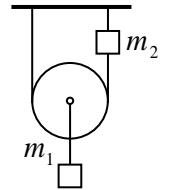


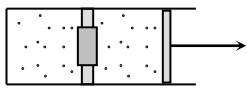
Решения
Очный отборочный тур олимпиады «Росатом»,
2021-2022 учебный год, физика, 11 класс

1. Болота А и В связаны протокой. Вода в протоке течет из А в В со скоростью u . В болотах живут две разные популяции лягушек, которые в какой-то момент решили поменяться болотами («езде хорошо, где нас нет!»). Для этого через интервалы времени Δt одновременно из А в В и из В в А отправляются в путешествие по одной лягушке соответствующих популяций. Скорость всех лягушек относительно воды постоянна и равна $v = 4u$. Сколько лягушек встречает на своем пути любая лягушка, плывущая из А в В? Длина протоки S .

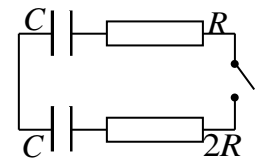
2. В системе из трех нитей, двух тел и одного блока силы натяжения двух из трех нитей одинаковы. Найти отношение масс тел m_1/m_2 . Блок и нити – невесомы. Система находится в равновесии.



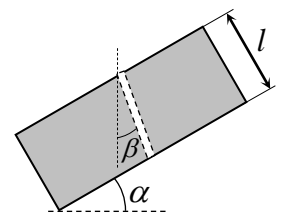
3. Цилиндр разделен на два равных отсека перегородкой с отверстием, закрытым пробкой. В обоих отсеках содержится идеальный газ под давлением p . Пробка вылетает при перепаде давлений Δp . С одного конца цилиндр запаян, с другого закрыт поршнем. Поршень медленно вытягивают пока пробка не вылетит, затем вытягивание прекращают. Найти установившееся давление. Температура постоянна.



4. Цепь, схема которой приведена на рисунке, состоит из двух конденсаторов емкости C и двух резисторов R и $2R$. До замыкания ключа пластины одного конденсатора заряжены зарядами q и $-q$, второй не заряжен. Ключ замыкают. Найти количества теплоты, Q_R и Q_{2R} , выделяющиеся на соответствующих резисторах за большой промежуток времени. Считать, что вся энергия выделяется на резисторах.



5. Доска толщиной l наклонена под углом α к горизонту. В доске под некоторым углом к ее плоскости просверлили дырку. При каком угле наклона дырки к вертикали β время спуска маленького тела через такую дырку минимально? Найти также это время. Трение отсутствует.



Решения

1. Рассмотрим лягушку, которая стартовала в некоторый момент времени. Очевидно, она встретит на своем пути всех лягушек, плывущих из болота В в болото А, которые к этому моменту не успели доплыть до болота А, и всех тех, которые стартуют из болота В, пока она не успела туда приплыть. А поскольку любая лягушка, плывущая из болота В, тратит на переход время

$$t_1 = \frac{l}{v-u} = \frac{l}{3u},$$

а лягушка, плывущая из А в В, тратит на переход время

$$t_2 = \frac{l}{v+u} = \frac{l}{5u},$$

то рассматриваемая лягушка встретит всех лягушек, которые стартовали из В в А в течение интервала времени

$$t_1 + t_2 = \frac{l}{3u} + \frac{l}{5u} = \frac{8l}{15u}$$

А поскольку лягушки стартуют через интервалы времени Δt , то за это время успеют стартовать

$$N = \left[\frac{8l}{15u\Delta t} \right]$$

([...]) - целая часть числа) лягушек. Именно столько лягушек встречает на своем пути любая лягушка, плывущая из А в В.

Критерии оценки задачи

1. Правильное использование формулы «расстояние-время-скорость» – 0,5 балла
2. Правильная идея решения – лягушка, плывущая из А в В встретит всех лягушек, которые не успели к моменту ее старта доплыть до А и стартовали до ее финиша в болоте В – 0,5 балла
3. Правильно найдены времена движения лягушек из А в В, и из В в А – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

Оценка за решение задачи равна сумме оценок по перечисленным критериям. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

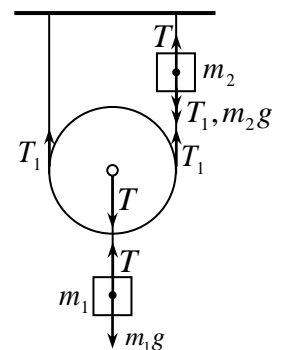
2. Очевидно, друг с другом могут совпадать только сила натяжения нити, которой тело m_1 привязано к оси блока, и сила натяжения нити, которой тело m_2 привязано к потолку (и которая не охватывает блок). Действительно, сила натяжения нити, охватывающей блок, в два раза больше силы натяжения нити, привязанной к его оси, и потому они не могут совпадать. Кроме того, в равновесии разность сил натяжения нитей, прикрепленных к телу m_2 , должна компенсировать силу тяжести этого тела; поэтому эти силы натяжения также не совпадают.

Пусть совпадающие силы натяжения равны \vec{T} (см. рисунок). Тогда, условия равновесия блока и двух тел дают

$$T_1 = \frac{T}{2}$$

$$T = m_1 g$$

$$T = m_2 g + T_1$$



Отсюда находим

$$\frac{m_1}{m_2} = 2$$

Критерии оценки задачи

1. Правильно понято и обосновано, какие из сил натяжения совпадают – 0,5 балла

2. Правильно расставлены силы – 0,5 балла

3. Правильные условия равновесия тел – 0,5 балла

4. Правильный ответ – 0,5 балла

Оценка за решение задачи равна сумме оценок по перечисленным критериям. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

3. При вытаскивании поршня, давление в закрытом им отсеке будет уменьшаться. Объем V_1 этого отсека в тот момент, когда выскочит пробка, можно найти по закону Бойля-Мариотта для газа в этом отсеке

$$pV = (p - \Delta p)V_1 \quad \Rightarrow \quad V_1 = \frac{pV}{p - \Delta p} \quad (1)$$

где V - первоначальный объем отсеков. По закону Клапейрона-Менделеева для газа в любом из первоначальных отсеков имеем

$$pV = \nu RT \quad \Rightarrow \quad \nu = \frac{pV}{RT} \quad (2)$$

где ν - количество вещества газа в отсеках (которое, очевидно, одинаковое), R - универсальная газовая постоянная, T - абсолютная температура. Применяя теперь закон Клапейрона-Менделеева ко всему сосуду (после выскакивания пробки), получим

$$p_x(V + V_1) = 2\nu RT$$

где p_x - искомое давление. Подставляя сюда объем V_1 из (1) и количество вещества газа из (2), найдем

$$p_x = \frac{2p(p - \Delta p)}{2p - \Delta p}$$

Критерии оценки решения задачи

1. Правильное использование закона Бойля – Мариотта или Клапейрона-Менделеева -0,5 балла

2. Правильно найден объем второго отсека в момент вылетания пробки – 0,5 балла

3. Правильное уравнение для установившегося давления – 0,5 балла

4. Правильный ответ – 0,5 балла

Оценка за решение задачи равна сумме оценок по перечисленным критериям. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

4. Поскольку конденсаторы одинаковы, на каждом из них после установления равновесия будет заряд $q/2$. Поэтому в цепи выделится энергия, равная разности начальной и конечной энергии цепи.

Начальная энергия цепи W_n равна энергии одного заряженного конденсатора

$$W_n = \frac{q^2}{2C}$$

Конечная энергия W_k равна энергии двух заряженных конденсаторов

$$W_k = 2 \frac{(q/2)^2}{2C} = \frac{q^2}{4C}$$

Поэтому суммарное количество теплоты, выделившееся в резисторах, равно

$$Q_R + Q_{2R} = \frac{q^2}{2C} - \frac{q^2}{4C} = \frac{q^2}{4C}$$

А поскольку в любой момент времени токи через резисторы будут одинаковы (они соединены последовательно), из закона Джоуля-Ленца заключаем, что в резисторе $2R$ выделится вдвое большее количество теплоты. Отсюда находим

$$Q_R = \frac{1}{3} \frac{q^2}{4C} = \frac{q^2}{12C}, \quad Q_{2R} = \frac{2}{3} \frac{q^2}{4C} = \frac{q^2}{6C}$$

Критерии оценки задачи

1. Правильное использование закона сохранения заряда – 0,5 балла
 2. Правильно найдено (по закону сохранения энергии) количество теплоты, которое выделяется в резисторах – 0,5 балла
 3. На основе закона Джоуля-Ленца обосновано соотношение теплот, выделяющихся в резисторах – 0,5 балла
 4. Правильный ответ – 0,5 балла
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок по перечисленным критериям. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

5. Найдем время спуска тела в дырке и исследуем его на минимум.

Из геометрических соображений очевидно, что при наклоне дырки под углом β к вертикали длина дырки x будет равна

$$x = \frac{l}{\cos(\alpha - \beta)}$$

При этом, поскольку дырка будет наклонена под углом $90^\circ - \beta$ к горизонту, ускорение тела в дырке a определяется соотношением

$a = g \sin(90^\circ - \alpha) = g \cos \alpha$. Поэтому время спуска тела в дырке t можно найти из закона равноускоренного движения

$$x = \frac{at^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2l}{g \cos(\alpha - \beta) \cos \beta}}$$

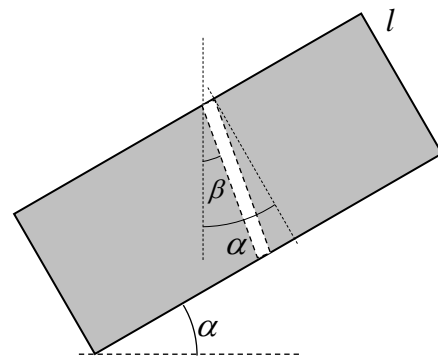
Используя известную тригонометрическую формулу, получим

$$t = \sqrt{\frac{4l}{g [\cos \alpha + \cos(\alpha - 2\beta)]}} \quad (3)$$

Из этой формулы следует, что время спуска минимально при таком угле наклона дырки к вертикали β , при котором максимален знаменатель. Или максимален $\cos(\alpha - 2\beta)$. Поэтому

$$\alpha = 2\beta$$

Таким образом, чтобы время спуска тела в дырке было минимально, дырка должна быть наклонена под углом



$$\beta = \frac{\alpha}{2}$$

к вертикали. Минимальное время спуска теперь легко найти из формулы (3), если подставить в нее это значение угла β . Поэтому

$$t_{\min} = \sqrt{\frac{4l}{g(1 + \cos \alpha)}}$$

Критерии оценки задачи

- 1. Правильные законы равноускоренного движения – 0,5 балла**
- 2. Правильно найдено время спуска для произвольного угла β – 0,5 балла**
- 3. Обоснована минимальность этого выражения при $\beta = \alpha/2$ – 0,5 балла**
- 4. Правильный ответ для минимального времени спуска – 0,5 балла**

Оценка за решение задачи равна сумме оценок по перечисленным критериям. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.