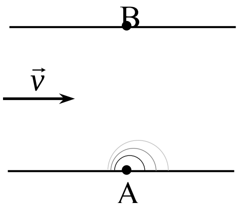
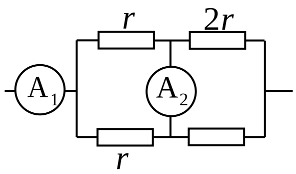
Решения и критерии оценивания решений
Задач заключительного тура олимпиады «Росатом», 2020-2021 учебный год,
физика, 9 класс

Задание

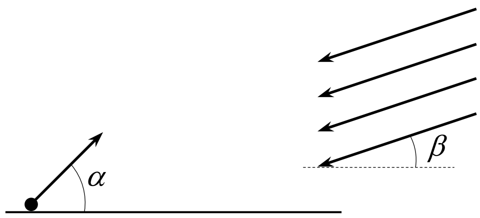
1. На горизонтальной поверхности находятся 20 тел массой m каждое, связанные пружинами с жесткостью k и длиной в недеформированном состоянии l_0. Тела аккуратно двигают по поверхности, растягивая пружины. Найти максимальную длину цепочки тел, при которой все тела будут находиться в покое. Коэффициент трения между телами и поверхностью μ. Для любых растяжений пружин выполняется закон Гука. Размерами тел пренебречь.



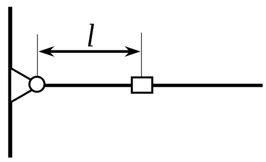
2. Около берега текущей со скоростью v реки бросили камень (в точке А), и по поверхности воды стала распространяться волна (см. рисунок). Через какое время волна достигнет точки В на другом берегу реки, расположенной напротив точки А, если ширина реки l, скорость волны в стоячей воде составляет $4v$?



3. В цепи, схема которой приведена на рисунке, сопротивления трех резисторов известны, четвертого – нет. Найти его сопротивление, если отношение показаний идеальных амперметров равно $n = 0,25$. Известные сопротивления приведены на рисунке.



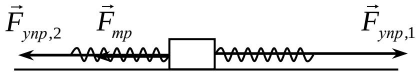
4. Тело бросают с поверхности земли под углом α к горизонту со скоростью v. Светит Солнце, и солнечные лучи падают под углом β к горизонту ($\beta < \alpha$), причем солнечные лучи лежат в плоскости траектории тела (см. рисунок). Какой путь пройдет тень от тела на земле к моменту его падения. Сопротивлением воздуха и угловыми размерами Солнца пренебречь.



5. Невесомую жесткую спицу длиной L прикрепили шарнирно одним концом к вертикальной стенке и удерживают горизонтально. На спицу надели маленькую массивную муфту и расположили на расстоянии $l = L/2$ от шарнира (см. рисунок). В некоторый момент времени спицу отпускают. Какую скорость будет иметь конец спицы в тот момент, когда муфта соскочит со спицы. Трение между спицей и муфтой, а также трение в шарнире отсутствует.

Решения

1. Чтобы тела находились в равновесии при растянутых пружинах, необходимо, чтобы силы упругости одной пружин, прикрепленных к одному телу, отличалась не более чем на максимальную силу трения, действующую на каждое тело. Поэтому для максимального растяжения пружин (чтобы максимальной была длина всей цепочки) получим



$$F_{упр,1} - F_{упр,2} = k\left(\Delta x_1 - \Delta x_2\right) = \mu mg$$

где Δx_1 и Δx_2 - удлинения двух соседних пружин. Поэтому максимальные удлинения крайних пружин равны

$$\Delta x = \frac{\mu mg}{k}$$

вторых от краев пружин - $2\Delta x$, третьих - $3\Delta x$ и т.д. (см. рисунок)

Так у нас 20 тел, их соединяют – 19 пружин, т.е. 9 пар плюс одна пружина. Поэтому максимальное удлинение цепочки можно найти так

$$\Delta l = 2\left(\Delta x + 2\Delta x + 3\Delta x + ... + 9\Delta x\right) + 10\Delta x$$

Используя далее формулу для суммы N целых чисел

$$1 + 2 + 3 + ... + N = \frac{N\left(N+1\right)}{2}$$

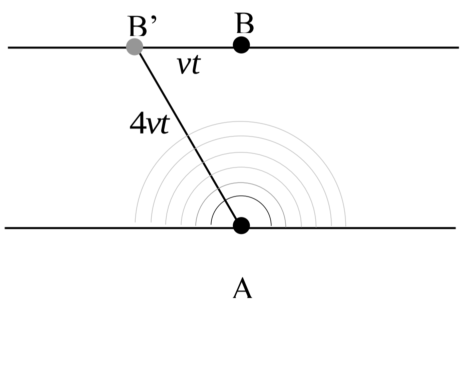
найдем максимальное удлинение цепочки пружин

$$\Delta l = 90\Delta x + 10\Delta x = 100\Delta x$$

Отсюда находим максимальную длину цепочки пружин

$$l = 19 l_0 + 100\frac{\mu mg}{k}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная основная идея – силы упругости соседних пружин не могут отличаться больше, чем на μmg, при этом максимальной длине цепочки пружин отвечает разность сил натяжения μmg – 0,5 балла
2. Правильное использование закона Гука – 0,5 балла
3. Подсчет полного удлинения цепочки, начиная с ее середины – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла
Оценка за задачу является суммой оценок по вышеперечисленным критериям



2. Будем решать задачу в системе отсчета, связанной с водой. В этой системе отсчета волны на поверхности имеют форму полукругов и распространяются со скоростью $4v$ в любом направлении. А вот город В движется в противоположную течению сторону со скоростью v. Поэтому волна придет в город В в такой момент времени t, когда расстояние от начального положения города В до его положения в этот момент (точка В' на рисунке) будет вчетверо меньше расстояния от начального положения точки А до города В в момент прихода туда волны (расстояние АВ'; см. рисунок).Отсюда находим

$$l = \sqrt{16v^2t^2 - v^2t^2} = \sqrt{15}vt$$

Или

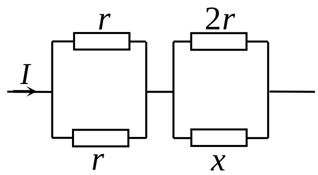
$$t = \frac{l}{\sqrt{15}v}$$

(конечно, можно было решить задачу и в системе отсчета, связанной с землей, но тогда скорость волны пришлось находить бы по закону сложения скоростей).

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная основная идея решения – переход в систему отсчета, связанную с водой – 0,5 балла
2. Правильная картина движения в этой системе – город В движется назад, скорость волны – 4v – 0,5 балла
3. Найдено правильное расстояние, которое должна пройти волна в этой системе – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла
Оценка за задачу является суммой оценок по вышеперечисленным критериям

3. Пусть ток в цепи течет слева направо. Поскольку нам не задано направление тока, который показывает второй амперметр, необходимо рассмотреть две возможности: ток по центральному проводнику цепи, данной в условии течет сверху-вниз, и ток по центральному проводнику течет снизу-вверх.

Так как амперметры идеальные, то данная электрическая цепь эквивалентна цепи, схема которой приведена на рисунке, причем показания первого амперметра – это ток в цепи, второго – какой ток перетекает из верхней ветви левого участка цепи в нижнюю ветвь правого участка, или наоборот. Поэтому показания второго амперметра меньше показаний первого.



Пусть первый амперметр показывает ток I, неизвестное сопротивление равно x (см. рисунок). Тогда поскольку резисторы левого участка одинаковы, в его верхней и нижней ветви текут одинаковые токи $I/2$. Если ток течет по центральному проводнику схемы, данной в условии, вниз, то в правом участке цепи текут такие токи: в верхней ветви

$$I_в = \frac{I}{2} - nI = \frac{(1-2n)}{2}I$$

а в нижней ветви

$$I_н = \frac{I}{2} + nI = \frac{(1+2n)}{2}I$$

А поскольку из закона Ома для участка цепи следует, что $I_в 2r = I_н x$, то

$$x = \frac{I_в}{I_н}2r = \frac{1-2n}{1+2n}2r = \frac{2}{3}r$$

Если по центральному проводнику цепи, данной в условии, ток течет снизу-вверх, то

$$x=\frac{1+2n}{1-2n}2r=6r$$

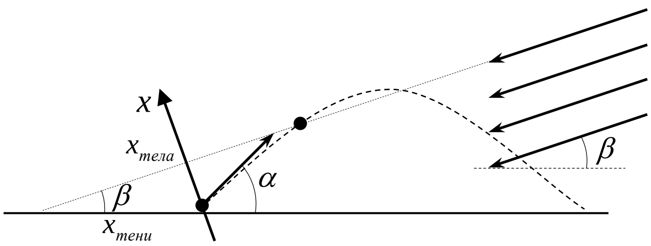
Таким образом получаем два ответа для неизвестного сопротивления

$$x_1=\frac{1-2n}{1+2n}2r=\frac{2}{3}r\ ,\quad x_2=\frac{1+2n}{1-2n}2r=6r$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное использование закона Ома для участка цепи – 0,5 балла
2. Правильное уравнение для искомого сопротивления – 0,5 балла
3. Замечено, что условию не противоречат две возможности – ток по центральному проводнику течет сверху вниз и снизу вверх – 0,5 балла
4. Правильные ответы – 0,5 балла
Оценка за задачу является суммой оценок по вышеперечисленным критериям

4. Очевидно, в момент броска тень находится в точке броска, в момент падения – в точке падения тела на землю. Поскольку угол, под которым падают солнечные лучи, меньше угла, под которым бросили тело, тень будет двигаться противоположно движению тела (влево на рисунке в условии), а только затем вправо. Поэтому пройденный тенью путь будет равен сумме удвоенной длины пути тени от точки бросания до самой левой точки и длины пути тени от точки бросания до конечной точки. Найдем эти пути. Для этого воспользуемся законами равноускоренного движения тела.

Выберем ось x системы координат перпендикулярно солнечным лучам. Тогда координата тени на земле (отсчитанная от точки бросания) определяется соотношением (см. рисунок):



$$x_{тени}=\frac{x_{тела}}{\sin\beta}$$

Поэтому координата тени максимальна (т.е. тень находится на максимальном расстоянии влево от точки бросания) если максимальна координата тела по оси x. Но из законов равноускоренного движения следует, что эта координата определяется соотношением

$$x_{тела,\max}=\frac{v_x^2}{2|a_x|}$$

где v_x и a_x - проекции начальной скорости и ускорения тела на ось x (ср. с формулой для максимальной высоты подъема тела, брошенного вертикально вверх $h_{\max}=v_0^2/2g$). Поскольку

$$v_x=v_0\sin\left(\alpha-\beta\right),\quad a_x=-g\cos\beta$$

получаем

$$x_{тени,\max}=\frac{v_0^2\sin^2\left(\alpha-\beta\right)}{2g\cos\beta\sin\beta}$$

Используя теперь формулу для дальности полета тела, брошенного под углом к горизонту, находим окончательно путь, пройденный тенью

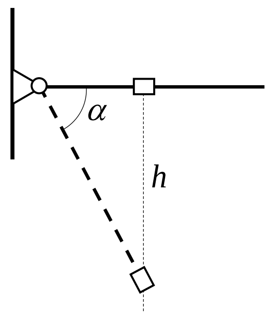
$$S_{тени} = 2x_{тени,\max} + S = \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha - \beta)}{g\cos\beta\sin\beta} + \frac{2v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g}$$

С помощью формулы сложения аргументов синуса эту формулу можно представить по-другому:

$$S_{тени} = \frac{v_0^2}{g}\left(\sin^2\alpha\,\mathrm{ctg}\,\beta + \cos^2\alpha\,\mathrm{tg}\,\beta\right)$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное понимание структуры движения тени – равноускоренное движение сначала налево, потом направо – 0,5 балла
2. Использование правильных законов равноускоренного движения тени, нахождение точки смены направления движения тени – 0,5 балла
3. Правильные уравнения для пути, пройденного тенью – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла
Оценка за задачу является суммой оценок по вышеперечисленным критериям

5. Поскольку спица невесома и отсутствует трение в шарнире, на спицу со стороны муфты не может действовать сила (в противном случае спица начала бы вращаться с бесконечной угловой скоростью). А это значит, что и спица не действует на муфту. Таким образом муфта должна падать по вертикали с ускорением свободного падения, а спица будет «подстраиваться» под движение муфты (см. рисунок; траектория муфты показана тонким пунктиром). А, следовательно, косинус угла наклона спицы к горизонту α в момент соскальзывания муфты будет равен



$$\cos\alpha = \frac{l}{L}$$

а проекция скорости муфты на направление, перпендикулярное спице, и будет скоростью конца спицы в этот момент . Скорость муфты найдем по закону сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = mgh$$

где h длина участка траектории муфты до того момента, когда муфта соскользнет со спицы. Геометрически имеем

$$h = L\sin\alpha = L\sqrt{1 - \frac{l^2}{L^2}} = \sqrt{L^2 - l^2}$$

Отсюда находим скорость муфты в этот момент

$$v = \sqrt{2g\sqrt{L^2 - l^2}}$$

а затем и скорость конца спицы

$$v_c = v\cos\alpha = \frac{l}{L}\sqrt{2g\sqrt{L^2 - l^2}} = \frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{3}gL}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – свободное движение муфты – 0,5 балла
2. Нахождение точки соскальзывания муфты со спицы – 0,5 балла

3. Нахождение скорости муфты в момент соскальзывания по закону сохранения энергии или законам равноускоренного движения – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла
Оценка за задачу является суммой оценок по вышеперечисленным критериям

Оценка работы
Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.