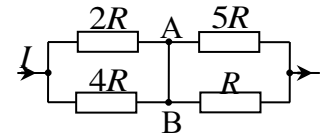


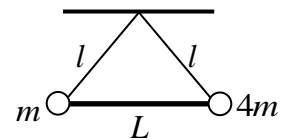
**Решения и критерии оценивания решений задач
Заключительного тура олимпиады «Росатом», 2021-2022 учебный год,
физика, 10 класс**

1. Скорость тела, брошенного с земли под некоторым углом к горизонту, оказалась направленной под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту в моменты времени t_1 и t_2 , отсчитанные от момента броска. Найти дальность полета тела и максимальную высоту подъема. Ускорение свободного падения равно g . Сопротивлением воздуха пренебречь.

2. Сопротивления резисторов в цепи, схема которой показана на рисунке, даны на схеме. Известно, что сила тока во внешней цепи составляет $I = 6$ А. Найти силу тока, текущего по перемычке АВ, от В к А. Сопротивлением проводов пренебречь.

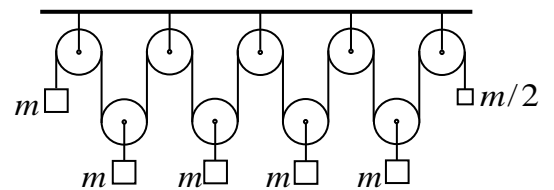


3. Два груза с массами m и $4m$ подвешены на невесомых нерастяжимых нитях длиной l прикрепленных к одной точке горизонтального потолка. Между телами вставляют невесомый стержень длиной L , прикрепляют к ним и удерживают систему в таком положении, что стержень горизонтален (см. рисунок). В некоторый момент времени тела отпускают. Найти их ускорения сразу после этого.



4. В цилиндрическом сосуде под невесомым поршнем находится идеальный газ. Объем газа V_0 , абсолютная температура T_0 , давление газа равно внешнему давлению p_0 . Между поршнем и стенками сосуда действует сила трения. Газ в сосуде медленно нагревают, и при температуре $6T_0/5$ поршень начинает перемещаться. Газ нагревают до температуры $2T_0$, затем нагрев прекращают, и газ медленно остывает до первоначальной температуры. Построить график зависимости объема газа от его температуры для указанного процесса и найти объем и давление газа во всех состояниях, когда меняется характер процесса, происходящего с газом. Считать, что максимальная сила трения между поршнем и стенками сосуда не зависит от их температуры.

5. Имеется девять одинаковых невесомых блоков, пять из которых неподвижны (их оси прикреплены к горизонтальному потолку), четыре – подвижны и охватываются одной и той же невесомой нерастяжимой нитью. К осям подвижных блоков и к одному из концов нити, охватывающей блоки, прикреплены пять тел с одинаковой массой m . Ко второму концу нити прикреплено тело массой $m/2$. Найти ускорения всех тел.



Решения

1. Поскольку траектория тела симметрична относительно верхней точки, время подъема $t_{\text{под}}$ тела на максимальную высоту лежит ровно посередине между моментами t_1 и t_2 :

$$t_{\text{под}} = \frac{t_2 + t_1}{2}, \quad (1)$$

а полное время движения $t_{\text{полн}}$ есть удвоенное время (1)

$$t_{\text{полн}} = t_2 + t_1, \quad (2)$$

Из формулы (1) и закона изменения скорости тела для равноускоренного движения, находим изменение вертикальной проекции скорости тела за время подъема на максимальную высоту:

$$0 = v_{0,y} - \frac{g(t_2 + t_1)}{2}$$

где $v_{0,y}$ - проекция вектора начальной скорости на вертикальную ось. Отсюда находим вертикальную проекцию начальной скорости тела

$$v_{0,y} = \frac{g(t_2 + t_1)}{2}$$

Горизонтальную проекцию начальной скорости можно найти из следующих соображений. Поскольку от момента t_1 до момента подъема на максимальную высоту (т.е. за время $(t_2 - t_1)/2$) вертикальная проекция уменьшается до нуля, то применяя закон движения для скорости к этому этапу движения, получим

$$0 = v_{1,y} - \frac{g(t_2 - t_1)}{2}$$

где $v_{1,y}$ - вертикальная проекция вектора скорости тела в момент времени t_1 . Поэтому

$$v_{1,y} = \frac{g(t_2 - t_1)}{2}$$

Поэтому горизонтальная проекция скорости тела в этот момент есть

$$v_{1,x} = v_{1,y} \operatorname{ctg} \alpha = \frac{g(t_2 - t_1)}{2} \sqrt{3} = v_{0,x} \quad (3)$$

А поскольку горизонтальная составляющая скорости не меняется, то в процессе всего движения она будет (3). Отсюда и формулы (2) находим дальность полета S

$$S = v_{0,x} t_{\text{полн}} = \frac{g(t_2 - t_1)}{2} \sqrt{3} (t_2 + t_1) = \frac{\sqrt{3}}{2} g (t_2^2 - t_1^2)$$

Максимальную высоту подъема h можно найти, зная вертикальную проекцию начальной скорости

$$h = \frac{v_{0,y}^2}{2g} = \frac{g(t_2 + t_1)^2}{8}$$

Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

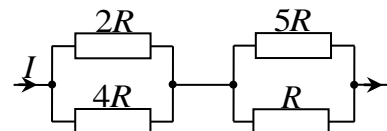
1. Правильно найдено полное время полета тела и время подъема на максимальную высоту – 0,5 балла
2. Правильно найдена вертикальная проекция начальной скорости тела – 0,5 балла
3. Правильно найдена горизонтальная проекция вектора начальной скорости тела – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

Оценка за задачу является суммой оценок по вышеперечисленным критериям

2. Поскольку сопротивлением проводов можно пренебречь, то данная в условии задачи цепь эквивалентна цепи, показанной на рисунке.

Поэтому ток, текущий во внешней цепи, на левой паре сопротивлений

делится в пропорции 4:2 (ток, текущий через сопротивление $2R$, к току, текущему через сопротивление $4R$), а на правой паре сопротивлений в пропорции 1:5 (ток, текущий через сопротивление $5R$, к току, текущему через сопротивление R).



Поэтому через сопротивление $2R$ течет ток $I_{2R} = \frac{2}{3}I$, а через сопротивление $5R$ течет ток

$I_{5R} = \frac{1}{6}I$. Поэтому правило токов (равенство суммы втекающих и вытекающих токов) в узле А дает

$$I_{2R} + I_{BA} = I_{5R} \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{3}I + I_{BA} = \frac{1}{6}I$$

где I_{BA} - ток, текущий по перемычке АВ от В к А. Отсюда находим

$$I_{BA} = -\frac{1}{2}I = -3 \text{ А}$$

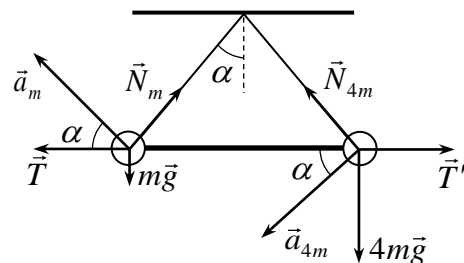
Знак минус показывает, что ток течет от А к В.

Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильная идея решения – использование правил токов в вершинах А и В – 0,5 балла
2. Правильно найдены токи через все резисторы – 0,5 балла
3. Правильный ответ для величины тока через перемычку – 0,5 балла
4. Правильное направление тока через перемычку – 0,5 балла

Оценка за задачу является суммой оценок по вышеперечисленным критериям

3. Поскольку в процессе движения тел нити останутся натянутыми, тела будут двигаться по окружностям с центром в точке крепления нитей. Но в начальный момент их скорость равна нулю, поэтому ускорения тел не будут иметь центростремительной составляющей, а будут направлены перпендикулярно нитям (см. рисунок). Кроме того, поскольку проекции ускорений тел на направление стержня одинаковы (стержень нерастяжим), то ускорения тел равны по величине. На тела действуют: силы натяжения стержня \vec{T} и \vec{T}' , которые могут быть направлены только вдоль стержня, поскольку он не имеет массы, \vec{N}_m и \vec{N}_{4m} - силы натяжения нитей, направленные вдоль нитей, и силы тяжести $m\vec{g}$ и $4m\vec{g}$ (см. рисунок). Поэтому второй закон



Ньютона для тел дает

$$m\vec{a}_m = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{N}_m$$

$$4m\vec{a}_{4m} = 4m\vec{g} + \vec{T}' + \vec{N}_{4m}$$

Проецируя эти уравнения на оси, перпендикулярные нитям, и учитывая, что именно так направлены векторы ускорений тел, получим

$$ma = T \cos \alpha - mg \sin \alpha$$

$$4ma = 4mg \sin \alpha - T \cos \alpha$$

Складывая эти уравнения и учитывая, что $\sin \alpha = L/2l$ (см. рисунок), получим

$$a = \frac{3}{10} \frac{gL}{l}$$

Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

- 1. Правильно найдены направления ускорений тел в начальный момент (перпендикулярно нитям) – 0,5 балла**
- 2. Доказательство одинаковости ускорений тел – 0,5 балла**
- 3. Правильные уравнения второго закона Ньютона для обоих тел в проекциях на оси, перпендикулярные нитям – 0,5 балла**
- 4. Правильный ответ для ускорения тел – 0,5 балла**

Оценка за задачу является суммой оценок по вышеперечисленным критериям

- 4. Поскольку до температуры $6T_0/5$ поршень остается на месте до этой температуры с газом происходит изохорический процесс. При этой температуре давление газа становится равным $6p_0/5$, и разность сил, действующих на поршень со стороны газа и внешнего атмосферного воздуха превысит максимальную силу трения между поршнем и стенками (которая направлена вниз). Следовательно,**

$$F_{mp, \max} = \frac{1}{5} p_0 S$$

Поскольку газ нагревают медленно, его давление в любой момент времени равно сумме внешнего давления и избыточного давления, созданного силой трения. А поскольку сила трения не зависит от температуры, процесс, происходящий с газом – изобарический при давлении $6p_0/5$. Объем газа при температуре $2T_0$ можно найти по закону Гей-Люссака

$$\frac{V_0}{6T_0/5} = \frac{V_1}{2T_0}$$

где V_1 - объем газа при температуре $2T_0$. Отсюда находим

$$V_1 = \frac{5}{3} V_0$$

После того как нагревание прекратили, поршень остановился, а газ начал охлаждаться. Но поршень не начнет двигаться вниз до того момента, как разность сил, действующих на него со стороны внешнего воздуха и газа не превысит максимальную силу трения (но направленную вверх). Поэтому с газом будет происходить изохорическое охлаждение при объеме V_1 до давления

$$p_1 = p_0 - \frac{1}{5} p_0 = \frac{4}{5} p_0$$

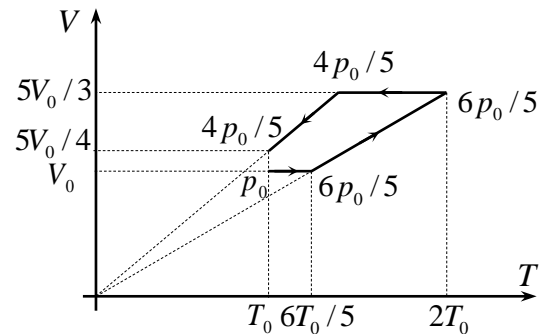
Температуру газа в этот момент можно найти по закону Шарля

$$\frac{6p_0/5}{2T_0} = \frac{p_1}{T_1} = \frac{4p_0/5}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{4}{3} T_0$$

После достижения этой температуры давление газа станет равно p_1 , и с газом будет проходить изобарическое охлаждение при этом давлении до температуры T_0 . Объем газа V_2 в конечном состоянии можно найти по закону Гей-Люссака

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_0} \Rightarrow V_2 = \frac{5}{4} V_0$$

График зависимости объема газа от его температуры с указанием характерных параметров газа при изменении характера процесса, приведен на рисунке.



Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильное определение моментов начала движения поршня – разность сил, действующих на поршень со стороны внешнего и внутреннего воздуха равно максимальной силе трения между поршнем и стенками сосуда – 0,5 балла
2. Правильно найдена максимальная сила трения – 0,5 балла
3. Правильное определение характера всех процессов, происходящих с газом в сосуде – 0,5 балла
4. Правильный график зависимости объема газа от его температуры с нанесением всех характерных точек – 0,5 балла

Оценка за задачу является суммой оценок по вышеперечисленным критериям

5. Пусть сила натяжения нити, охватывающей все блоки, равна T . Тогда (поскольку блоки невесомы) на нижние тела действует сила натяжения $2T$. Поэтому второй закон Ньютона для нижних тел дает

$$ma_x = 2T - mg$$

где a_x - проекция вектора ускорения этих тел на ось, направленную вертикально вверх (естественно, ускорения этих тел одинаковы). Второй закон Ньютона для левого и правого тел (также в проекциях на ось, направленную вертикально вверх) дают

$$ma_{x,лев} = T - mg$$

$$\frac{m}{2} a_{x,прав} = T - \frac{m}{2} g$$

Поскольку первое и последнее уравнение совпадают (они отличаются только множителем 2), ускорения нижних тел и правого тела совпадают (и по величине и по направлению). А ускорение левого – отличается. Найдем связь этих ускорений. Если нижние тела и правое тело движутся вверх, то левое тело движется вниз. И наоборот. Поэтому знаки величин a_x и $a_{x,лев}$ - противоположны. Если нижние и правый грузы поднялись на величину Δx , то освободилось $9\Delta x$ нити левее самого левого

блока, и, следовательно, левое тело опустилось на $9\Delta x$. Следовательно, левое тело в любой момент времени имеет в 9 раз большую скорость, чем нижние тела и правое тела, и, следовательно, его ускорение в 9 раз больше по величине ускорений нижних и правого тела. С учетом этих связей уравнения дают

$$\begin{aligned} ma_x &= 2T - mg \\ -m9a_x &= T - mg \end{aligned}$$

Решая эту систему, находим ускорения нижних и правого тела

$$a_x = \frac{1}{19}g$$

а затем из условия связи ускорений – ускорение левого тела

$$a_{x,лев} = -\frac{9}{19}g$$

Поскольку проекции ускорений нижних и правого тел на ось, направленную вертикально вверх, оказались положительны, нижнее и правое тела имеют ускорения, направленные вертикально вверх и равные по величине

$$a_{нижн} = a_{прав} = \frac{1}{19}g$$

Ускорение левого тела направлено вертикально вниз и равно

$$a_{лев} = \frac{9}{19}g$$

Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

- 1. Правильные уравнения второго закона Ньютона для всех тел – 0,5 балла**
- 2. Доказательство, что ускорения правого и нижних тел одинаковы по величине и направлению – 0,5 балла**
- 3. Правильная кинематическая связь ускорения левого тела и остальных тел – 0,5 балла**
- 4. Правильные ответы для ускорений – 0,5 балла**

Оценка за задачу является суммой оценок по вышеперечисленным критериям

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.