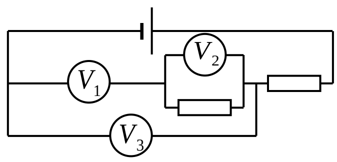
Решения и критерии оценки работ участников

Заключительного тура олимпиады «Росатом» по физике, 2020-2021 учебный год,

11 класс

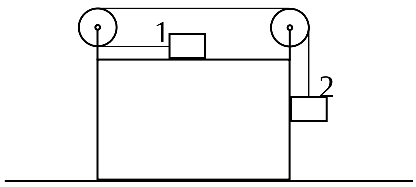
1. В двух одинаковых сосудах содержится одноатомный идеальный газ. Температуры газов в сосудах одинаковы, а давления отличаются в два раза. Газам сообщают одинаковые количества теплоты, и газ в одном сосуде нагревается до абсолютной температуры T, в другом – до абсолютной температуры $4T/3$. Найти начальную температуру газов. Изменением объема сосудов при нагревании пренебречь.

2. Электрическая цепь (см. рисунок), содержит идеальный источник, три одинаковых вольтметра и два одинаковых резистора. Известно, что показания вольтметра V_1 отличаются от показаний вольтметра V_2 в три раза, а вольтметр V_3 показывает напряжение $V_3 = 10$ В. Чему равно напряжение источника?

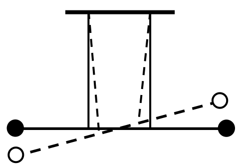


3. Ракета движется с работающим двигателем так, что массовый расход топлива постоянен, а скорость выброшенных газов относительно ракеты равна v_0. При какой скорости ракеты ее кинетическая энергия максимальна?

4. Имеется два тела одинаковой массы m и куб вдвое большей массы. Тела связывают нитью, которую пропускают через систему блоков, установленных на кубе. Найти ускорение тела 2. Трения нет ни на каких поверхностях, нить невесома и нерастяжима. Массой блоков можно пренебречь. «Геометрия» системы такова, что при вертикальном расположении участка нити, прикрепленного к телу 2, оно касается боковой грани куба, а нить, прикрепленная к телу 1 горизонтальна.



5. Стержень длиной l, на концах которого закреплены два одинаковых маленьких тела массой m, подвешен на двух вертикальных нитях длиной h. Расстояние между нитями $2l/3$, нити прикреплены симметрично относительно центра тяжести стержня, стержень горизонтален. Стержень поворачивают на малый угол вокруг вертикальной оси и отпускают. Найти частоту малых колебаний стержня.



Решения

1. Пусть начальная температура газов равна T_0. Из закона Клапейрона-Менделеева для газов в сосудах

$$pV = \nu_1 RT_0 \text{ и } \frac{p}{2}V = \nu_2 RT_0$$

где p и $p/2$ - давления газов в сосудах, V - объем сосудов (по условию он одинаковый), ν_1 и ν_2 - количество вещества газов в сосудах, заключаем, что количество вещества газа во втором сосуде вдвое меньше количества вещества газа в первом

$$\nu_2 = \frac{\nu_1}{2}.$$

Далее, процесс происходящий с газами – изохорический, поэтому газы не совершают работу. Применяя к газам первый закон термодинамики, получим

$$Q = \frac{3}{2}\nu_1 R\left(T - T_0\right) \text{ и } Q = \frac{3}{2}\frac{\nu_1}{2}R\left(\frac{4}{3}T - T_0\right)$$

Приравнивая правые части этих соотношений, получим уравнение, в которое входит единственная неизвестная величина – начальная температура газов

$$T - T_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}T - T_0\right)$$

Отсюда находим

$$T_0 = \frac{2}{3}T$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное применение закона Клапейрона-Менделеева для начальных состояний, правильное соотношение количеств вещества – 0,5 балла
2. Правильное применение первого закона термодинамики – 0,5 балла
3. Правильное уравнение для начальной температуры газов – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

2. Пусть сопротивление вольтметра R. Найдем сопротивление резистора r. Вольтметр показывает напряжение на самом себе. Поэтому из закона Ома для участка цепи и одинаковости вольтметров (они все имеют одинаковые сопротивления) следует, что сила тока, текущего через один из двух вольтметров V_1 или V_2 втрое меньше, чем через другой. А поскольку ток, текущий через вольтметр V_1 делится на участке параллельного соединения вольтметра V_2 и резистора, то меньшим является показание вольтметра V_2, а ток, текущий через резистор, параллельный вольтметру V_2 вдвое больше тока, текущего через V_2. Следовательно, сопротивление вольтметра вдвое больше сопротивления резистора

$$R = 2r$$

Поэтому сопротивление участка цепи, содержащего вольтметр V_1 и параллельно соединенные резистор и вольтметр V_2, равно

$$2r+\frac{r\cdot 2r}{(r+2r)}=\frac{8}{3}r$$

Поэтому если через вольтметр V_3 течет ток I_1, то через участок, содержащий вольтметр V_1 и параллельно соединенные резистор и вольтметр V_2, течет ток

$$I=\frac{3}{4}I_1$$

Следовательно, через одиночный резистор течет ток

$$I_2=\frac{3}{4}I_1+I_1=\frac{7}{4}I_1$$

а напряжение на этом резисторе равно

$$U=\frac{7}{4}I_1r=\frac{7}{8}IR$$

Но IR - это напряжение на вольтметре V_3. Поэтому $IR=10$ В, а напряжение источника равно

$$U_{ист}=V_3+\frac{7}{8}V_3=\frac{15}{8}V_3=18{,}75\ \text{В}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильно понято, кто больше – показания вольтметра 1 или вольтметра 2. Правильное соотношение сопротивлений резистора и вольтметра – 0,5 балла
2. Правильно найдено общее сопротивление участка цепи, содержащего два вольтметра - 0,5 балла
3. Правильно найден ток через участок цепи, содержащий два вольтметра – 0,5 балла
4. Правильный ответ для напряжения (и формула, и число) – 0,5 балла

3. При выбросе из двигателя ракеты продуктов сгорания увеличивается ее скорость, но одновременно уменьшается ее масса. Исследуем кинетическую энергию на экстремум. Для этого найдем производную кинетической энергии ракеты по времени и приравняем производную к нулю. Имеем

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv^2}{2}\right)=\frac{dm}{dt}\frac{v^2}{2}+mv\frac{dv}{dt}=-\frac{\mu v^2}{2}+mv\frac{dv}{dt}=0$$

где m и v - масса и скорость ракеты в рассматриваемый момент времени. С другой стороны, изменение скорости ракеты можно найти по закону сохранения импульса. Переходя в систему отсчета, связанную с ракетой имеем для изменения скорости ракеты за интервал времени Δt:

$$\mu dtv_0=mdv \quad \Rightarrow \quad \frac{dv}{dt}=\frac{\mu v_0}{m}$$

Отсюда и предыдущего соотношения получаем

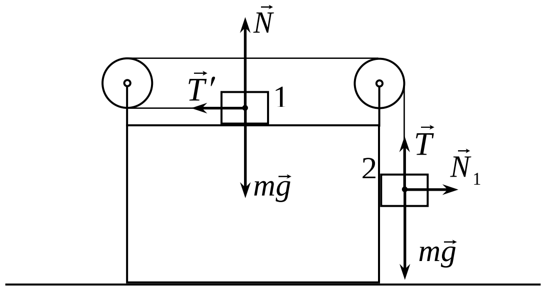
$$v=2v_0$$

Т.е. кинетическая энергия ракеты максимальна, когда ее скорость вдвое больше скорости продуктов сгорания относительно ракеты.

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильная идея решения – нахождение максимума кинетической энергии ракеты через производную – 0,5 балла
2. Правильное использование закона сохранения импульса – 0,5 балла

3. Правильное уравнение для скорости, при которой кинетическая энергия ракеты максимальна – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла



4. Пусть массы тел равны m, масса куба nm. Так на систему тел в горизонтальном направлении не действуют никакие внешние силы, центр масс системы не может перемещаться по горизонтали. Поэтому когда тело 2 будет опускаться, тело 1 будет двигаться влево, а куб – вправо. Поэтому возникнет сила реакции, действующая со стороны вертикальной грани куба на тело 2. Поэтому на тела 1 и 2 действуют силы, показанные на рисунке. Второй закон Ньютона для первого и третьего тел в проекции на горизонтальную ось, и для второго тела в проекциях на вертикальную и горизонтальную оси дают

$$\begin{aligned} ma_1 &= T \\ ma_{2,в} &= mg - T \\ ma_{2,г} &= N_1 \\ nma_3 &= T - N_1 \end{aligned} \qquad (*)$$

Здесь T - сила натяжения нити, N_1 сила, действующая со стороны куба на тело 2, a_1 - величина ускорения первого тела, $a_{2,в}$ - вертикальная составляющая ускорения второго тела, $a_{2,г}$ - горизонтальная составляющая ускорения второго тела, a_3 - величина ускорения третьего тела (куба).

Установим теперь условия связи между ускорениями. Поскольку перемещения куба и тела 2 в горизонтальном направлении одинаковы, то

$$a_{2,г} = a_3$$

Если за какой-то малый интервал времени тело 1 переместилось влево на величину Δx_1, а куб переместился вправо на величину Δx_3 то длина нити от тела 1 до левого блока стала короче на величину

$$\Delta x_1 + \Delta x_3$$

А поскольку длина верхнего участка нити не изменилась, то ровно на такую величину опустится второе тело. Поэтому таким же образом связаны скорости и ускорения тел

$$a_1 + a_3 = a_{2,в}$$

В результате система уравнений (*)-(**) принимает вид

$$\begin{cases} ma_1 = T \\ ma_{2,в} = mg - T \\ ma_{2,г} = N_1 \\ nma_3 = T - N_1 \\ a_{2,г} = a_3 \\ a_1 + a_3 = a_{2,в} \end{cases} \qquad (**)$$

Система шести уравнений (**) содержит шесть неизвестных, и потому может быть решена. Решая эту систему относительно $a_{2,г}$ и $a_{2,в}$, получим

$$a_{2,г} = \frac{g}{2n+3}, \qquad a_{2,в} = \frac{(n+2)g}{2n+3}$$

Следовательно, ускорение тела 2 равно

$$a_2 = \frac{g\sqrt{n^2+4n+5}}{2n+3}$$

Для $n=2$ имеем

$$a_2 = \frac{\sqrt{17}g}{7}$$

Направлен вектор ускорения пот углом

$$\alpha = \mathrm{arctg}(n+2)$$

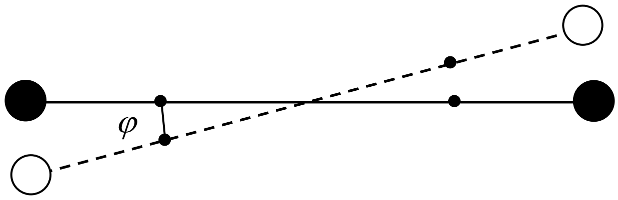
($\alpha = \mathrm{arctg}(4)$ - в первом и третьем варианте, $\alpha = \mathrm{arctg}(5)$ - во втором и четвертом) к горизонту.

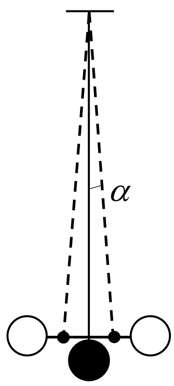
Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильный второй закон Ньютона для тел – 0,5 балла
2. Правильные условия связи ускорений – 0,5 балла
3. Правильное ускорение тела 2 – 0,5 балла
4. Правильное направление ускорение тела 2 – 0,5 балла

5. Отклоним стержень с грузами на малый угол φ и найдем кинетическую и потенциальную энергию системы. Для малых углов они должны иметь вид

$$K = \frac{A\omega^2}{2}; \qquad \Pi = \frac{B\varphi^2}{2}$$

где ω - угловая скорость вращения стержня, A и B - некоторые числа. При этом отношение B/A имеет смысл квадрата круговой частоты колебаний. Итак, повернем стержень на малый угол φ. Стержень при этом слегка поднимется вверх, поскольку нити, на которых он висит, отклонятся от вертикали (см. рисунок; левый рисунок - вид сверху, точками показаны места крепления нитей, правый рисунок – вид со стороны шариков).





Поскольку угол поворота стержня мал, точки крепления нитей сместятся по горизонтали относительно своих первоначальных положений на $\Delta x = \frac{l\varphi}{3}$. Поэтому для угла отклонения нитей от вертикали α имеем

$$h\alpha = \frac{l\varphi}{3} \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = \frac{l}{3h}\varphi$$

Следовательно, при повороте стержень поднимется на величину Δh, которую можно найти как

$$\Delta h = h\left(1-\cos\alpha\right) = 2h\sin^2\left(\alpha/2\right) = \frac{h\alpha^2}{2} = \frac{l^2\varphi^2}{18h}$$

А потенциальная энергия шариков увеличится на величину

$$\Delta\Pi = 2mg\Delta h = \frac{mgl^2\varphi^2}{9h} \qquad (*)$$

Кинетическая энергия шариков будет определяться соотношением

$$K = \frac{2mv^2}{2} = \frac{ml^2\omega^2}{4} \qquad (**)$$

Из соотношений (*)-(**) находим круговую частоту колебаний стержня

$$\omega^2 = \frac{2mgl^2}{9h} : \frac{ml^2}{2} = \frac{4g}{9h} \qquad \Rightarrow \qquad \omega = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{g}{h}}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – использование закона сохранения энергии или второго закона Ньютона для колебаний – 0,5 балла
2. Правильно найдена потенциальная энергия тел при отклонении на малый угол, приближение малого угла отклонения (или момент сил) – 0,5 балла
3. Правильно найдена кинетическая энергия тел (или ускорение тел) – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

Оценка работы
Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.

Правильные ответы без решения не засчитываются!

Решения задач и критерии оценки работ участников

Заключительного тура олимпиады «Росатом» по физике, 2020-2021 учебный год,

11 класс

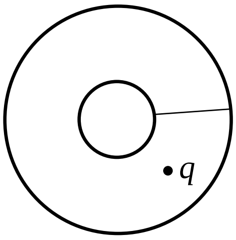
1. В цилиндрический сосуд радиуса R налито синтетическое масло, в котором плавает кусочек «водяного» льда, не касаясь дна и стенок. Объем кусочка V. Изменится ли уровень масла в сосуде, когда кусочек льда растает, и если да, то на сколько? Известно, что плотность воды $\rho_в$ больше плотности масла $\rho_м$. Плотность льда $\rho_л$.

2. Ускорение свободного падения на некоторой планете зависит от высоты x от поверхности по закону

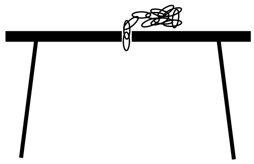
$$g(x)=\begin{cases} g_0-\alpha x, & 0<x<g_0/\alpha \\ 0, & g_0/\alpha<x \end{cases},$$

где g_0 и α - положительные постоянные. Найти вторую космическую скорость для данной планеты.

3. С одним молем гелия происходит процесс, в котором объем газа зависит от его абсолютной температуры по закону $V=V_0+\alpha T$, где V_0 и α - положительные постоянные. Объем газа меняется от величины V_0 до величины $2V_0$. Найти максимальную и минимальную теплоемкость газа в этом процессе.



4. Имеются две проводящие незаряженные концентрические (с общим центром) сферы радиуса R и $3R$. Между сферами на расстоянии $2R$ от общего центра сфер помещают точечный заряд q, а сферы соединяют тонким проводником (см. рисунок). Какой заряд протечет по этому проводнику с меньшей сферы на бóльшую в процессе установления равновесия?



5. В центре горизонтального гладкого стола, расположенного на высоте h от пола сделано отверстие. Около отверстия лежит свернутая в бухту цепочка с мелкими звеньями длиной $l=h$. Один конец цепочки тихонько сталкивают в отверстие, и цепочка начинает падать. Через какое время цепочка коснется пола? Ответ обосновать.

Решения

1. При данных соотношениях плотностей лед плавает на поверхности масла, а вода тонет. Найдем соотношения объемов вытесненной воды в первом и втором случаях.

Условие равновесия плавающего льда дает

$$\rho_л g V = \rho_м g V_{п.ч.}$$

где $V_{п.ч.}$ - объем погруженной в масло части льдинки, который совпадает с объемом вытесненной масла. Отсюда получаем

$$V_{п.ч.} = \frac{\rho_л V}{\rho_м}$$

Рассмотрим теперь случай, когда льдинка растаяла. В этом случае образовавшаяся при таянии вода утонет и вытеснит ровно такой объем масла, каков ее собственный объем. Этот объем $V_в$ найдем из условия, что масса воды равна массе растаявшего льда

$$\rho_л V = \rho_в V_в$$

Поэтому

$$V_в = \frac{\rho_л V}{\rho_в}$$

Таким образом, ответ на вопрос о том, понизится или повысится уровень масла в сосуде при таянии льдинки «водяного» льда сводится к сравнению двух объемов

$$V_{п.ч.} = \frac{\rho_л V}{\rho_м} \quad \vee \quad V_в = \frac{\rho_л V}{\rho_в} \qquad (*)$$

Если $V_{п.ч.} > V_в$, льдинка вытесняет больший объем масла, чем вода, и при таянии льдинки уровень масла в сосуде понизится. Если $V_{п.ч.} < V_в$, льдинка вытесняет меньший объем масла, чем вода, и уровень масла в сосуде понизится. Если $V_{п.ч.} = V_в$, уровень масла не изменится. Поскольку по условию $\rho_м < \rho_в$, то из формулы (*) заключаем, что $V_{п.ч.} > V_в$, и, следовательно, уровень масла в сосуде понизится. Величину понижения можно найти из условия, что излишек вытесненного в первом случае масла по сравнению со вторым распределится по всему сосуду. Поэтому уровень масла опустится на величину

$$\Delta h = \frac{V_{п.ч.} - V_в}{\pi R^2} = \frac{\rho_л \left(\rho_в - \rho_м\right) V}{\pi \rho_в \rho_м R^2}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильная идея решения – сравнение вытесненных объемов масла в первом и втором случаях - 0,5 балла
2. Правильный объем вытесненного масла в первом случая – 0,5 балла
3. Понято, что вода утонет, и правильно найден объем вытесненного масла во втором случае – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

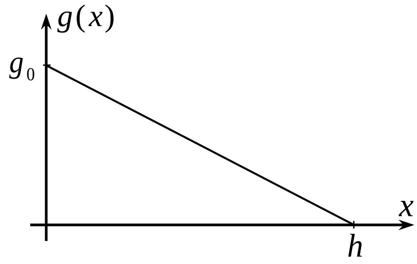
2. Вторая космическая скорость – это минимальная скорость, имея которую на поверхности планеты, тело может покинуть область притяжения планеты. Поскольку область притяжения планеты простирается до высоты $h = g_0 / \alpha$ (выше этой высоты ускорение свободного падения становится равным нулю), то минимальная скорость, при которой тело сможет улететь от планеты, - это такая скорость на поверхности, при которой скорость тела на высоте h станет равной нулю. Применяя к телу теорему об изменении кинетической энергии, получим для второй космической скорости v_0

$$-\frac{mv_0^2}{2} = A$$

где A - работа, совершенная над телом силой тяжести при его движении от поверхности до высоты h. Поскольку сила тяжести изменяется, для вычисления работы мысленно разобьем траекторию тела от поверхности до высоты h над поверхностью на малые участки Δx_1, Δx_2, Δx_3, …, вычислим работу силы тяжести на каждом, просуммируем эти работы. Получим

$$A = \left(-mg(x_1)\Delta x_1 - mg(x_2)\Delta x_2 - mg(x_3)\Delta x_3 + ...\right) = -m\left(g(x_1)\Delta x_1 + g(x_2)\Delta x_2 + g(x_3)\Delta x_3 + ...\right)$$

где $g(x_1)$, $g(x_2)$, … - ускорение свободного падения на каждом участке. Сумма в скобках имеет смысл площади под графиком зависимости ускорения свободного от высоты и вычисляется графически (аналогичную сумму приходится вычислять при вычислении работы силы упругости). Строя этот график, и находя площадь под ним, получим



$$A = -\frac{mg_0^2}{2\alpha}$$

Отсюда находим

$$v_0 = \frac{g_0}{\sqrt{\alpha}}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная связь второй космической скорости с работой силы тяжести – 0,5 балла
2. Правильная идея и обоснование нахождения работы через график зависимости силы от расстояния – 0,5 балла
3. Правильно найдена работа силы тяжести – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

3. Найдем теплоемкость гелия как функцию его объема в рассматриваемом процессе. Для этого сообщим газу малое количество теплоты δQ, найдем приращение его температуры ΔT и теплоемкость

$$C = \frac{\delta Q}{\Delta T} \qquad (*)$$

По первому закону термодинамики имеем

$$\delta Q = \delta A + \Delta U$$

где δA - работа газа в этом процессе, ΔU - изменение его внутренней энергии. Для процесса, в котором газу сообщили малое количество теплоты, его давление p меняется очень мало, и, следовательно, работа газа определяется соотношением $\delta A = p\Delta V$. Поскольку гелий – одноатомный газ, изменение внутренней энергии гелия определяется соотношением $\Delta U = (3/2)R\Delta T$ (согласно условию мы рассматриваем один моль газа, поэтому $\nu = 1$ моль). Поэтому

$$\delta Q = p\Delta V + \frac{3}{2}R\Delta T \qquad (**)$$

С другой стороны, приращение объема газа для процесса, в котором $V = V_0 + \alpha T$, равно $\Delta V = \alpha\Delta T$, а давление можно найти из закона Клапейрона-Менделеева

$$p = \frac{RT}{V} = \frac{R(V - V_0)}{\alpha V}.$$

Поэтому из формул (*)-(**) имеем для теплоемкости гелия

$$C = \frac{3}{2}R + \frac{R(V - V_0)}{V} = \frac{5}{2}R - \frac{RV_0}{V}$$

Отсюда следует, что в рассматриваемом процессе теплоемкость газа является монотонно растущей функцией объема. И, следовательно, минимальное значение теплоемкости достигается при $V = V_0$, максимальное – при $V = 2V_0$. А сами эти значения равны

$$C_{\min} = \frac{3}{2}R, \qquad C_{\max} = \frac{5}{2}R - \frac{1}{2}R = 2R$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное определение теплоемкости газа в определенном состоянии – 0,5 балла
2. Правильное использование первого закона термодинамики, правильное выражение для работы газа в элементарном процессе – 0,5 балла
3. Правильное нахождение работы газа через данную зависимость объема от температуры и закона Клапейрона-Менделеева – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

4. Найдем сначала потенциалы сфер до их соединения проводником. Поскольку электрическое поле внутри меньшей сферы отсутствует, потенциал меньшей сферы равен потенциалу в ее центре. Мысленно разобьем малую и большую сферы на точечные заряды Δq_i и ΔQ_i и воспользуемся формулой для потенциала поля точечного заряда. Согласно принципу суперпозиции потенциал в центре создается независимо друг от друга всеми имеющимися зарядами. Поэтому потенциал в центре сфер равен

$$\varphi_R = \frac{kq}{2R} + \sum_i \frac{k\Delta q_i}{R} + \sum_i \frac{k\Delta Q_i}{3R} = \frac{kq}{2R} + \frac{k}{R}\sum_i \Delta q_i + \frac{k}{3R}\sum_i \Delta Q_i \qquad (*)$$

где первое слагаемое – потенциал в центре сфер, создаваемый точечным зарядом q, второе слагаемое – потенциал в центре, создаваемый зарядами малой сферы, третье слагаемое – потенциал в центре сфер, создаваемый зарядами на большой сфере. Но суммарный заряд сфер равен нулю, поэтому

$$\varphi_R = \frac{kq}{2R}$$

Потенциал большой сферы можно найти из следующих соображений. В поле заряда q собственные заряды большой сферы перераспределятся, заряды расположатся на внутренней и внешней поверхностях этой сферы так, что поле между ними (внутри металла, из которого сделана большая сфера) будет равно нулю. Поэтому суммарный заряд на внутренней поверхности большой сферы равен $-q$, на внешней q, причем заряды на внешней поверхности будут распределены равномерно. Поэтому потенциал большой сферы равен потенциалу точечного заряда q, расположенного в центре сфер. Поэтому

$$\varphi_{3R} = \frac{kq}{3R}$$

После соединения сфер проводником их потенциалы должны выровняться. Но потенциал большей сферы при этом не может измениться, поскольку он определяется зарядами ее внешней поверхности, которые равны суммарному заряду внутри - q. А значит, и потенциал меньшей сферы должен стать таким же. Поэтому если с меньшей сферы на бóльшую перетечет заряд x, из формулы (*), получаем

$$\varphi'_R = \frac{kq}{2R} + \frac{k}{R}\sum_i \Delta q_i + \frac{k}{3R}\sum_i \Delta Q_i = \frac{kq}{2R} - \frac{kx}{R} + \frac{kx}{3R} = \frac{kq}{3R}$$

Из последнего равенства находим $x = q/4$. Таким образом, с меньшей сферы на большую перетечет заряд того же знака, что и заряд q величиной

$$x = \frac{q}{4}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея нахождения потенциалов большей и меньшей сфер – 0,5 балла
2. Правильное условие равновесие зарядов при замыкании сфер проводником – равенство их потенциалов – 0,5 балла
3. Правильный подсчет потенциалов большей и меньшей сфер после их соединения – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

5. Пока часть цепочки лежит на столе, ее ускорение не будет равно ускорению свободного падения, поскольку движущимся частям приходится вовлекать в движение покоящиеся звенья, а для этого нужна сила. И, следовательно, со стороны лежащих звеньев на падающие действует такая же сила, что приводит к тому, что ускорение цепочки не равно ускорению свободного падения.

Пусть скорость цепочки в некоторый момент времени равна v. Тогда за время Δt начнет двигаться кусочек длиной $v\Delta t$. Изменение его импульса составит $\Delta p = \Delta m v = \lambda v^2 \Delta t$ (λ - масса единицы длины цепочки). Для этого нужна сила

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \lambda v^2,$$

действующая со стороны падающих звеньев на покоящиеся. Точно такая же сила (по третьему закону Ньютона) действует со стороны покоящихся звеньев на падающие. Поэтому второй закон Ньютона для падающей части цепочки дает

$$\lambda x a = \lambda x g - \lambda v^2$$

где x - длина свисающего конца. Отсюда находим

$$a = g - \frac{v^2}{x} \qquad (*)$$

Итак, ускорение цепочки и координата ее конца связаны соотношением (*). С другой стороны, для равноускоренного движения без начальной скорости справедливо соотношение

$$v^2 = 2aS$$

где v - скорость тела в некоторый момент, a - его ускорение, S - пройденный путь. Из формулы (*) получаем

$$v^2 = 2\frac{(g-a)}{2}x$$

Поэтому движение цепочки – равноускоренное, с ускорением, для которого справедливо уравнение

$$a = \frac{(g-a)}{2}$$

Из этого уравнения находим

$$a = \frac{g}{3}$$

Используя далее закон равноускоренного движения для конца цепочки, получаем

$$x(t) = \frac{(g/3)t^2}{2}$$

Откуда

$$t = \sqrt{\frac{6h}{g}}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – нахождение силы натяжения цепочки в процессе ее падения – 0,5 балла
2. Правильный второй закон Ньютона для падающей части цепочки – 0,5 балла
3. Правильное обоснование равноускоренности движения цепочки – 0,5 балла
4. Правильное ускорение конца цепочки, правильный ответ для времени – 0,5 балла

Оценка работы
Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.

Правильные ответы без решения не засчитываются!

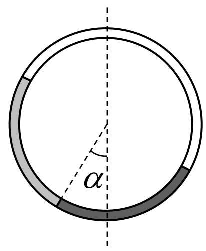
Решения и критерии оценки работ участников

Заключительного тура олимпиады «Росатом» по физике, 2020-2021 учебный год,

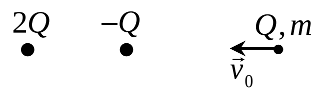
11 класс

1. Имеется два одинаковых сосуда, соединенные трубкой с клапаном. В одном сосуде содержится идеальный газ под давлением p, в другом сосуде – вакуум. Клапан пропускает газ из одного сосуда в другой при перепаде давлений $\Delta p = 2p$. Сосуды нагревают, увеличивая их абсолютную температуру в 3 раза. Найти давление газа в сосудах после этого.

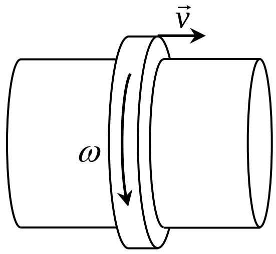
2. Кольцо изготовлено из длинной и тонкой трубки. В трубку залили равные объемы двух несмешивающихся жидкостей, которые в сумме занимают половину объема трубки. Кольцо расположили в вертикальной плоскости. При этом оказалось что угол, который составляет с вертикалью отрезок, соединяющий центр кольца и границу раздела жидкостей, равен α (см. рисунок). Найти плотность более тяжелой жидкости, если плотность более легкой равна ρ.



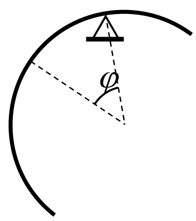
3. Два точечных заряда $2Q$ и $-Q$ закреплены на расстоянии l друг от друга. Из бесконечности на заряды вдоль их соединяющей прямой налетает заряд Q, имеющий массу m и начальную скорость v_0. При каком минимальном значении v_0 этот заряд сможет долететь до заряда $-Q$?



4. Тонкая массивная шайба надета без зазора на горизонтальный стержень радиуса R (см. рисунок). Если шайбу закрутить с угловой скоростью ω, она остановится через время t. Какой путь пройдет шайба вдоль стержня, если закрутить ее с угловой скоростью ω и одновременно сообщить ей скорость $\vec{v}$, направленную вдоль стержня?



5. Из тонкой проволоки изготовили полуокружность и разместили ее на точечной опоре так, как показано на рисунке (здесь φ - угол между направлением на середину полуокружности и точку контакта с опорой; см. рисунок). При каком минимальном коэффициенте трения полуокружность сможет находиться в равновесии? При каком угле φ минимальное значение коэффициента трения, обеспечивающее равновесие, является наибольшим. Найти наибольшее значение минимального коэффициента трения, удерживающего полуокружность в равновесии.



Решения

1. Закон Клапейрона-Менделеева для начального состояния газа дает

$$pV = \nu RT \qquad (*)$$

где V - объем сосуда, ν - количество вещества газа в сосуде (число молей), T - начальная температура. При нагревании газа его давление будет возрастать, и когда оно достигнет значения $p_1 = \Delta p = 2p$, клапан начнет пропускать воздух во второй сосуд. При дальнейшем нагревании клапан будет пропускать такое количество воздуха, чтобы разность давлений в сосудах составляла $\Delta p = 2p$. Поэтому для конечного газа в сосудах получим

$$p_1 V = (\nu - \Delta\nu) RT_1$$
$$p_2 V = \Delta\nu RT_1$$

где p_1 и p_2 - давления газа в сосудах (p_1 - в том сосуде, в котором первоначально был воздух), $\Delta\nu$ - количество вещества газа, перетекшего во второй сосуд, $T_1 = 3T$ - конечная температура газа в сосудах. Учитывая, что $p_2 = p_1 - \Delta p$, получим

$$p_1 V = 3(\nu - \Delta\nu) RT$$
$$(p_1 - \Delta p)V = 3\Delta\nu RT$$

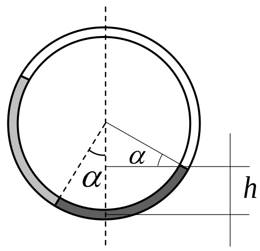
Складывая эти уравнения и используя уравнение , найдем

$$p_1 = \frac{3}{2}p + \frac{1}{2}\Delta p = \frac{5}{2}p \qquad p_2 = p_1 - \Delta p = \frac{3}{2}p - \frac{1}{2}\Delta p = \frac{1}{2}p$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – клапан поддерживает разность давлений между отсеками, часть газа перетекает из одного отсека в другой – 0,5 балла
2. Правильное использование закона Клапейрона-Менделеева – 0,5 балла
3. Правильные уравнения для конечных состояний газа в отсеках – 0,5 балла
4. Правильный ортвет– 0,5 балла

2. В равновесии давления в правой и левой частях трубки равны друг другу Найдем каждое из них исходя из геометрии трубки.

Давление в правой части (где находится более тяжелая жидкость) равно (см. рисунок 1)

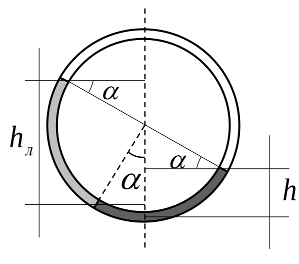


$$p = \rho gh = \rho gR(1 - \sin\alpha) \qquad (*)$$

Давление в левой части трубки складывается из давления легкой и тяжелой жидкостей. Аналогично (*) находим давление более тяжелой жидкости

$$p_т = \rho gR(1 - \cos\alpha)$$

Учитывая, что столбик легкой жидкости опирается на угол $90°$, получим геометрически (см. рисунок 2) для высоты столбика легкой жидкости



$$h_л = R(\cos\alpha + \sin\alpha)$$

и ее давления

$$p_л = \rho_1 gR\left(\cos\alpha + \sin\alpha\right)$$

где ρ_1 - плотность более легкой жидкости. В результате условие равновесия жидкости в трубке дает

$$p = p_т + p_л \qquad \Rightarrow \qquad \rho gR\left(1-\sin\alpha\right) = \rho gR\left(1-\cos\alpha\right) + \rho_1 gR\left(\cos\alpha + \sin\alpha\right)$$

Отсюда находим

$$\rho_1 = \frac{\cos\alpha + \sin\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha}\rho$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное идея решения – равенство давлений жидкости, правильная формула для гидростатического давления – 0,5 балла
2. Правильный подсчет высот жидкости в правом и левом колене трубки – 0,5 балла
3. Правильное условие равновесия – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

3. Очевидно, на больших расстояниях от зарядов движущийся заряд отталкивается от них (их суммарный заряд имеет тот же знак), на малых – притягивается (из-за большей близости к заряду $-Q$). Поэтому если движущийся заряд преодолеет точку, в которой отталкивание сменяется притяжением, то он обязательно достигнет заряда $-Q$. Определим эту точку.

Используя закон Кулона, найдем расстояние от точки нулевой силы до заряда $-Q$:

$$\frac{k2Q^2}{\left(l+x\right)^2} = \frac{kQ^2}{x^2}, \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{l}{\sqrt{2}-1} = l\left(\sqrt{2}+1\right)$$

где k - постоянная закона Кулона, x - расстояние от заряда $-Q$ до точки нулевой силы. Минимальной скорости на бесконечности, при которой движущийся заряд преодолеет рассматриваемую точку, отвечает его нулевая скорость в ней. Применяя к движению заряда от бесконечно удаленной точки до точки нулевой силы теорему об изменении кинетической энергии, получим

$$0 - \frac{mv_0^2}{2} = Q\left(\varphi_\infty - \varphi_x\right) \tag{*}$$

где v_0 - скорость заряда на бесконечности, φ_∞ и φ_x - потенциал поля закрепленных зарядов в бесконечно удаленной точке и точке нулевой силы. Вычисляя потенциалы на основе принципа суперпозиции, получаем

$$\varphi_\infty = 0, \qquad \varphi_x = \frac{k2Q}{l+x} + \frac{k(-Q)}{x} = \frac{\left(\sqrt{2}-1\right)^2 kQ}{l} \tag{**}$$

Теперь из (**) с использованием (*) находим

$$v_0 = \sqrt{\frac{2\left(\sqrt{2}-1\right)^2 kQ^2}{ml}}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – существование точки, проходя которую движущийся заряд обязательно достигнет заряда $-Q$ – 0,5 балла
2. Правильное нахождение этой точки – 0,5 балла

3. Правильное использование теоремы об изменении энергии, правильный подсчет потенциалов начальной и конечной точки – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

4. Из первого условия находим ускорение шайбы

$$\omega R = at \qquad \Rightarrow \qquad a = \frac{\omega R}{t}$$

Во втором случае начальная скорость шайбы будет равна

$$v_0 = \sqrt{(\omega R)^2 + v^2}$$

поэтому время остановки находится из следующего соотношения

$$t_1 = \frac{\sqrt{(\omega R)^2 + v^2}}{\omega R} t \,,$$

причем за торможение движения шайбы вдоль стержня отвечает проекция ускорения противоположная скорости v

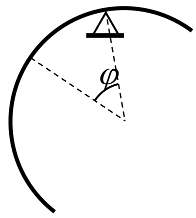
$$a_{\parallel} = \frac{\omega R v}{t\sqrt{(\omega R)^2 + v^2}} \,.$$

Поэтому путь, пройденный шайбой вдоль стержня, можно найти как

$$S = vt_1 - \frac{a_{\parallel} t_1^2}{2} = \frac{vt\sqrt{(\omega R)^2 + v^2}}{2\omega R}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильно найдено ускорение шайбы (из первого условия) – 0,5 балла
2. Правильно найдено время торможения во втором случае – 0,5 балла
3. Правильное уравнение для движения шайбы вдоль стержня – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

5. Основная идея решения задачи заключается в следующем. Поскольку полуокружность контактирует с опорой только в одной точке, ее центр тяжести будет расположен на одной вертикали с точкой касания. Поэтому на опору полуокружность будет опираться наклоненным к горизонту участком и начнет скользить по опоре, если $\mu \le \mathrm{tg}\,\alpha$, будет покоиться, если $\mu \ge \mathrm{tg}\,\alpha$. Поэтому для решения необходимо найти положение центра тяжести полуокружности, найти угол наклона участка, опирающегося на опору.



Для нахождения центра тяжести полуокружности мысленно разделим ее на малые участки длиной Δl_1, Δl_2, … воспользуемся формулой для нахождения координаты центра тяжести

$$y_c = \frac{\Delta m_1 y_1 + \Delta m_2 y_2 + ...}{m} \qquad (*)$$

где y_c - y-координата центра тяжести (см. рисунок), Δm_1, Δm_2, … - массы участков Δl_1, Δl_2, …, y_i - их y-координаты, m - масса полуокружности (очевидно, x-координаты центра тяжести равны нулю). Поскольку y-координата участка Δl_i определяется как $y_i = R\cos\varphi_i$ (R - радиус полуокружности,

φ_i - угол между направлением на рассматриваемый участок и осью y, см. рисунок), то из формулы (*) имеем

$$y_c = \frac{\lambda R\left(\Delta l_1 \cos\varphi_1 + \Delta l_2 \cos\varphi_2 + ...\right)}{m}$$

где $\lambda = m/\pi R$ - линейная плотность полуокружности. Как следует из рисунка, произведения $\Delta l_i \cos\varphi_i$ имеют смысл проекции рассматриваемого участка на ось y. Поэтому сумма в скобках равна $2R$. Подставляя в эту формулу линейную плотность полуокружности, получим для координаты центра тяжести

$$y_c = \frac{2}{\pi} R$$

Теперь рассмотрим условие равновесия полуокружности. Центр тяжести находится строго под опорой, угол наклона кусочка полуокружности к опоре равен углу между направлением к кусочку полуокружности от центра полуокружности и от ее центра тяжести (см. рисунок; этот угол обозначен буквой α). Используя теорему косинусов для треугольника ОСА, получим

$$r = \sqrt{y_c^2 + R^2 - 2Ry_c \cos\varphi}$$

(обозначения понятны из рисунка). Теперь находим угол α. Имеем

$$\cos\alpha = \frac{R - y_c \cos\varphi}{\sqrt{y_c^2 + R^2 - 2Ry_c \cos\varphi}}$$

Выражая теперь тангенс через косинус, получим

$$\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1} = \sqrt{\frac{y_c^2 + R^2 - 2Ry_c \cos\varphi}{\left(R - y_c \cos\varphi\right)^2} - 1} = \frac{y_c \sin\varphi}{R - y_c \cos\varphi} = \frac{\sin\varphi}{\frac{\pi}{2} - \cos\varphi}$$

И, следовательно, для равновесия должно быть выполнено условие

$$\mu \geq \frac{\sin\varphi}{\frac{\pi}{2} - \cos\varphi}$$

Т.е. минимальный коэффициент трения, обеспечивающий равновесие, определяется соотношением

$$\mu_{\min} = \frac{\sin\varphi}{\frac{\pi}{2} - \cos\varphi} \qquad (**)$$

Найдем теперь максимум минимального коэффициента трения как функции угла φ. Продифференцируем выражение (**) по φ и приравняем производную к нулю. Получим

$$\mu'_{\min} = \frac{\cos\varphi}{\frac{\pi}{2} - \cos\varphi} - \frac{\sin^2\varphi}{\left(\frac{\pi}{2} - \cos\varphi\right)^2} = \frac{\frac{\pi}{2}\cos\varphi - 1}{\left(\frac{\pi}{2} - \cos\varphi\right)^2} = 0$$

Отсюда

$$\cos\varphi_{\max} = \frac{2}{\pi},$$

а максимальное значение минимального коэффициента трения удерживающего полуокружность в равновесии равно

$$\left(\mu_{\min}\right)_{\max}=\frac{2}{\sqrt{\pi^2-4}}\approx 0,83 \qquad (***)$$

Этот ответ показывает, что если коэффициент трения больше значения (***), то при любом угле φ полуокружность будет находиться в равновесии.

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильно найдено положение центра тяжести полукольца (без обоснования этот пункт не засчитывается) – 0,5 балла
2. Правильно найден минимальный коэффициент трения, при котором кольцо будет в равновесии при отклонении на угол φ – 0,5 балла
3. Правильно найден максимум минимального коэффициента трения как функции φ – 0,5 балла
4. Правильный ответ максимального значения минимального коэффициента трения – 0,5 балла

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.

Правильные ответы без решения не засчитываются!

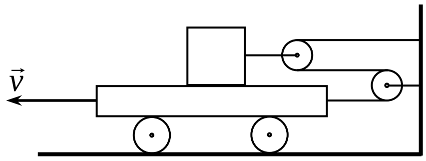
Решения и критерии оценки работ участников

Заключительного тура олимпиады «Росатом» по физике, 2020-2021 учебный год,

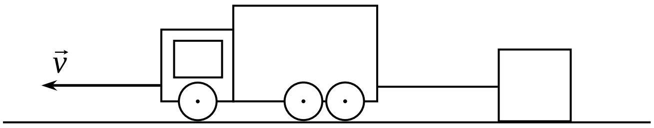
11 класс

Задание (международный комплект)

1. На тележке установлен груз, который с помощью веревки через систему блоков связан со стенкой. Тележку начинают перемещать со скоростью v (см. рисунок). Найти скорость груза относительно тележки. Нить нерастяжима.

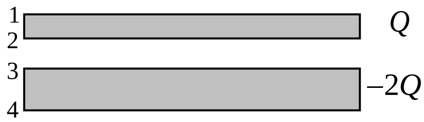


2. К грузовику с помощью упругого шнура привязан груз. В начальный момент времени шнур натянут, но не растянут. Грузовик начинает двигаться со скоростью v от груза, растягивая шнур. Через какое время после начала движения груз догонит грузовик? Какую скорость он будет при этом иметь? Масса груза m, жесткость шнура k, длина недеформированного шнура l_0. Закон Гука справедлив для любых растяжений шнура. При «сминании» шнур никакого воздействия не оказывает. На груз сила трения не действует. Скорость грузовика постоянна.

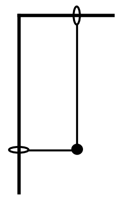


3. В вертикальном цилиндрическом сосуде под массивным подвижным поршнем находится идеальный газ. Чтобы уменьшить объем газа в 3 раза, на поршень надо положить груз массой m. Какой еще груз надо положить на поршень, чтобы уменьшить объем газа еще в 2 раза? Температура газа поддерживается постоянной.

4. Две большие металлические пластины зарядили зарядами Q и $-2Q$ и расположили параллельно друг другу. Считая, что размеры пластин гораздо больше их толщины и расстояния между ними найти заряды поверхностей пластин 1, 2, 3 и 4 - q_1, q_2, q_3 и q_4 (см. рисунок).



5. Два стержня соединены в форме буквы «Г». Один из стержней расположен горизонтально, другой вертикально. На стержни надеты маленькие невесомые колечки, которые могут без трения перемещаться по стержням. К колечкам прикреплена невесомая нить. На нить надета массивная бусинка, которая может без трения перемещаться по нити. В начальный момент бусинку удерживают так, что нить натянута, длина ее горизонтального участка l, вертикального $2l$. Бусинку отпускают. Найти ее ускорение. Через какое время бусинка достигнет вертикального стержня?



Решения

1. За некоторый интервал времени Δt тележка переместится на расстояние $v\Delta t$. Найдем, на сколько переместился груз. Поскольку нить от нижнего блока до тележки стала длиннее на $v\Delta t$, то веревка с другой стороны от этого блока стала короче на эту же величину. Это произойдет за счет приближения второго блока к стенке. Следовательно, второй блок приблизится к стенке на величину $v\Delta t/2$. Поэтому скорость груза относительно земли будет равна $v/2$. А поскольку тележка движется в противоположную сторону, скорость тела относительно тележки $v_{m.o.m.}$ составляет

$$v_{m.o.m.} = v/2$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Использована правильная идея решения – рассмотреть перемещение тележки за произвольное малое время, найти перемещение груза – 0,5 балла
2. Использованы формулы «расстояние-время-скорость» – 0,5 балла
3. Правильно использована относительность движения - 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

2. В начальный момент груз находится на расстоянии l_0 от грузовика. Для исследования движения груза перейдем в систему отсчета, связанную с грузовиком. В ней грузовик покоится, а грузу в начальный момент сообщили скорость v, направленную от грузовика. Затем груз движется, растягивая шнур, под действием упругой силы. Пока шнур растянут, это движение – гармоническое колебание с периодом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Через половину периода груз снова окажется на расстоянии l_0 от грузовика, ее скорость также равна v, но направлена в сторону грузовика. После этого шнур сомнется и не будет оказывать влияния на машину. Поэтому машина будет двигаться с постоянной скоростью и достигнет грузовика через время l_0/v. Поэтому машина достигнет грузовика через время

$$t = \pi\sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{l_0}{v}$$

В момент столкновения скорость машины относительно грузовика равна v, а, следовательно, ее скорость относительно земли равна $2v$.

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – переход в систему отсчета, связанную с грузовиком – 0,5 балла
2. Правильное нахождение времени возвращения груза назад и его скорости – 0,5 балла
3. Правильное рассмотрение равномерно движущегося груза – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

3. Пусть первоначальное давление газа в сосуде равно p. Это давление создается силой тяжести поршня и атмосферным давлением внешнего воздуха. Закон Клапейрона-Менделеева для газа в начальном состоянии дает

$$pV = \nu RT \qquad \Rightarrow \qquad p = \frac{\nu RT}{V} \tag{1}$$

где V - первоначальный объем газа, ν - количество вещества газа в сосуде, T - температура газа в сосуде. Когда на поршень положили дополнительный груз массой m, он создает дополнительное давление mg/S, где S - площадь сечения сосуда. Поэтому закон Клапейрона-Менделеева для газа в сосуде после того как на поршень положили груз массой m дает

$$\left(p + \frac{mg}{S}\right)\frac{V}{n} = \nu RT \qquad \Rightarrow \qquad p + \frac{mg}{S} = \frac{n\nu RT}{V} \tag{2}$$

здесь учтено, что объем газа уменьшился в $n = 3$ раза. Вычитая (1) из (2), получим

$$\frac{mg}{S} = \frac{(n-1)\nu RT}{V} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\nu RT}{V} = \frac{mg}{(n-1)S} \tag{3}$$

Положим на поршень еще один груз массой m_1, чтобы объем газа уменьшился еще в $k = 2$ раз. Тогда закон Клапейрона-Менделеева дает

$$\left(p + \frac{mg}{S} + \frac{m_1 g}{S}\right)\frac{V}{kn} = \nu RT \qquad \Rightarrow \qquad p + \frac{mg}{S} + \frac{m_1 g}{S} = \frac{nk\nu RT}{V} \tag{4}$$

Вычитая (2) из (4), получим

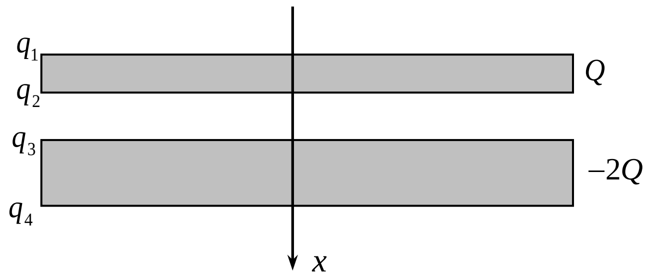
$$\frac{m_1 g}{S} = \frac{nk\nu RT}{V} - \frac{n\nu RT}{V} = \frac{n(k-1)\nu RT}{V}$$

Используя теперь формулу (3), получаем окончательно

$$m_1 = \frac{nk\nu RT}{V} - \frac{n\nu RT}{V} = \frac{n(k-1)m}{(n-1)} = \frac{3n}{2}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильные условия равновесия поршня с грузами – 0,5 балла
2. Правильный закон Клапейрона-Менделеева для газа под поршнем – 0,5 балла
3. Правильная система уравнений для массы груза – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

4. Пусть заряды поверхностей пластин равны q_1, q_2, q_3 и q_4 (см. рисунок). Тогда из закона сохранения электрического заряда имеем



$$q_1 + q_2 = Q$$
$$q_3 + q_4 = -2Q \tag{1}$$

Поскольку пластины – проводящие, напряженность электрического поля внутри пластин рана нулю. С другой стороны, согласно принципу суперпозиции поле в каждой точке создается всеми имеющимися зарядами - q_1, q_2, q_3 и q_4. Находя проекцию суммарного поля внутри первой и второй пластины на ось x (см. рисунок) и приравнивая ее к нулю, получим

$$\frac{q_1}{2S\varepsilon_0}-\frac{q_2}{2S\varepsilon_0}-\frac{q_3}{2S\varepsilon_0}-\frac{q_4}{2S\varepsilon_0}=0$$
$$\frac{q_1}{2S\varepsilon_0}+\frac{q_2}{2S\varepsilon_0}+\frac{q_3}{2S\varepsilon_0}-\frac{q_4}{2S\varepsilon_0}=0 \qquad (2)$$

где S - площадь пластин, ε_0 - электрическая постоянная (формулы (2) для проекции поля на ось x алгебраические, т.е. справедливы и для положительных, и для отрицательных зарядов). В результате из (1) и (2) имеем систему уравнений для зарядов q_1, q_2, q_3 и q_4:

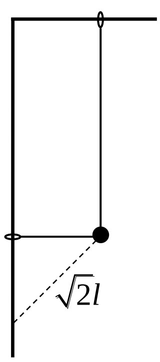
$$\begin{aligned} &q_1+q_2=Q\\ &q_3+q_4=-2Q\\ &q_1-q_2-q_3-q_4=0\\ &q_1+q_2+q_3-q_4=0 \end{aligned} \qquad (3)$$

Решая систему уравнений (3), получим

$$q_1=-\frac{Q}{2}, \qquad q_2=\frac{3Q}{2}, \qquad q_3=-\frac{3Q}{2}, \qquad q_4=-\frac{Q}{2}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное условие равновесия зарядов в проводнике – напряженность поля внутри проводника равна нулю – 0,5 балла
2. Закон сохранения электрического заряда для первой и второй пластинки – 0,5 балла
3. Правильные выражения для полей внутри пластинок – 0,5 балла
4. Правильные ответы – 0,5 балла

5. Так как нить и кольца невесомы и нет трения, то нить в процессе движения бусинки будет перпендикулярна стержням (достаточно бесконечно малой силы, чтобы перемещать нить и кольца). Пусть длина вертикального участка нити y, горизонтального - x. Тогда $x+y=3l$. А это значит, что в системе координат, оси которой совпадают со спицами, траектория бусинки описывается функцией



$$y=-x+3l$$

т.е. направлена под углом $45°$ к горизонту и пересекает вертикальную спицу на расстоянии $3l$ от точки их соединения (см. рисунок; траектория бусинки показана пунктиром, ее длина $\sqrt{2}l$).

Найдем ускорение бусинки. На бусинку действуют две силы натяжения и сила тяжести. Но поскольку сумма сил натяжения перпендикулярна траектории, то ускорение бусинки равно проекции ускорения свободного падения на направление траектории, т.е.

$$a=\frac{\sqrt{2}g}{2}.$$

Поэтому

$$\sqrt{2}l=\frac{\sqrt{2}gt^2}{4} \qquad \Rightarrow \qquad t=2\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильно найдена траектория бусинки – 0,5 балла
2. Правильно найдено ускорение бусинки – 0,5 балла
3. Использованы законы равноускоренного движения – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.

Правильные ответы без решения не засчитываются!