho}{R_3}}; \quad \text{Уран: } v = R_y \sqrt{\frac{\frac{4}{3} \pi G \rho}{R_y}},$$

а их отношение

$$\frac{v_y}{v_3} = \frac{R_y}{R_3} \sqrt{\frac{R_3}{R_y}}.$$

Отсюда первая космическая скорость для Урана

$$v_y = v_3 \frac{R_y}{R_3} \sqrt{\frac{R_3}{R_y}} = 15,24 \text{ км/с.}$$

Ответ: $v_y = v_3 \frac{R_y}{R_3} \sqrt{\frac{R_3}{R_y}} = 15,24 \text{ км/с.}$

Задача №3

Когда нить налетит на гвоздь, шарик начнет двигаться по окружности радиусом $R = l - a$, где a – расстояние от точки подвеса до гвоздя.

Запишем уравнения движения шарика (после того как нить налетит на гвоздь) в верхней точке траектории в виде

$$m a_{\text{ц.с.}} = T - m g,$$

где $a_{\text{ц.с.}} = \frac{v^2}{R}$ – центростремительное ускорение шарика (здесь v – скорость шарика в верхней точке траектории).

На основании закона сохранения механической энергии получим

$$m g l - \frac{1}{2} m v^2 = m g 2(l - a).$$

Следовательно,

$$2 g l - 4 g(l - a); \quad m \frac{2 g l - 4 g(l - a)}{l - a} = T - m g.$$

Чтобы шарик, засевшийся нитью за гвоздь, сделал пол оборота вокруг гвоздя на натянутой нити, сила натяжения нити в верхней точке траектории должна быть больше нуля. Таким образом

$$T - m \frac{2 g l - 4 g(l - a)}{l - a} > m g = 0.$$

Отсюда находим:

$$\frac{2 l - 4(l - a)}{l - a} > 1; \quad a < l - 30 \text{ см.}$$

Ответ: $a < l - 30 \text{ см.}$

Задача №4

В массе m_2 мокрых дров содержится масса m_B воды, которую надо нагреть на t ($100^\circ\text{C} - t$) градусов и испарить:

$$m_2 = m_1 + m_B; \quad m_2 = \frac{m_2}{2} + m_B; \quad m_B = m_2 - \frac{m_2 - 1}{2},$$

где $m_1 = m_2 - \frac{m_2 - 1}{2}$ – масса сухой древесины.

При этом сгорает просущенная древесина массой m_1 и выделяется количество теплоты

$$Q = q m_1 = q \frac{m_2}{2}.$$

На нагревание воды, содержащейся в древесине, и ее испарение расходуется количество теплоты

$$Q_1 = c m_B t + r m_B + m_2 \frac{2 - 1}{2} (c t - r),$$

а на нагревание массы воды $m_B V$, находящейся в котелке,

$$Q_2 = c m t + c m_B V t.$$

Следовательно,

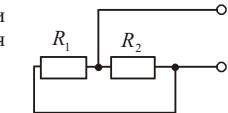
$$Q = Q_1 + Q_2; \quad q \frac{m_2 - 1}{2} + m_2 \frac{2 - 1}{2} (c t - r) = c m_B V t; \\ m_2 = \frac{2 c m_B V t}{q (c t - r) (\frac{1}{2} - \frac{1}{2})} = 0,85 \text{ кг.}$$

Ответ: $m_2 = \frac{2 c m_B V t}{q (c t - r) (\frac{1}{2} - \frac{1}{2})} = 0,85 \text{ кг.}$

Задача №5

Движок реостата «разобьет» его на два сопротивления R_1 и R_2 . При включении реостата в цепь так, как показано на рисунке, эти сопротивления будут соединены параллельно. При этом общее сопротивление участка цепи

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$



будет меньше наименьшего из сопротивлений R_1 и R_2 . Следовательно, чтобы получить максимально возможное сопротивление участка цепи, движок реостата должен находиться ровно посередине. Таким образом

$$R_1 = R_2 = \frac{1}{2} l; \quad R = \frac{l}{4S} = 5 \text{ Ом.}$$

Ответ: движок реостата должен находиться ровно посередине; $R = \frac{l}{4S} = 5 \text{ Ом.}$

Задача №6

Когда карандаш находится между фокусом и линзой на расстоянии $d_1 < F$ – а от линзы, его изображение будет мнимым (здесь a – расстояние от фокуса линзы до карандаша); если же карандаш находится за фокусом линзы на расстоянии $d_2 > F$ – а от линзы, его изображение будет действительным.

Запишем формулу линзы и формулу увеличения для двух положений карандаша:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{F}; \quad \Gamma_1 = \frac{f_1}{d_1}; \quad \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{F}; \quad \Gamma_2 = \frac{f_2}{d_2},$$

где f_1, f_2 – расстояния от линзы до изображений карандаша. Следовательно,

$$f_1 = \frac{d_1 F}{d_1 - F}; \quad f_1 = \frac{d_2 F}{d_2 - F}; \quad \Gamma_1 = \frac{F}{F - d_1} = \frac{F}{(F - a)} = \frac{F}{a}; \quad \Gamma_2 = \frac{F}{F - d_2} = \frac{F}{(F - a)} = \frac{F}{a}.$$

Таким образом, в обоих случаях линза даст одинаковое увеличение карандаша, т.е. ученик не прав.

Ответ: ученик не прав.

Вариант №1 (11-й класс)

Задача №1

Уравнение движения автомобиля в проекциях на оси системы координат:

$$OX: m \ddot{a} = m g \sin \theta; F_{\text{тр}}; \quad (1)$$

$$OY: 0 \ddot{N} = m g \cos \theta; \quad (2)$$

Поскольку $F_{\text{тр}} \leq N$, то из уравнений (1) – (2) получим:

$$N \leq m g \cos \theta; \quad F_{\text{тр}} \leq m a = m g \sin \theta;$$

$$a \leq g \sin \theta; \quad g \cos \theta; \quad a \leq g (\sin \theta - \cos \theta).$$

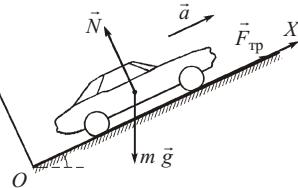
Чтобы проехать расстояние S за минимальное время t_{\min} , автомобиль должен двигаться с максимальным ускорением

$$a_{\max} = g (\sin \theta - \cos \theta).$$

Следовательно,

$$S \leq a_{\max} t_{\min}^2; \quad t_{\min} = \sqrt{\frac{2S}{a_{\max}}} = \sqrt{\frac{2h}{g \sin \theta - g \cos \theta}} = 20 \text{ с.}$$

Ответ: $t_{\min} = \sqrt{\frac{2h}{g \sin \theta - g \cos \theta}} = 20 \text{ с.}$



Задача №2

Уравнение движения груза маятника в проекциях на оси системы координат

$$OX: m \ddot{r} = N \sin \theta; \quad OY: 0 \ddot{N} = m g \cos \theta,$$

где $r = l \sin \theta$ – радиус окружности, описываемой грузом. Отсюда получим:

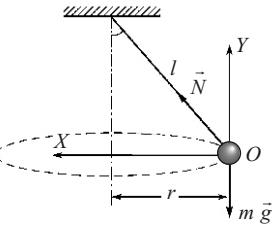
$$\frac{m \ddot{r}}{r} = \frac{N \sin \theta}{l \sin \theta} = \frac{g \sin \theta}{l \cos \theta}; \quad \frac{l}{g} = \frac{1}{\cos \theta} = \frac{\dot{r}^2}{4 \ddot{r}^2 \cos^2 \theta},$$

где учтено, что $\ddot{r}^2 / \dot{r}^2 = t^2$.

Следовательно, период малых колебаний этого маятника в вертикальной плоскости

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{l}{g}} = \sqrt{\frac{l}{g \cos \theta}} = 1,41 \text{ с.}$$

Ответ: $T = \sqrt{\frac{l}{g \cos \theta}} = 1,41 \text{ с.}$



Задача №3

Сила давления шара на дно сосуда (вес шара) будет меньше его силы тяжести на величину силы Архимеда:

$$P_1 = m g - F_{\text{Арх}1} = m g - \rho_1 g V; \quad P_2 = m g - F_{\text{Арх}2} = m g - \rho_2 g V,$$

где ρ_1 – начальная плотность раствора; ρ_2 – конечная плотность раствора ($\rho_1 > \rho_2$ соответствующие плотности соли).

Так как объем раствора уменьшился в 2 раза, то плотность соли в нем возросла в 2 раза, т.е.

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{m g - \rho_1 g V}{m g - \rho_2 g V} = \frac{(\rho_1 - \rho_2) g V}{(\rho_1 - \rho_2) g V} = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{2},$$

где учтено, что объем шара $V = \frac{4}{3} \pi R^3$.

Ответ: $P = \frac{1}{3} g R^3 = 20,5 \text{ Н.}$

Задача №4

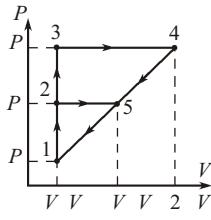
Пусть объем газа в состояниях 1, 2 и 3 равен V , а в состоянии 5 – V_5 . В силу линейной зависимости давления газа от объема на участках 5–1 и 4–5–1 объем газа в состоянии 4 будет равен $V_4 = V - 2V = 2V$.

В циклическом процессе 1–2–5–1 газ получает теплоту в процессах 1–2 и 2–5, отдает ее в процессе 5–1. Аналогично, в цикле 1–3–4–1 газ получает теплоту в процессах 1–3 и 3–4, отдает ее в процессе 4–1. Следовательно, КПД циклов

$$\frac{A_1}{Q_{\text{H}1}} = \frac{A_1}{Q_{\text{L}2} + Q_{\text{L}5}}; \quad \frac{A_2}{Q_{\text{H}2}} = \frac{A_2}{Q_{\text{L}3} + Q_{\text{L}4}}.$$

Работы газа за циклы

$$A_1 = \frac{1}{2} P_1 V; \quad A_2 = \frac{1}{2} P_2 V,$$



а количества теплоты, полученной от нагревателей:

$$\frac{Q_{1,2}}{Q_{1,3}} = \frac{U_{1,2}}{U_{1,3}} = \frac{A_{1,2}}{A_{1,3}} = \frac{V_2 - V_1}{V_3 - V_1} = \frac{R(T_2 - T_1)}{R(T_3 - T_1)}; \quad \frac{Q_{2,5}}{Q_{3,4}} = \frac{U_{2,5}}{U_{3,4}} = \frac{A_{2,5}}{A_{3,4}} = \frac{V_4 - V_2}{V_5 - V_4} = \frac{R(T_5 - T_2)}{R(T_4 - T_3)} = \frac{2(P - P)}{2(P - P)} = \frac{V_4 - V_2}{V_5 - V_4} = \frac{V}{V}.$$

Записав уравнение Менделеева – Клапейрона в характерных состояниях

$$\frac{(P - P)V}{(P - P)(V - 2V)} = \frac{RT_1}{RT_4}; \quad \frac{PV}{P(V - V)} = \frac{RT_2}{RT_5}; \quad \frac{(P - P)V}{(P - P)(V - V)} = \frac{RT_3}{RT_5};$$

получим:

$$\frac{Q_{1,2}}{Q_{1,3}} = \frac{V_2 - V_1}{V_3 - V_1} = \frac{PV}{P(V - V)} = \frac{P}{V}; \quad \frac{Q_{2,5}}{Q_{3,4}} = \frac{V_4 - V_2}{V_5 - V_4} = \frac{PV}{P(V - V)} = \frac{P}{V};$$

$$\frac{1}{2} \frac{3(P - P)V}{2P(V - V)} = \frac{3PV}{5PV} = \frac{3}{5}; \quad \frac{1}{2} \frac{1}{2} = \frac{5}{2}; \quad \frac{2}{1} = \frac{1}{5} = 0,111 = 11,1\%.$$

Ответ: $\frac{2}{1} = 0,111 = 11,1\%$.

Задача №5

Оценим радиус сферы, полагая площадь ее поверхности $4 \pi R^2$ приближенно равной суммарной площади поперечных сечений всех шариков $N = d^2/4$:

$$4 \pi R^2 \approx N d^2/4; \quad R \approx \sqrt[4]{N} d.$$

До перемещения шариков напряженность электрического поля в центре сферы равна нулю. Если удалить один из шариков, симметрия нарушится и напряженность в центре сферы будет равна напряженности поля, создаваемого одним шариком:

$$E_1 = k \frac{q}{R^2},$$

причем (пусть для определенности шарики заряжены положительно) вектор \vec{E}_1 будет направлен от центра сферы к месту расположения удаленного шарика (см. рисунок). Если же этот шарик перенести внутрь сферы в диаметрально противоположную точку, то его заряд создаст поле напряженностью $E'_1 = E_1$, направленное так же, как E_1 . Следовательно, напряженность электрического поля в центре сферы будет равна

$$E = E_1 + E'_1 = 2k \frac{q}{R^2}.$$

Если убрать еще один шарик, первоначально прымывавший к первому удаленному, то по причинам, изложенным выше, напряженность электрического поля в центре сферы приближенно будет равна

$$E_0 = E_1 + E'_1 = 3k \frac{q}{R^2} = \frac{3}{2} E.$$

Следовательно, на второй шарик, помещенный в центр сферы, будет действовать сила

$$F = q E_0 = \frac{E R^2}{2k} \frac{3}{2} E = \frac{3 R^2}{4k} E^2 = \frac{3 N d^2}{64 k} E^2 = 0,15 \text{ нН.}$$

Ответ: $F = \frac{3 N d^2}{64 k} E^2 = 0,15 \text{ нН.}$

Задача №6

Запишем формулу собирающей линзы в случае действительного изображения предмета и формулу увеличения в виде

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}; \quad \frac{f}{d_1} = \frac{u}{d_2}.$$

Отсюда получим:

$$\frac{f}{d_1} = \frac{u}{d_1 - 2d_2}; \quad \frac{1}{d_1} = \frac{1}{2d_2}; \quad d_1 = \frac{u}{2}; \quad f = \frac{u}{2} = 3F.$$

Из формулы линзы, записанной в момент, когда жук находился на расстоянии $d_2 = d_1 = \frac{u}{2} = \frac{u}{4}$ от линзы,

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f} = \frac{1}{d_1};$$

получим:

$$\frac{4}{5F} + \frac{1}{f} = \frac{1}{d_1}; \quad f = 5F.$$

Следовательно,

$$t = d_1 = d_2 = \frac{u}{4} = \frac{u}{4} = 2F; \quad u = t f = f = 2F,$$

где u – средняя скорость изображения жука за время, в течение которого он проползет вдоль оси линзы расстояние, равное $1/4$ ее фокусного расстояния. Таким образом,

$$u = \frac{8}{F}.$$

Ответ: $u = \frac{8}{F}$.

B. Denys

Председатель центральной методической комиссии по физике

Вариант №2 (11-й класс)

Задача №1

Так как трения между доской и поверхностью, на которой она находится, нет, то при любой величине силы F , приложенной к брускам, он будет увлекать за собой доску за счет силы трения, действующей между ними.

Запишем уравнения движения бруска и доски в проекциях на оси системы координат в предположении, что $\vec{a}_1 \parallel \vec{a}_2$:

$$OX: m a_1 F F_{\text{тр}}; OY: 0 N_1 m g;$$

$$OX: M a_2 F'_{\text{тр}}; OY: 0 N_2 N'_1 M g,$$

где сила трения $F_{\text{тр}} = F'_{\text{тр}} = N_1$. Следовательно,

$$m a_1 F m g; a_1 F/m g = 0,5 \text{ м/с}^2.$$

Поскольку $a_1 = 0$, то брусков и доска будут двигаться вместе с одинаковым ускорением

$$a = \frac{F}{M+m} = 0,5 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a_1 = a_2 = \frac{F}{M+m} = 0,5 \text{ м/с}^2$.

Задача №2

Скорость груза маятника при прохождении им положения равновесия найдем на основании закона сохранения механической энергии:

$$mg l = \frac{1}{2} m v^2; v = \sqrt{2g l}.$$

Запишем уравнение движения шарика при его вращении в вертикальной плоскости в верхней точке траектории

$$m \frac{v^2}{l} T = m g$$

и закон сохранения механической энергии

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 = m g 2l,$$

где v_1, v_2 начальная скорость груза (в положении равновесия) и скорость груза в верхней точке, соответственно. Следовательно,

$$m \frac{v_2^2}{l} = m \frac{v_1^2}{l} + 4mg l; T = m \frac{v_2^2}{l} = m g 0; \frac{m v_2^2}{l} = m g 0; v_2 = \sqrt{5g l}.$$

Поскольку $v_2 > \sqrt{4,5g l}$ больше $\sqrt{4,5g l}$, то при начальной скорости груза, равной v_1 , он не сможет совершить оборот в вертикальной плоскости.

Ответ: не сможет.

Задача №3

Сила давления конуса на дно сосуда (вес конуса) будет меньше его силы тяжести на величину силы Архимеда:

$$P_1 m g = F_{\text{Арх}1} m g = 1 g V_1; P_2 m g = F_{\text{Арх}2} m g = 2 g V_2,$$

где $P_1 = 0$, $P_2 = m g$; $V_1 = \frac{1}{3} \pi R^2 h$, $V_2 = \frac{1}{3} (\frac{1}{2} R)^2 h = \frac{1}{3} V_1$ объем всего конуса и объем его части, погруженной в раствор после испарения воды (здесь R – радиус основания конуса, равный радиусу сосуда, h – высота конуса); ρ_1 – начальная плотность раствора; ρ_2 – конечная плотность раствора ($\rho_1 < \rho_2$ – соответствующие плотности соли).

Начальный и конечный объемы раствора

$$V_{p1} = R^2 h V_1 = \frac{1}{3} R^2 h; V_{p2} = R^2 \frac{1}{2} h V_2 = \frac{1}{3} R^2 h = \frac{1}{6} V_{p1}.$$

Так как объем раствора уменьшился в 16/11 раз, то плотность соли в нем возросла во столько же раз, т.е. $\rho_2 = \frac{16}{11} \rho_1$. Следовательно,

$$m g \left(\frac{16}{11} \rho_1 \right) g V_1; m g \left(\frac{16}{11} \rho_1 \right) g \frac{1}{3} g V_1; m g \left(\frac{16}{11} \rho_1 \right) \frac{1}{3} g V_1; \\ \left(\frac{16}{11} \rho_1 \right) g V_1 \left(\frac{1}{3} \right) \frac{1}{3} \left(\frac{16}{11} \rho_1 \right) g V_1; \rho_2 = \frac{\left(\frac{16}{11} \rho_1 \right)}{\left(\frac{1}{3} \right)} = 96,5 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho_2 = \frac{\left(\frac{16}{11} \rho_1 \right)}{\left(\frac{1}{3} \right)} = 96,5 \text{ кг/м}^3$.

Задача №4

Пусть объем газа в состояниях 2, 3 и 4 равен V , а в состоянии 1 $V_1 = V - V_5$. В силу линейной зависимости давления газа от объема на участках 5–1, 1–2 и 1–2 объем газа в состоянии 5 будет равен $V_5 = V - 2V$.

В циклическом процессе 1–2–3–1 газ получает теплоту в процессе 1–2, отдает в процессах 2–3 и 3–1. Аналогично, в цикле 5–2–4–1 газ получает теплоту в процессе 1–2, отдает в процессах 2–4 и 4–5. Следовательно, КПД циклов

$$\frac{A_1}{Q_{\text{н}1}} = \frac{A_1}{A_1 |Q_{23} - Q_{31}|}; \quad \frac{A_2}{Q_{\text{н}2}} = \frac{A_2}{A_2 |Q_{24} - Q_{45}|}.$$

Работы газа за циклы

$$A_1 \frac{1}{2} P V;$$

$$A_2 \frac{1}{2} P V;$$

а количества теплоты, отданные холодильником:

$$Q_{23} U_{23} A_{23} \frac{1}{2} R (T_3 - T_2);$$

$$Q_{24} U_{24} A_{24} \frac{1}{2} R (T_4 - T_2);$$

$$Q_{45} U_{45} A_{45} \frac{1}{2} R (T_5 - T_4) 2(P - P) V.$$

Записав уравнение Менделеева – Клапейрона в характеристических состояниях

$$P(V - V) RT_1; (P - P)V RT_2; PV RT_3;$$

$$(P - P)V RT_4; (P - P)(V - 2V) RT_5;$$

получим:

$$Q_{23} \frac{1}{2} PV; Q_{31} \frac{1}{2} PV; Q_{24} \frac{3}{2} PV; Q_{45} \frac{5}{2} PV.$$

Следовательно,

$$\frac{\frac{1}{2} PV}{\frac{1}{2} P V} = \frac{\frac{1}{2} PV}{2 P V} = \frac{1}{4} = 0,138 \quad 13,8\%.$$

Ответ: $\frac{2}{1} = 0,138 \quad 13,8\%$.

Задача №5

Пусть заряд первой пластины равен q , второй $(q - q)$, а третьей $(q - 2q)$. Тогда напряженности электрического поля пластин

$$E_1 = \frac{q}{2S_0}; E_2 = \frac{q - q}{2S_0}; E_3 = \frac{q - 2q}{2S_0}.$$

Напряженности поля в пространстве между первой и второй пластинами и между второй и третьей равны соответственно

$$E_{12} = E_1 - E_2 = \frac{q - (q - q)}{2S_0} = \frac{3q - q}{2S_0};$$

$$E_{23} = E_2 - E_3 = \frac{q - (q - 2q)}{2S_0} = \frac{q - q}{2S_0}.$$

Отсюда получим:

$$3q - q = 2S_0 E_{12}; q - q = 2S_0 E_{23}; q - \frac{1}{2} S_0 (E_{12} - E_{23}); q = \frac{1}{2} S_0 (3E_{23} - E_{12}).$$

Если убрать среднюю пластину, то между первой и третьей пластинами будет действовать сила

$$F = q E_3 (q - 2q) E_1 = \frac{1}{2} S_0 (3E_{23} - E_{12}) \frac{q - 2q}{2S_0} = \frac{1}{8} S_0 (3E_{23} - E_{12})(E_{23} - 3E_{12}) = 2,4 \text{ НН.}$$

Ответ: $F = \frac{1}{8} S_0 (3E_{23} - E_{12})(E_{23} - 3E_{12}) = 2,4 \text{ НН.}$

Задача №6

Поскольку четкое изображение предмета наблюдают на экране, то в обоих случаях оно является действительным.

Запишем формулу собирающей линзы с фокусным расстоянием F_1 в случае действительного изображения предмета и формулу увеличения:

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F_1}; \quad \Gamma_1 = \frac{f_1}{d}.$$

Отсюда получим:

$$f_1 = \Gamma_1 d; \quad \frac{1}{d} = \frac{1}{\Gamma_1 d} = \frac{1}{F_1}; \quad \frac{1}{\Gamma_1 d} = \frac{1}{F_1}.$$

Аналогично для случая линзы с фокусным расстоянием F_2 :

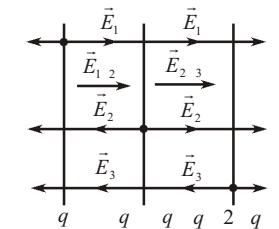
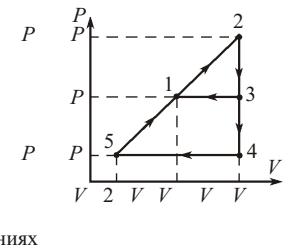
$$\frac{1}{d} = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_2}; \quad \Gamma_2 = \frac{f_2}{d} = \frac{1}{\Gamma_2 d} = \frac{1}{F_2}; \quad \frac{1}{\Gamma_2 d} = \frac{1}{F_2}.$$

Следовательно,

$$\frac{\Gamma_2 (F_1 - 1)}{\Gamma_1 (F_2 - 1)} = \frac{F_2}{F_1}; \quad F_2 = \frac{\Gamma_2 (F_1 - 1)}{\Gamma_1 (F_2 - 1)} F_1 = 16 \text{ см.}$$

Ответ: $F_2 = \frac{\Gamma_2 (F_1 - 1)}{\Gamma_1 (F_2 - 1)} F_1 = 16 \text{ см.}$

Председатель центральной методической комиссии по физике



B. Denysov

Вариант №3 (11-й класс)

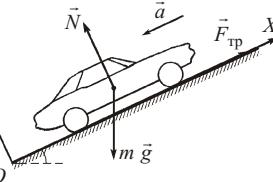
Задача №1

Поскольку коэффициент трения шин автомобиля о поверхность дороги меньше $\tan \theta = 0,58$, то колеса будут пробуксовывать, и автомобиль не сможет подняться на любую высоту.

Уравнение движения автомобиля в проекциях на оси системы координат:

$$OX: m a = m g \sin \theta - F_{\text{тр}}; \quad (1)$$

$$OY: 0 = N - m g \cos \theta. \quad (2)$$



Поскольку $F_{\text{тр}} < N$, то из уравнений (1) – (2) получим:

$$N = m g \cos \theta; \quad F_{\text{тр}} = m g \cos \theta; \quad a = g (\sin \theta - \cos \theta).$$

Проехав вверх по дороге расстояние $S_{\text{max}} = h_{\text{max}} / \sin \theta$, автомобиль остановится. Следовательно,

$$S_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2g(\sin \theta - \cos \theta)}; \quad \frac{h_{\text{max}}}{\sin \theta} = \frac{v_0^2}{2g(\sin \theta - \cos \theta)}.$$

Отсюда максимальная высота склона

$$h_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2g(1 - \cot \theta)} = 31,2 \text{ м.}$$

Ответ: $h_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2g(1 - \cot \theta)} = 31,2 \text{ м.}$

Задача №2

Уравнение движения шарика в проекции на ось OX системы координат

$$OX: m \frac{d^2 r}{dt^2} = F_{\text{упр}} \sin \theta,$$

где $r = \sqrt{3}l \sin \theta$ – радиус окружности, описываемой шариком; $F_{\text{упр}} = \frac{1}{3}k l \sin \theta$ – сила упругости жгута. Отсюда получим:

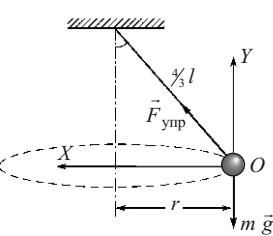
$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{1}{3}k l \sin \theta; \quad 4m \frac{d^2 r}{dt^2} = k; \quad \frac{m}{k} \frac{1}{4} \frac{t^2}{16},$$

где учтено, что $t = 2\pi/\omega$.

Следовательно, период малых вертикальных колебаний шарика на жгуте

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{16}{1}} = 1 \text{ с.}$$

Ответ: $T = \pi \text{ с.}$



Задача №3

Условия плавания цилиндра до и после испарения воды:

$$m g = F_{\text{упр}1}; \quad m g = 1 g V_1;$$

$$m g = F_{\text{упр}2}; \quad m g = 2 g V_2,$$

где 1 – начальная плотность раствора; V_1 – соответствующие плотности соли; $V_1 = n_1 V$; $V_2 = n_2 V$. 2 – конечная плотность раствора ($n_1 > n_2$).

Так как объем раствора уменьшился в 1,5 раза, то плотность соли в нем возросла в 1,5 раза, т.е. $2 = 1,5 \cdot 1$. Следовательно,

$$m g = (1 + \frac{n_1}{n_2}) g n_1 V; \quad m g = (1 + \frac{n_2}{n_1}) g n_2 V; \quad (1 + \frac{n_1}{n_2}) g n_1 V = (1,5 + 1) g n_2 V; \\ \frac{n_1}{1,5 n_2} = \frac{n_2}{n_1}; \quad 1 = \frac{n_1}{1,5 n_2} = \frac{0,5 n_2}{n_1} = 1143 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $1 = \frac{0,5 n_2}{1,5 n_2} = \frac{n_2}{n_1} = 1143 \text{ кг/м}^3$.

Задача №4

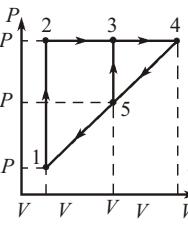
Пусть давление газа в состояниях 2, 3 и 4 равно P , а в состоянии 5 $P_5 = P/2$. В силу линейной зависимости давления газа от объема на участках 4–5 и 5–1 давление газа в состоянии 1 будет равно $P_1 = P/2$.

В циклическом процессе 3–4–5–3 газ получает теплоту в процессах 5–3 и 3–4, отдает – в процессе 4–5. Аналогично, в цикле 1–2–4–1 газ P получает теплоту в процессах 1–2 и 2–4, отдает – в процессе 4–1. Следовательно, КПД циклов

$$\frac{A_1}{Q_{\text{н}1}} = \frac{A_1}{Q_{53}}; \quad \frac{A_2}{Q_{\text{н}2}} = \frac{A_2}{Q_{12}}; \quad P = \frac{P_5}{2} = \frac{P}{2}.$$

Работы газа за циклы

$$A_1 = \frac{1}{2} P V; \quad A_2 = 2 P V,$$



а количества теплоты, полученной от нагревателей:

$$Q_{53} = U_{53} - A_{53} = \frac{1}{2} R(T_3 - T_5); \quad Q_{34} = U_{34} - A_{34} = \frac{1}{2} R(T_4 - T_3); \quad P = V; \\ Q_{12} = U_{12} - A_{12} = \frac{1}{2} R(T_2 - T_1); \quad Q_{24} = U_{24} - A_{24} = \frac{1}{2} R(T_4 - T_2); \quad 2P = V.$$

Записав уравнение Менделеева – Клапейрона в характерных состояниях

$$(P/2) (V/RT_1); \quad P(V/RT_2); \quad PV/RT_3; \\ P(V/RT_4); \quad (P/2)V/RT_5;$$

получим:

$$Q_{53} = \frac{1}{2} PV; \quad Q_{34} = \frac{1}{2} PV; \quad Q_{12} = \frac{3}{2} PV; \quad Q_{24} = 5PV. \\ \text{Следовательно, } \frac{\frac{1}{2} PV}{\frac{3}{2} PV} = \frac{\frac{1}{2} PV}{5PV} = \frac{3}{5P} = \frac{1}{2}; \quad \frac{2}{1} = \frac{2}{1} = 0,129 = 12,9\%.$$

Ответ: $\frac{2}{1} = 0,129 = 12,9\%$.

Задача №5

Оценим радиус кольца, полагая его длину $2\pi R$ приближенно равной сумме диаметров всех шариков $N 2r$:

$$2\pi R \approx N 2r; \quad R \approx Nr.$$

До перемещения шариков напряженность электрического поля в центре кольца равна нулю. Если удалить один из шариков, симметрия нарушится и напряженность в центре кольца будет равна напряженности поля, создаваемого одним шариком:

$$E_1 = \frac{kq}{R^2},$$

причем (пусть для определенности шарики заряжены положительно) вектор \vec{E}_1 будет направлен от центра кольца к месту расположения удаленного шарика.

Если этот шарик перенести в центр кольца, на него будет действовать сила

$$F = q E_1 = \frac{kq^2}{R^2}.$$

При отсутствии трех соседних зарядов напряженность электрического поля в центре кольца приближенно будет равна

$$E' = 3E_1 = 3k \frac{q}{R^2},$$

а если эти заряды расположить так, как показано на рисунке, то напряженность электрического поля в центре кольца будет равна

$$E = E'_1 + E'_2 + 2E_1 \cos 60^\circ = 3k \frac{q}{R^2} + k \frac{q}{R^2} + k \frac{q}{R^2} + 5k \frac{q}{R^2} = 5k \frac{q}{R^2} = 5 \frac{k}{R^2} R \sqrt{\frac{F}{k}} = 5 \frac{k}{Nr} \sqrt{kF} = 7,8 \text{ кВ/м.}$$

Ответ: $E = 5 \frac{k}{Nr} \sqrt{kF} = 7,8 \text{ кВ/м.}$

Задача №6

Запишем формулу собирающей линзы в случае действительного изображения предмета и формулу увеличения в виде

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{f} + \frac{1}{F}; \quad \Gamma = \frac{f}{d} = \frac{u}{d},$$

где u – скорости изображений светлячков, равные их собственным скоростям . Отсюда получим:

$$f = \frac{u}{d} = d; \quad \frac{1}{d} = \frac{1}{d} = \frac{1}{F}; \quad d = 2F; \quad f = 2F.$$

Из формулы линзы, записанной в момент, когда один из светлячков находился на расстоянии d_1 от линзы, а другой на расстоянии d_2 от линзы, получим:

$$\frac{1}{d_1} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{F}; \quad \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{F},$$

получим:

$$\frac{1}{d_1} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{F}; \quad \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{F}; \quad f_1 = 3F; \quad f_2 = \frac{1}{3}F.$$

Следовательно, $u_1 = t f_1 = f; \quad u_2 = t f_2 = \frac{1}{3}F$,

где u_1, u_2 – средние скорости изображений светлячков за время, в течение которого они проползут вдоль оси линзы расстояния, равные $1/2$ ее фокусного расстояния. Таким образом,

$$u_1/u_2 = 3.$$

Ответ: $u_1/u_2 = 3$.

B. Denys

Председатель центральной методической комиссии по физике

Вариант №4 (11-й класс)

Задача №1

Поскольку поверхность, на которой находится доска, гладкая, то при любой величине силы F доска будет двигаться. При этом доска будет увлекать за собой брусков за счет силы трения, действующей между ними.

Уравнения движения бруска и доски в проекциях на оси системы координат:

$$OX: m \ddot{a}_1 = F_{\text{тр}}; OY: 0 = mg - N_1;$$

$$OX: M \ddot{a}_2 = F - F'_{\text{тр}}; OY: 0 = Mg - N_2 - N'_1,$$

где сила трения $F_{\text{тр}} = F'_{\text{тр}}$. Следовательно,

$$m \ddot{a}_1 = mg; M \ddot{a}_2 = F - mg.$$

Для того, чтобы брусков скользнули с доски, его ускорение должно быть меньше ускорения доски:

$$a_1 < g; (F - mg)/M < a_2.$$

Отсюда находим:

$$F > g(M - m) = 19,6 \text{ Н.}$$

Ответ: $F > g(M - m) = 19,6 \text{ Н.}$

Задача №2

Когда нить налетит на гвоздь, шарик начнет двигаться по окружности радиусом $R = l - a$, где a — расстояние от точки подвеса до гвоздя.

Запишем уравнение движения шарика (после того как нить налетит на гвоздь) в верхней точке траектории

$$\frac{m}{R} \ddot{T} = mg$$

и закон сохранения механической энергии

$$mg h = \frac{1}{2} m v^2 + mg 2(l - a),$$

где v — скорость шарика в верхней точке траектории; $h = l(1 - \cos \theta)$.

Следовательно,

$$2g l(1 - \cos \theta) = 4g(l - a); \quad \frac{2g l(1 - \cos \theta)}{l - a} = T = mg.$$

Чтобы шарик, зацепившись нитью за гвоздь, сделал пол оборота вокруг гвоздя на натянутой нити, сила натяжения нити в верхней точке траектории должна быть больше нуля. Таким образом

$$T = m \frac{2g l(1 - \cos \theta)}{l - a} > mg.$$

Отсюда находим:

$$a < l(3 - 2 \cos \theta) = 40 \text{ см.}$$

Ответ: $a < l(3 - 2 \cos \theta) = 40 \text{ см.}$

Задача №3

Условия плавания конуса до и после испарения воды:

$$m g F_{\text{Apx1}} = 1 g V_1; \quad m g F_{\text{Apx2}} = 2 g V_2,$$

где $V_1 = \frac{1}{3} \pi R^2 h$, $V_2 = V_1 - (\frac{1}{2} R)^2 \frac{1}{2} h = \frac{1}{2} V_1$ — объем всего конуса и объем его части, погруженной в раствор после испарения воды (здесь R — радиус основания конуса, h — высота конуса); ρ_1 — начальная плотность раствора; ρ_2 — конечная плотность раствора (ρ_1, ρ_2 — соответствующие плотности соли).

Так как объем раствора уменьшился в $1/(1 - \frac{1}{4}) = \frac{4}{3}$ раза, то плотность соли в нем возросла во столько же раз, т.е., $\rho_2 = \frac{4}{3} \rho_1$. Следовательно,

$$m g (\rho_1 - \frac{1}{4} \rho_1) g V_1 = m g (\rho_2 - \frac{1}{4} \rho_2) g V_2; \quad (\rho_1 - \frac{1}{4} \rho_1) g V_1 = (\rho_2 - \frac{1}{4} \rho_2) g V_2;$$

Так как изначально конус плавал полностью погрузившись в раствор, то его плотность была равна первоначальной плотности раствора:

$$\text{Ответ: } \rho = \frac{1}{3} (1 - \frac{1}{4}) \rho_1 = 2,33 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Задача №4

Пусть давление газа в состояниях 1, 5 и 4 равно P , а в состоянии 2 $P_2 = P$. В силу линейной зависимости давления газа от объема на участке 1—2—3 давление газа в состоянии 3 будет равно $P_3 = P_2 = P$.

В циклическом процессе 1—2—5—1 газ получает теплоту в процессе 1—2, отдает в процессах 2—5 и 5—1. Аналогично, в цикле 1—3—4—1 газ получает теплоту в процессе 1—3, отдает в процессах 3—4 и 4—1. Следовательно, КПД циклов

$$\frac{A_1}{Q_{\text{н1}}} = \frac{A_1}{A_1 - Q_{25} - Q_{51}}; \quad \frac{A_2}{Q_{\text{н2}}} = \frac{A_2}{A_2 - Q_{34} - Q_{41}}.$$

Работы газа за циклы

$$A_1 = \frac{1}{2} P V; \quad A_2 = \frac{1}{2} P V,$$

а количества теплоты, отданные холодильникам:

$$Q_{25} = U_{25}; \quad A_2 = \frac{1}{2} R(T_5 - T_2);$$

$$Q_{51} = U_{51}; \quad A_5 = \frac{1}{2} R(T_1 - T_5);$$

$$Q_{34} = U_{34}; \quad A_3 = \frac{1}{2} R(T_4 - T_3);$$

$$Q_{41} = U_{41}; \quad A_4 = \frac{1}{2} R(T_1 - T_4);$$

Записав уравнение Менделеева Клапейрона в характерных состояниях

$$P(V - V) = RT_1; \quad (P - P)V = RT_2; \quad (P - 2P)(V - V) = RT_3;$$

$$P(V - V) = RT_4; \quad PV = RT_5,$$

получим:

$$Q_{25} = \frac{1}{2} PV; \quad Q_{51} = \frac{1}{2} PV; \quad Q_{34} = \frac{3}{2} PV; \quad Q_{41} = \frac{5}{2} PV.$$

Следовательно,

$$\frac{\frac{1}{2} PV}{\frac{1}{2} PV} = \frac{\frac{1}{2} PV}{\frac{1}{2} PV} = \frac{\frac{3}{2} PV}{\frac{3}{2} PV} = \frac{\frac{5}{2} PV}{\frac{5}{2} PV} = \frac{2}{2} = \frac{1}{2} = 0,95 = 9,5\%.$$

Ответ: $\frac{2}{1} = 0,95 = 9,5\%.$

Задача №5

Пусть заряд второй пластины равен q . Тогда заряд первой пластины будет равен $(q - 2q) = -q$, третьей $(q - q) = 0$, напряженности электрического поля пластин

$$E_1 = \frac{q - 2q}{2S_0}; \quad E_2 = \frac{q}{2S_0}; \quad E_3 = \frac{q - q}{2S_0},$$

а силы взаимодействия между первой и второй и между второй и третьей пластинами

$$F_{12} = (q - 2q)E_2 = (q - 2q)\frac{q}{2S_0}; \quad F_{23} = (q - q)E_2 = (q - q)\frac{q}{2S_0}.$$

Учитывая условие задачи ($F_{12} = 2F_{23}$), отсюда получим: $q = 4q$.

Напряженности поля в пространстве между первой и второй и между второй и третьей пластинами равны соответственно

$$E_{12} = E_1 - E_2 = \frac{(q - 2q) - q}{2S_0} = \frac{3q - q}{2S_0} = \frac{2q}{2S_0};$$

$$E_{23} = E_2 - E_3 = \frac{(q - 2q) - q}{2S_0} = \frac{3q - q}{2S_0} = \frac{2q}{2S_0}.$$

Следовательно (знак минус в выражении для E_{12} указывает лишь на то, что вектор \vec{E}_{12} направлен от второй пластины к первой),

$$E_{23}/E_{12} = 7.$$

Ответ: $E_{23}/E_{12} = 7$.

Задача №6

Поскольку четкое изображение предмета наблюдают на экране, то в обоих случаях оно является действительным.

Запишем формулу собирающей линзы с фокусным расстоянием F_1 в случае действительного изображения предмета и формулу увеличения:

$$\frac{1}{d_1} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F_1}; \quad \Gamma_1 = \frac{f}{d_1}.$$

Отсюда получим:

$$d_1 = \frac{f}{\Gamma_1}; \quad \frac{\Gamma_1}{f} = \frac{1}{d_1} = \frac{1}{F_1}; \quad f = (\Gamma_1 - 1)F_1.$$

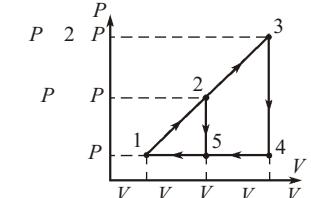
$$\text{Аналогично для случая линзы с фокусным расстоянием } F_2 = \frac{1}{\Gamma_2} F_1:$$

$$\frac{1}{d_2} = \frac{1}{f} = \frac{1}{F_2}; \quad \Gamma_2 = \frac{f}{d_2} = \frac{f}{\frac{1}{\Gamma_2} F_1} = \frac{\Gamma_2}{F_2}; \quad f = (\Gamma_2 - 1)F_2.$$

Следовательно,

$$(\Gamma_1 - 1)F_1 = (\Gamma_2 - 1)F_2; \quad \Gamma_2 = \frac{(\Gamma_1 - 1)F_1}{F_2} = 1 - 2\Gamma_1 + 1 = 4.$$

Ответ: $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 - 1 = 4$.



Вариант №5

Задача №1

Записав закон движения мячика по оси OY

$$y_0 t \frac{1}{2} g \cos^2 t$$

и зависимость от времени проекции его скорости на эту же ось

$$y_0 g \cos t$$

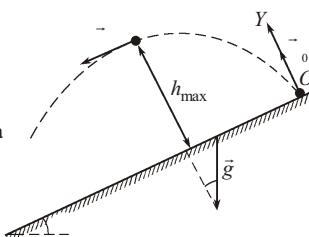
в момент максимального подъема мячика над поверхностью склона ($y = h_{\max}$; $y = 0$)

$$h_{\max} = \frac{1}{2} g \cos^2 t; \quad 0 = \frac{1}{2} g \cos^2 t,$$

получим:

$$t = \frac{0}{g \cos^2 t}; \quad h_{\max} = \frac{0}{g \cos^2 t} = \frac{2}{2 g \cos^2 t} = 2,1 \text{ м.}$$

Ответ: $h_{\max} = \frac{2}{2 g \cos^2 t} = 2,1 \text{ м.}$



Задача №2

Рассмотрим бесконечно малый элемент кольца длиной l .

Полагая, что масса кольца m распределена по всей его длине равномерно, найдем массу единицы длины кольца

$$m_{\text{ед}} = \frac{m}{2R}$$

и массу элемента кольца длиной l

$$m = m_{\text{ед}} l = \frac{m}{2R} l.$$

Представив длину l через радиус кольца R и угол α , получим

$$l = R \alpha; \quad m = \frac{m}{2R} R \alpha.$$

Запишем уравнение движения элемента кольца в проекциях на оси системы координат в виде

$$ma = F_{\text{тр}} - mg; \quad 0 = N - 2F_{\text{упр}} \sin \alpha,$$

где $F_{\text{тр}} = N$.

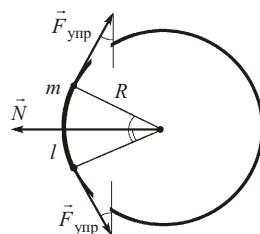
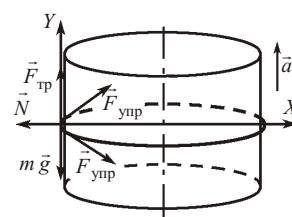
Поскольку длина l мала, то угол α также мал, и можно положить $\sin \alpha \approx \alpha$. Тогда уравнения движения примут вид

$$\frac{m}{2R} a = F_{\text{тр}} - \frac{m}{2R} g; \quad 0 = N - 2F_{\text{упр}} \alpha.$$

Отсюда получим:

$$F_{\text{тр}} = 2F_{\text{упр}}; \quad \frac{m}{2R} a = 2F_{\text{упр}} - \frac{m}{2R} g; \quad F_{\text{упр}} = \frac{m}{2R}(a - g) = 0,1 \text{ Н.}$$

Ответ: $F_{\text{упр}} = \frac{m}{2R}(a - g) = 0,1 \text{ Н.}$



Задача №3

На основании закона сохранения импульса

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2,$$

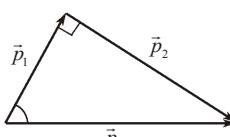
где $\vec{p} = m \vec{v}$, $\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1$, $\vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2$ импульс снаряда до разрыва и импульсы осколков сразу после разрыва.

Изобразим на рисунке направления импульсов до и после разрыва. Следовательно,

$$E = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} = \frac{p^2}{2m} \left(\frac{p_1^2}{m_1^2} + \frac{p_2^2}{m_2^2} \right); \quad E = \frac{p^2}{2m} (\frac{1}{m_1^2} + \frac{1}{m_2^2}) = \frac{p^2}{2m} (\frac{1}{m_1^2} + \frac{1}{m_2^2}) = 1) 280 \text{ кДж},$$

где учтено, что массы осколков $m_1 = \frac{3}{4}m$, $m_2 = \frac{1}{4}m$.

Ответ: $E = \frac{1}{2}m v^2 (\frac{1}{m_1^2} + \frac{1}{m_2^2}) = 1) 280 \text{ кДж.}$



Задача №4

В циклическом процессе 1 2 3 1 газ получает теплоту в процессе 1 2, отдает в процессе 2 3. Следовательно, КПД цикла

$$\frac{A}{Q_h} = \frac{A}{A - Q_x} = \frac{A}{A - |Q_{2-3}|},$$

отсюда работа газа за цикл

$$A = \frac{1}{1 - |Q_{2-3}|}.$$

Количество теплоты, отданной холодильнику в процессе 2 3,

$$Q_{2-3} = U_{2-3} - A_{2-3} = \frac{1}{2} R (T_3 - T_2) = P_2 (V_2 - V_3).$$

Записав уравнение Менделеева Клапейрона в состояниях 2 и 3

$$P_2 V_2 = R T_2; \quad P_2 V_3 = R T_3,$$

получим:

$$Q_{2-3} = \frac{1}{2} R (T_3 - T_2).$$

КПД цикла Карно, проводимого в диапазоне температур, соответствующем адиабатическому процессу 3 1 ($T_{\min} = T_3$; $T_{\max} = T_1$),

$$\kappa = \frac{T_1 - T_3}{T_1}.$$

Поскольку $T_2 = T_1$, то

$$T_2 = T_3 \rightarrow T_1; \quad Q_{2-3} = \frac{1}{2} R T_1; \quad A = \frac{1}{1 - \frac{1}{2} R T_1} = 1,3 \text{ кДж.}$$

Ответ: $A = \frac{1}{1 - \frac{1}{2} R T_1} = 1,3 \text{ кДж.}$

Задача №5

Поскольку сопротивление R закорочено, то через него ток не течет. Следовательно, полное сопротивление цепи равно $2R + r$, ток в цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2R + r},$$

падение напряжения на сопротивлении $2R$, равное напряжению на конденсаторе,

$$U = I 2R = \frac{\mathcal{E}}{2R + r} 2R,$$

заряд конденсатора

$$q = C U = C \frac{\mathcal{E}}{2R + r} 2R = 4 \cdot 10^{-6} \text{ Кл.}$$

Ответ: $q = C \frac{\mathcal{E}}{2R + r} 2R = 4 \cdot 10^{-6} \text{ Кл.}$

Задача №6

Запишем формулу собирающей линзы в случае действительного изображения жука, когда он находился на оптической оси линзы на расстояниях d и $(d - F)$ от линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F}; \quad \frac{1}{d - F} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F}.$$

Отсюда получим:

$$f_1 = \frac{d F}{d - F}; \quad f_2 = \frac{(d - F) F}{d}.$$

Поскольку по условию задачи скорость жука u и средняя скорость его изображения u'

$$\frac{d - F}{t} = \frac{F}{t}; \quad u = \frac{f_1 - f_2}{t} = \frac{F^2}{t(d - F)} = \frac{F^3}{t(d - F)d},$$

равны, то

$$F = \frac{F^3}{(d - F)d}; \quad d^2 = F d - F^2 = 0; \quad d = \frac{1}{2}(F + \sqrt{F^2 - 4F^2}) = \frac{1}{2}F(1 + \sqrt{5}).$$

Запишем формулу собирающей линзы в случае, когда жук полз перпендикулярно к главной оптической оси линзы, и формулу увеличения линзы:

$$\frac{1}{d - F} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}; \quad \Gamma = \frac{f}{d - F} = \frac{u}{d},$$

где u средняя скорость изображения жука в этом случае. Следовательно,

$$f = \frac{(d - F)F}{d}; \quad \frac{F}{d} = \frac{u}{d}; \quad \frac{1}{u} = \frac{d}{F} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{5}}{F} = 1,62.$$

Ответ: $u = \frac{1}{u} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{5}}{F} = 1,62.$

Вариант №6

Задача №1

Пролетев расстояние h , шарик приобретает скорость $\sqrt{2gh}$. (1)

После абсолютно упругого удара о поверхность наклонной плоскости шарик отскочит в горизонтальном направлении. Записав законы движения шарика

$$x = \cos t \frac{1}{2} g \sin t^2;$$

$$y = \sin t \frac{1}{2} g \cos t^2$$

в момент второго удара о плоскость ($x = S; y = 0$)

$$S = \cos t \frac{1}{2} g \sin t^2;$$

$$0 = \sin t \frac{1}{2} g \cos t^2,$$

с учетом (1) получим:

$$t = \frac{2 \sin}{g \cos}; \quad S = \frac{2^2 \sin}{g} = \frac{2^2 \sin^3}{g \cos^2}; \quad S = 4h \sin (1 + \tan) = 2,83 \text{ м.}$$

Ответ: $S = 4h \sin (1 + \tan) = 2,83 \text{ м.}$

Задача №2

Рассмотрим бесконечно малый элемент кольца длиной l .

Полагая, что масса кольца m распределена по всей его длине равномерно, найдем массу единицы длины кольца

$$m_{\text{ед}} = \frac{m}{2R}$$

и массу элемента кольца длиной l

$$m = m_{\text{ед}} l = \frac{m}{2R} l.$$

Представив длину l через радиус кольца R и угол θ , получим

$$l = R \theta; \quad m = \frac{m}{2R} R \theta.$$

Запишем уравнение движения элемента кольца в проекциях на оси системы координат в виде

$$m^2 R = 2T \sin N; \quad 0 = F_{\text{тр}} - m g,$$

где $F_{\text{тр}} = N$.

Поскольку длина l мала, то угол θ также мал, и можно положить $\sin \theta \approx \theta$. Тогда уравнения движения примут вид

$$m^2 R = 2T \sin N; \quad 0 = N - m g.$$

Отсюда получим:

$$m^2 R = 2T; \quad \frac{m g}{2T} = \frac{m^2 R}{2T} = \frac{m g}{m^2 R}; \quad \frac{m g}{2T} = \frac{m g}{m^2 R} = 0,32.$$

Ответ: $\frac{m g}{2T} = 0,32$.

Задача №3

На основании закона сохранения импульса

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p},$$

где $\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1$, $\vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2$, $\vec{p} = m \vec{u}$ – импульсы тел до столкновения и импульс составного тела сразу после столкновения.

Изобразим на рисунке направления импульсов до и после столкновения.

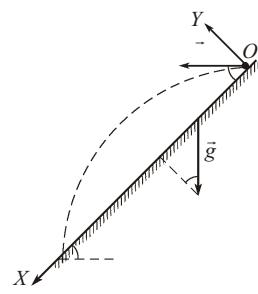
Следовательно,

$$E = \frac{m_1^2}{2} + \frac{m_2^2}{2} - \frac{p_1^2}{2} - \frac{p_2^2}{2} - \frac{p^2}{2} = \frac{m_1^2}{2} + \frac{m_2^2}{2} - \frac{(m_1^2 + m_2^2)^2}{2m} - \frac{m^2 u^2}{2} = \frac{m^2}{m} - \frac{m_1^2 + m_2^2}{m} = \frac{m^2}{m} - \frac{m_1^2 + m_2^2}{m}.$$

Отсюда получим:

$$E = \frac{m^2}{m} - \frac{(m_1 + m_2)^2}{m} = \frac{m^2}{m} - m_1^2 - m_2^2; \quad m_1 = \frac{E}{2} = 0,25 \text{ кг}; \quad m_2 = m - m_1 = 0,45 \text{ кг.}$$

Ответ: $m_1 = E/m = 0,25 \text{ кг}; m_2 = m - m_1 = 0,45 \text{ кг.}$



Задача №4

В циклическом процессе 1 2 3 1 газ получает теплоту при изохорическом нагревании, отдает при изотермическом сжатии. Следовательно, КПД цикла

$$\frac{A}{Q_h} \frac{A}{Q_{31}},$$

$$A = \frac{A}{Q_{31}}.$$

отсюда работа газа за цикл

$$Q_{31} = U_{31} - U_{11} = A_3 - \frac{1}{2} R(T_1 - T_3).$$

КПД цикла Карно, проводимого в диапазоне температур, соответствующем изохорическому процессу 3 1 ($T_{\min} = T_3; T_{\max} = T_1$),

$$\kappa = \frac{T_1 - T_3}{T_1}.$$

Поскольку максимальная температура в цикле $T_1 = T$, то

$$T = T_3 + \kappa T; \quad Q_{31} = \frac{1}{2} R(T - T_3) = \frac{1}{2} R \kappa T; \quad A = \frac{1}{2} R \kappa T = 638,5 \text{ Дж.}$$

Ответ: $A = \frac{1}{2} R \kappa T = 638,5 \text{ Дж.}$

Задача №5

Через сопротивления R и $3R$ будут течь одинаковые токи I . При этом напряжение U_1 на конденсаторе емкостью C будет равно падению напряжения на сопротивлении R , а напряжение U_2 на конденсаторе емкостью $3C$ – падению напряжения на сопротивлении $2R$:

$$U_1 = I R; \quad U_2 = I 3R.$$

Следовательно, заряды конденсаторов

$$q_1 = C U_1 = C I R; \quad q_2 = 3C U_2 = 9C I R,$$

а их отношение

$$q_2/q_1 = 9.$$

Ответ: $q_2/q_1 = 9$.

Задача №6

Запишем формулу собирающей линзы в случае действительного изображения жука, когда он находился на оптической оси линзы на расстояниях d_1 и d_2 от линзы:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{F}; \quad \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{F}. \quad (1)$$

Запишем формулу увеличения линзы в случае, когда жук полз перпендикулярно к главной оптической оси линзы:

$$\Gamma = \frac{f_2}{d_2} = \frac{u}{d_2},$$

где u – средняя скорость изображения жука в этом случае, равная скорости v . Следовательно,

$$f_2 = d_2. \quad (2)$$

Уз уравнений (1) и (2) получим:

$$\frac{1}{d_2} = \frac{1}{d_2} - \frac{1}{F}; \quad d_2 = 2F; \quad f_1 = \frac{d_1 F}{d_1 - F}; \quad f_2 = \frac{d_2 F}{d_2 - F} = 2F. \quad (3)$$

Поскольку по условию задачи скорость жука

$$\frac{d_2 - d_1}{t} = \frac{2F - d_1}{t}$$

меньше средней скорости его изображения

$$u = \frac{f_1 f_2}{t} = \frac{F(2F - d_1)}{t(d_1 - F)}$$

в 2 раза, то

$$2(2F - d_1) = \frac{F(2F - d_1)}{d_1 - F}; \quad 2(d_1 - F) = F; \quad d_1 = \frac{3}{2} F; \quad d = d_2 - d_1 = \frac{1}{2} F.$$

Ответ: $d = \frac{1}{2} F$.

Вариант №7

Задача №1

В состоянии невесомости после освобождения системы пластина и пластина с закрепленным на ней телом вернутся в состояние, когда пружина недеформирована.

От момента освобождения системы до момента, когда пружина вернется в недеформированное состояние, движение можно рассматривать как колебание пружинного маятника, который начинает движение из крайней точки. При этом время движения до положения равновесия будет равно четверти периода колебаний такого «маятника»:

$$t_0 = \frac{1}{4} T_0 = \sqrt{\frac{m_0}{k}}; \quad t = \frac{1}{4} T = \sqrt{\frac{m_0 + m}{k}},$$

где k – коэффициент жесткости пружины; m – масса взвешиваемого тела.

Следовательно,

$$\frac{t_0}{t} = \sqrt{\frac{m_0}{m_0 + m}}; \quad m = m_0 - \frac{t^2}{t_0^2} = 1 - 6 \text{ кг.}$$

Ответ: $m = m_0 - \frac{t^2}{t_0^2} = 1 - 6 \text{ кг.}$

Задача №2

Так как система симметрична, то клинья будут двигаться одинаково. Поэтому рассмотрим движение цилиндра и одного из клиньев.

Уравнения движения цилиндра и клина в проекциях на оси системы координат:

$$OY: M a_1 = M g N_1 \cos \theta N_2 \cos \theta, \quad (1)$$

$$OX: m a_2 = N'_1 \sin \theta, \quad (2)$$

где $N_2 = N_1$, $N'_1 = N_1$.

Из рисунка видно, если цилиндр опустится на расстояние S_1 , то клин сместится на S_2 , причем $S_1 = S_2 \tan \theta$. Следовательно,

$$a_1 = a_2 \tan \theta. \quad (3)$$

Решив систему уравнений (1)–(3) относительно a_1 , получим:

$$N_1 = \frac{M a_2}{\sin \theta}; \quad M a_1 = M g \frac{2 \frac{M a_2}{\sin \theta} \cos \theta}{\sin \theta} = M g \frac{2 \frac{M a_1}{\tan^2 \theta} \cos \theta}{\sin \theta} = M g \frac{\tan^2 \theta}{2 \sin \theta} = 0,47 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a_1 = \frac{M g \tan^2 \theta}{2 \sin \theta} = 0,47 \text{ м/с}^2$.

Задача №3

Амплитуда колебаний определяется начальной скоростью чаши и ее смещением из положения равновесия в момент начала колебаний. Поскольку части песка сбросили с чаши в крайнем верхнем положении (в котором скорость равна нулю) и колебания прекратились (амплитуда стала равной нулю), то это положение является новым положением равновесия чаши с оставшимся песком.

Начальное условие равновесия чаши с песком и условие равновесия после того, как сбросили часть песка:

$$m g = F_{\text{упр}1}; \quad (m - m)g = F_{\text{упр}2},$$

где m – масса сброшенного песка; $F_{\text{упр}1} = k x_1$, $F_{\text{упр}2} = k x_2$ (здесь k – коэффициент жесткости пружины), причем $x_1 = x_2 = A$. Отсюда получим:

$$A = \frac{F_{\text{упр}1}}{k} = \frac{F_{\text{упр}2}}{k} = \frac{m g}{k} = \frac{(m - m)g}{k} = \frac{m g}{k}; \quad m = \frac{k A}{g}.$$

Воспользовавшись формулой для периода колебаний пружинного маятника

$$T = 2 \pi \sqrt{m/k},$$

получим:

$$k = \frac{4 \pi^2 m}{T^2}; \quad m = \frac{4 \pi^2 m A}{g T^2} = 32 \text{ г.}$$

Ответ: $m = \frac{4 \pi^2 m A}{g T^2} = 32 \text{ г.}$

Задача №4

Работа, совершаемая газом за цикл,

$$A = (P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = P \cdot V.$$

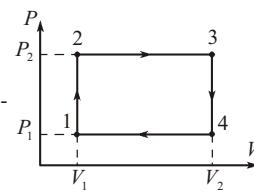
В циклическом процессе газ получает теплоту в процессах изохорического нагревания 1–2 и изобарического расширения 2–3:

$$Q_{\text{н}} = Q_{12} = Q_{23},$$

где

$$Q_{12} = U_{12} = A_{12} = \frac{1}{2} R (T_2 - T_1);$$

$$Q_{23} = U_{23} = A_{23} = \frac{1}{2} R (T_3 - T_2) = P_2 (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} R (T_3 - T_2) = P_2 \cdot V.$$



Записав уравнение Менделеева Клапейрона в характерных состояниях

$$P_1 V_1 = R T_1; \quad P_2 V_1 = R T_2; \quad P_2 V_2 = R T_3; \quad P_1 V_2 = R T_4,$$

получим:

$$Q_{12} = \frac{1}{2} (P_2 V_1 - P_1 V_1) = \frac{1}{2} V_1 (P_2 - P_1) = \frac{1}{2} V_1 P;$$

$$Q_{23} = \frac{1}{2} (P_2 V_2 - P_2 V_1) = P_2 V = \frac{1}{2} P_2 (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} P_2 V;$$

$$Q_{\text{н}} = \frac{1}{2} V_1 P = \frac{1}{2} P_2 V.$$

Следовательно, КПД цикла

$$\frac{A}{Q_{\text{н}}} = \frac{P \cdot V}{\frac{1}{2} V_1 P} = \frac{P}{\frac{1}{2} V_1} = \frac{P}{V_1}.$$

Отсюда получим:

$$\frac{\frac{1}{2} V_1 P}{P} = \frac{\frac{1}{2} P_2 V}{V} = \frac{\frac{1}{2} P_2 V}{P} = \frac{\frac{1}{2} P_1 V}{V} = \frac{\frac{1}{2} P_1 V}{P};$$

$$\frac{\frac{1}{2} P_2 V}{P} = \frac{\frac{1}{2} P_1 V}{V} = \frac{\frac{1}{2} P_1 V}{P} = \frac{\frac{1}{2} P_1 V}{V} = \frac{5}{2} \frac{\frac{1}{2} V_1}{P} = \frac{5}{2} \frac{V_1}{P} = \frac{5}{2} \frac{V_1}{V} = \frac{5}{2}.$$

Очевидно, КПД цикла будет максимальным при $V_1 = V$ и $P_1 = P$:

$$\frac{5}{2}; \quad \max \frac{5}{2} = 40\%.$$

Ответ: $\max \frac{5}{2} = 40\%$.

Задача №5

В силу громоздкости решения в общем виде, задачу будем решать, проводя вычисления.

Из формулы мощности

$$N = U^2/R$$

найдем сопротивления лампочки и электрокамина:

$$R_1 = U^2/N_1 = 484 \text{ Ом}; \quad R_2 = U^2/N_2 = 96,8 \text{ Ом}.$$

До включения камина общее сопротивление цепи, ток в цепи и напряжение на лампочке:

$$R_{\text{общ}1} = R_0 + R_1 = 488 \text{ Ом}; \quad I_1 = \frac{U}{R_{\text{общ}1}} = 0,451 \text{ А}; \quad U_1 = I_1 R_1 = 218,2 \text{ В}.$$

После включения камина общее сопротивление цепи, ток в цепи и напряжение на лампочке:

$$R_{\text{общ}2} = R_0 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 84,67 \text{ Ом}; \quad I_2 = \frac{U}{R_{\text{общ}2}} = 2,6 \text{ А}; \quad U_2 = I_2 \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 209,7 \text{ В}.$$

Следовательно, после включения камина напряжение на лампочке уменьшилось на

$$U = U_1 - U_2 = 8,5 \text{ В}.$$

Ответ: $U = 8,5 \text{ В.}$

Задача №6

Запишем формулу собирающей линзы в случае действительного изображения предмета и формулу увеличения:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F}; \quad \Gamma_1 = \frac{f_1}{d_1},$$

где $d_1 = 3F$. Отсюда получим:

$$f_1 = \frac{1}{2} F; \quad \Gamma_1 = \frac{1}{2}.$$

Изображение, даваемое собирающей линзой, является предметом для рассеивающей линзы и будет находиться от нее на расстоянии $d_2 = 2F$; $f_2 = \frac{1}{2} F$ со стороны падения лучей (т.е. предмет для рассеивающей линзы будет действительным, а его изображение – мнимым).

Запишем формулу рассеивающей линзы и формулу увеличения:

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F}; \quad \Gamma_2 = \frac{f_2}{d_2}.$$

Отсюда получим:

$$f_2 = \frac{d_2 F}{d_2 - F}; \quad \Gamma_2 = \frac{F}{d_2 - F} = \frac{F}{\frac{1}{2} F - F} = \frac{F}{-\frac{1}{2} F} = -2.$$

Следовательно, увеличение системы линз

$$\Gamma = \Gamma_1 \Gamma_2 = -1.$$

Ответ: $\Gamma = \Gamma_1 \Gamma_2 = -1$.

B. Denys

Вариант №8

Задача №1

Под действием поршня контейнер будет двигаться вертикально вверх с ускорением $a = (F - mg)/m = (nmg - mg)/m = (n-1)g$.

При этом за время t контейнер поднимется на высоту

$$h_1 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(n-1)gt^2$$

и приобретет скорость

$$a = t(n-1)g = t.$$

Затем в течение времени

$$t_1 = /g = (n-1)t$$

контейнер будет двигаться равнозамедленно с ускорением свободного падения и пройдет путь

$$h_2 = ^2/2g = \frac{1}{2}(n-1)^2 g t^2.$$

Время свободного падения контейнера с высоты $h = h_1 + h_2$

$$t_2 = \sqrt{2h/g} = t\sqrt{(n-1)/(n-1)^2} = t.$$

Таким образом, время пребывания контейнера в состоянии невесомости

$$t_1 + t_2 = (n-1)t + t\sqrt{(n-1)/(n-1)^2} = 5 \text{ с.}$$

Ответ: $(n-1)t + t\sqrt{(n-1)/(n-1)^2} = 5 \text{ с.}$

Задача №2

Уравнения движения шара и клина в проекциях на оси системы координат:

$$OY: M a_1 = M g - N_1 \cos \alpha, \quad (1)$$

$$OX: m a_2 = N'_1 \sin \alpha, \quad (2)$$

где $N'_1 = N_1$.

Из рисунка видно, если шар опустится на расстояние S_1 , то клин сместится на S_2 , причем $S_1 = S_2 \operatorname{tg} \alpha$. Следовательно,

$$a_1 = a_2 \operatorname{tg} \alpha.$$

Решив систему уравнений (1) – (3) относительно a_2 , получим:

$$N_1 = \frac{m a_2}{\sin \alpha}; \quad M a_2 \operatorname{tg} \alpha = M g - \frac{m a_2}{\sin \alpha} \cos \alpha; \quad a_2 = \frac{M g \operatorname{tg} \alpha}{M \operatorname{tg}^2 \alpha} = 0,55 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a_2 = \frac{M g \operatorname{tg}^2 \alpha}{M \operatorname{tg}^2 \alpha} = 0,55 \text{ м/с}^2$.

Задача №3

Амплитуда колебаний определяется начальной скоростью чаши и ее смещением из положения равновесия в момент начала колебаний. Поскольку гирьку поставили на чашу в крайнем нижнем положении (в котором скорость равна нулю) и колебания прекратились (амплитуда стала равной нулю), то это положение является новым положением равновесия чаши с гирькой.

Условия равновесия чаши и чаши с гирькой:

$$M g = F_{\text{упр}1}; \quad (M+m)g = F_{\text{упр}2},$$

где $F_{\text{упр}1} = kx_1$, $F_{\text{упр}2} = kx_2$ (здесь k – коэффициент жесткости пружины), причем $x_2 = x_1 + A$. Отсюда получим:

$$A = \frac{F_{\text{упр}2}}{k} - \frac{F_{\text{упр}1}}{k} = \frac{(M+m)g}{k} - \frac{Mg}{k} = \frac{mg}{k} = \frac{mg}{A}.$$

Воспользовавшись формулой для периода колебаний пружинного маятника, получим:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{MA}{mg}} = 1,4 \text{ с.}$$

Ответ: $T = 2\pi \sqrt{\frac{MA}{mg}} = 1,4 \text{ с.}$

Задача №4

Работа, совершаемая газом за цикл,

$$A = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}P(V_2 - V_1).$$

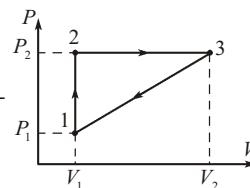
В циклическом процессе газ получает теплоту в процессах изохорического нагревания 1–2 и изобарического расширения 2–3:

$$Q_{\text{н}} = Q_{12} + Q_{23},$$

где

$$Q_{12} = U_{12} = A_{12} = \frac{1}{2}R(T_2 - T_1);$$

$$Q_{23} = U_{23} = A_{23} = \frac{1}{2}R(T_3 - T_2) = P_2(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}R(T_3 - T_2) = P_2(V_2 - V_1).$$



Записав уравнение Менделеева Клапейрона в характерных состояниях

$$\frac{P_1 V_1}{R T_1}; \quad \frac{P_2 V_1}{R T_2}; \quad \frac{P_2 V_2}{R T_3},$$

получим:

$$Q_{12} = \frac{1}{2}(P_2 V_1 - P_1 V_1) = \frac{1}{2}V_1(P_2 - P_1) = \frac{1}{2}V_1 P;$$

$$Q_{23} = \frac{1}{2}(P_2 V_2 - P_2 V_1) = P_2 V_2 - \frac{1}{2}P_2(V_2 - V_1) = P_2 V_2 - \frac{1}{2}P_2 V;$$

$$Q_{\text{н}} = \frac{1}{2}V_1 P = \frac{1}{2}P_2 V.$$

Следовательно, КПД цикла

$$\frac{A}{Q_{\text{н}}} = \frac{\frac{1}{2}P V}{\frac{1}{2}V_1 P} = \frac{P}{V_1} = \frac{P}{\frac{3V_1}{P} + \frac{5P_2}{V}} = \frac{P}{\frac{3V_1}{P} + \frac{5P_1}{V}}.$$

$$= \frac{3V_1 P}{P V} = \frac{3V_1 P}{P V} = \frac{3V_1 P}{P V} = \frac{3V_1}{V} = \frac{5P_1}{P} = \frac{3V_1}{V} = \frac{5P_1}{P}.$$

Очевидно, КПД цикла будет максимальным при $V_1 = V$ и $P_1 = P$:

$$\frac{A}{Q_{\text{н}}} = \frac{5}{5} = 1; \quad \max \frac{A}{Q_{\text{н}}} = \frac{20}{5} = 40\%.$$

Ответ: $\max \frac{A}{Q_{\text{н}}} = 40\%$.

Задача №5

В силу громоздкости решения в общем виде, задачу будем решать, проводя вычисления.

Из формулы мощности

$$N = U^2/R$$

найдем сопротивления лампочки:

$$R_1 = U^2/N_1 = 484 \Omega.$$

До включения камина общее сопротивление цепи, ток в цепи и напряжение на лампочке:

$$R_{\text{общ}} = R_0 + R_1 = 490 \Omega; \quad I_1 = \frac{U}{R_{\text{общ}}} = 0,45 \text{ A}; \quad U_1 = I_1 R_1 = 217,3 \text{ В}.$$

После включения камина напряжение U_2 на общем сопротивлении R_{12} лампочки и электрокамина и падение напряжения U_0 на подводящих проводах:

$$U_2 = U_1 = 210,6 \text{ В}; \quad U_0 = U - U_2 = 9,4 \text{ В},$$

где $R_{12} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$.

Поскольку ток в неразветвленной части цепи равен суммарному току через нагрузку, то

$$\frac{U_0}{R_0} = \frac{U_2}{R_{12}}.$$

Следовательно,

$$R_{12} = \frac{U_2}{U_0} R_0 = 134,4 \Omega; \quad R_2 = \frac{R_1 R_{12}}{R_1 + R_{12}} = 186 \Omega; \quad N_2 = \frac{U^2}{R_2} = 260 \text{ Вт}.$$

Ответ: $N_2 = 260 \text{ Вт}$.

Задача №6

Запишем формулу рассеивающей линзы и формулу увеличения:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F}; \quad \Gamma_1 = \frac{f_1}{d_1},$$

где $d_1 = 3F$. Отсюда получим:

$$f_1 = \frac{1}{4}F; \quad \Gamma_1 = \frac{1}{4}.$$

Изображение, даваемое рассеивающей линзой, является предметом для собирающей линзы и будет находиться от нее на расстоянии $d_2 = 2F$, $f_2 = \frac{1}{4}F$ со стороны падения лучей (т.е. предмет и его изображение для собирающей линзы будут действительными).

Запишем формулу собирающей линзы и формулу увеличения:

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F}; \quad \Gamma_2 = \frac{f_2}{d_2}.$$

$$f_2 = \frac{d_2 F}{d_2 - F}; \quad \Gamma_2 = \frac{F}{d_2 - F} = \frac{F}{\frac{1}{4}F - F} = -\frac{4}{3}.$$

Следовательно, увеличение системы линз

$$\Gamma = \Gamma_1 \Gamma_2 = -\frac{4}{3}.$$

Ответ: $\Gamma = \Gamma_1 \Gamma_2 = -\frac{4}{3}$.

Председатель центральной методической комиссии по физике

B. Denys

Российская аэрокосмическая олимпиада школьников по физике

«СОГЛАСОВАНО»

Председатель Координационного Совета
Российской аэрокосмической олимпиады школьников

А.Н. Геращенко

Структура билетов и критерии оценки 2-го тура Российской аэрокосмической олимпиады школьников по физике в 2015 году

Билет, выдаваемый школьнику, содержит **6 задач** различной степени сложности по основным разделам физики: механика, молекулярная физика и термодинамика, электромагнетизм, оптика, атомная и ядерная физика. Каждый билет содержит **две задачи средней сложности, две задачи повышенной сложности, одну сложную и одну нестандартную задачу**. Таким образом, школьнику требуется продемонстрировать знания и умения решения задач разной сложности по темам из нескольких разделов физики. Задачи в билетах располагаются в соответствии с общепринятым порядком изучения основных разделов физики в школах.

Оценка работы складывается из баллов, полученных за каждую отдельную задачу. Максимальный вклад задачи средней сложности равен **10** баллам, повышенной сложности – **15**, сложной – **20**, нестандартной – **30**. Максимальная оценка за работу **100** баллов.

За решение каждой задачи билета выставляется одна из следующих оценок:

1,0 – задача решена правильно;

0,8 – задача решена правильно и получен ответ в общем виде; есть ошибка в размерности полученной физической величины или арифметическая ошибка;

0,6 – задача решена не полностью; имеются все необходимые для ее решения физические соотношения; есть ошибка в алгебраических преобразованиях;

0,4 – задача решена не полностью; отсутствуют некоторые физические соотношения, необходимые для решения задачи;

0,2 – задача не решена; в работе имеются лишь отдельные записи, относящиеся к решению данной задачи или к описанию явления, рассматриваемого в задаче;

0,0 – решение задачи или относящиеся к нему какие-либо записи в работе отсутствуют.

За каждую задачу ставится балл, равный оценке, полученной за ее решение, умноженной на максимальный балл за данную задачу.

За работу в целом ставится оценка, равная сумме баллов, полученных за решение каждой задачи. Если сумма баллов равна нулю, то итоговая оценка за работу «1».

Председатель центральной методической комиссии олимпиады

