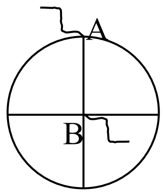
Решения и критерии оценивания решений
Задач заключительного тура олимпиады «Росатом», 2020-2021 учебный год,
физика, 10 класс

Задания

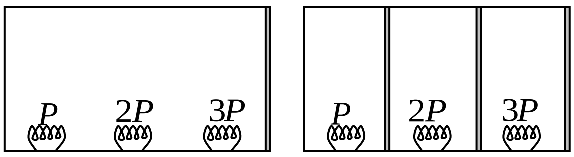
1. Под каким углом к горизонту было брошено тело, если его кинетическая энергия в момент броска и кинетическая энергия на половине максимальной высоты отличаются в 3/2 раза.

2. В очень высоком цилиндрическом сосуде находится вода. Высота уровня воды в сосуде - H. Когда в сосуд опустили деревянный брусок с плотностью ρ и высотой h, уровень воды поднялся на малую величину Δh. Какова будет высота уровня воды в стакане, когда в него друг на друга поставят столько таких же брусков, что нижний брусок коснется дна? Плотность воды ρ_0 ($\rho_0 > \rho$).

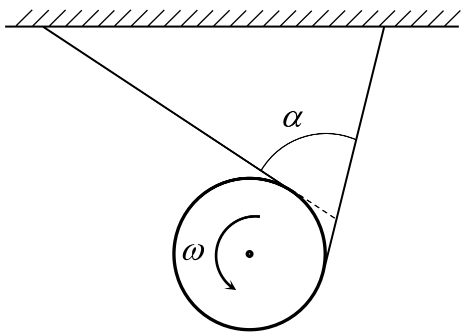
3. Из проволоки, сопротивление единицы длины которой равно 2λ, изготовили кольцо радиуса R. Затем из другой проволоки, сопротивление единицы длины которой λ, изготовили две перекрещивающиеся под прямым углом диаметральными перемычки и прикрепили к кольцу. Найти сопротивление кольца между точками A и B.



4. Имеется цилиндрический сосуд, боковые стенки которого и левый торец теплоизолированы. Правый торец сосуда закрыт теплопроводящей перегородкой. В сосуде размещают три источника тепла мощностью P, $2P$ и $3P$, и при температуре наружного воздуха $t_0 = 10°$ C в сосуде устанавливается температура $t_1 = 25°$ C (левый рисунок). В сосуд устанавливают еще две точно таких же перегородки, отделяющие источники друг от друга (правый рисунок). Какие температуры установятся в образовавшихся секциях? Считать, что температура газа внутри сосуда и внутри каждой секции во втором случае одинаковы. Указание. Мощность теплопередачи между телами с разной температурой пропорциональна разности температур и площади теплового контакта тел (закон Фурье).



5. На массивный диск радиуса R намотаны две невесомые и нерастяжимые нити. Свободные концы нитей прикрепляют к горизонтальному потолку, а диск удерживают в некотором положении. Затем диск отпускают, и он начинает сматываться с нитей, которые при движении диска остаются постоянно натянутыми. Известно, что в некоторый момент времени угловая скорость диска равна ω, а угол между нитями равен α. Найти величину и направление скорости центра диска в этот момент.



Решения

1. Пусть тело бросили с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту. Тогда его максимальная высота подъема равна

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Используя далее закон сохранения энергии для подъема на половину максимальной высоты и учитывая, что кинетическая энергия тела в этой точке в 3/2 раза меньше начальной, получим

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_0^2}{3} + mg\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{4g}$$

Из этого уравнения находим

$$\alpha = \arcsin\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное выражение для максимальной высоты подъема – 0,5 балла
2. Правильное использование закона сохранения энергии – 0,5 балла
3. Правильное использование закона сохранения энергии для половины максимальной высоты подъема – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

2. Поскольку плотность дерева меньше плотности воды, брусок плавает в воде. При этом глубина его погружения x относительно уровня воды определяется условием плавания – сила тяжести бруска равна силе Архимеда F_A, действующей на брусок

$$mg = F_A \qquad \Rightarrow \qquad \rho ghS = \rho_0 gxS \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{\rho}{\rho_0}h \qquad (*)$$

Здесь m - масса бруска, h - высота бруска, S - площадь его поперечного сечения. При этом величина x отсчитывается от нового положения уровня воды в сосуде. Подъем уровня определяется соотношением площадей бруска и сосуда, которые нам не заданы. Однако подъем уровня воды в сосуде нам задан, поэтому можно найти, насколько опустится нижняя грань бруска по отношению к первоначальному уровню воды без знания площадей. Действительно, поскольку по условию уровень воды поднимается на величину Δh, а брусок по отношению к этому уровню опущен на величину x (*), то по отношению к первоначальному уровню воды нижняя грань одного бруска окажется опущенной на величину

$$\delta_1 = \frac{\rho}{\rho_0}h - \Delta h$$

(Поскольку брусок должен опуститься по отношению к первоначальному уровню – ведь он должен вытеснить воду, чтобы уровень воды в сосуде поднялся, отсюда следует, что

$$\frac{\rho}{\rho_0}h > \Delta h\ )$$

Когда мы ставим друг на друга n одинаковых брусков с одинаковым сечением, то это эквивалентно опусканию в сосуд бруска высотой nh с тем же сечением. Но при фиксированных площадях сечения подъем уровня воды пропорционален высоте бруска, поэтому уровень воды поднимется на величину $n\Delta h$. Поэтому нижняя грань стопки из n одинаковых брусков опустится по отношению к первоначальному уровню на величину

$$\delta_n = n\left(\frac{\rho}{\rho_0}h - \Delta h\right)$$

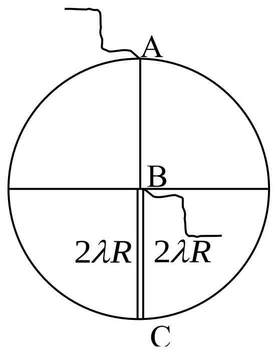
И, следовательно, стопка брусков коснется дна сосуда, если

$$\delta_n > H \qquad \Rightarrow \qquad n > \frac{H}{\dfrac{\rho}{\rho_0}h - \Delta h} = \frac{H\rho_0}{\rho h - \Delta h \rho_0}$$

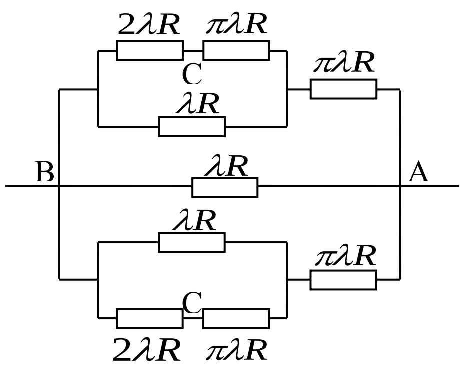
Поэтому высота уровня воды в сосуде будет равна

$$H_1 = H + n\Delta h = H\left(1 + \frac{\Delta h \rho_0}{\rho h - \rho_0 \Delta h}\right),$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное использование закона Архимеда – 0,5 балла
2. Правильное вычисление глубины погружения тела с учетом подъема уровня воды в сосуде – 0,5 балла
3. Правильное обобщение этих формул на случай произвольного числа одинаковых тел – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла



3. Поскольку сопротивление каждой перемычки от центра до окружности равно λR, то данную в условии электрическую цепь можно представить в виде, показанном на рисунке 1. Т.е. представить проводник, идущий от центра окружности (т. В) к самой окружности в направлении, противоположном точке А (в точку С), как два параллельных проводника с удвоенным сопротивлением (по сравнению с тем проводником, который был на этом месте). Действительно, сопротивление проводника, состоящего из двух параллельно соединенных одинаковых проводников, будет вдвое меньше сопротивления каждого из них. При этом благодаря симметрии цепи, по проводнику, соединяющему два проводника с сопротивлением $2\lambda R$ в точке С, электрический ток течь не будет. Поэтому его можно удалить из цепи без изменения ее электрического сопротивления и представить электрическую схему цепи так, как это показано на рисунке 2 (сопротивления всех резисторов указаны на этом рисунке). Эта цепь сводится к последовательному или параллельному соединению резисторов. Поэтому ее сопротивление ищется элементарно по правилам сложения сопротивлений. В результате получим для сопротивления цепи



$$R_{об} = \frac{\left(2 + 4\pi + \pi^2\right)\lambda R}{8 + 6\pi + \pi^2}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – разделение проводника ВС на два (с правильными сопротивлениями) и их разрыв в точке С – 0,5 балла
2. Правильные формулы для нахождения общего сопротивления последовательно и параллельно соединенных резисторов – 0,5 балла

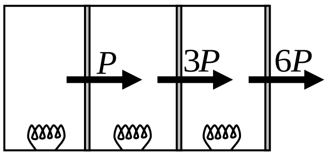
3. Правильная эквивалентная схема – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

4. В первом случае в установившемся режиме мощность теплопотерь через перегородку равно $6P$. С другой стороны, по закону Фурье эта мощность пропорциональна разности температур между газом внутри сосуда и окружающим воздухом

$$6P = k\left(t_1 - t_0\right)$$

где k - коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств перегородки и ее площади. Отсюда находим

$$k = \frac{6P}{\left(t_1 - t_0\right)} \qquad (*)$$



Когда сосуд разделен перегородками на три отсека, потоки тепла через перегородки в установившемся режиме будут равны P, $3P$ и $6P$ (см. рисунок). Поэтому по закону Фурье для правой перегородки найдем, что температура газа в правом отсеке равна той же величине, что и температура газа в сосуде, не разделенном перегородками

$$t_{пр} = t_1 = 25^\circ\ \mathrm{C}$$

Применяя закон Фурье ко второй справа перегородке, получим

$$3P = k\left(t_{ср} - t_{пр}\right) = k\left(t_{ср} - t_1\right)$$

где $t_{ср}$ - температура газа в среднем отсеке (здесь учтено, что площадь второй перегородки и теплопроводящие свойства такие же, как у правой, поэтому в эту формулу входит тот же коэффициент пропорциональности, что и для правой перегородки). Подставляя в эту формулу коэффициент k (*), получим

$$t_{ср} = \frac{3t_1 - t_0}{2} = 32{,}5^\circ\,\mathrm{C} \qquad (**)$$

Аналогично, применяя закон Фурье к левой перегородке, получим

$$P = k\left(t_{лев} - t_{ср}\right)$$

где $t_{ср}$ - температура газа в левом отсеке. Подставляя в эту формулу коэффициент k (*) и температуру в среднем отсеке, найдем

$$t_{лев} = \frac{5t_1 - 2t_0}{3} = 35^\circ\,\mathrm{C}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – сумма потоков тепла через перегородки в равновесии равны мощности выделяемого тепла – 0,5 балла
2. Правильное использование закона Фурье, правильные уравнения теплового баланса – 0,5 балла
3. Правильное нахождение коэффициента пропорциональности в законе Фурье для перегородки – 0,5 балла
4. Правильный ответ для температур газа в отсеках – 0,5 балла

5. Пусть в некоторый момент времени диск занимал положение, показанное на рисунке. Найдем перемещение центра диска за малый интервал времени Δt. Поскольку диск вращается с угловой скоростью ω, а нити натянуты, то длина каждой нити стала больше на величину $\omega R\Delta t$. Поэтому переместятся точки контакта нитей с диском и соответственно центр диска. На рисунке 1 бледным цветом показано старое положение нитей и диска, ярким – их новые положения. Кроме того, на рисунке показаны (бледным цветом и ярким цветом соответственно) радиусы диска, проведенные в точку касания нитей и диска в начальный момент и спустя время Δt. Стрелкой OO' на этом рисунке показан вектор перемещения центра диска. Так как мы рассматриваем малый интервал времени Δt, то углы между старыми и новыми положениями нитей очень малы, и в треугольниках ABC и DEF углы B и C, а также E и F практически равны друг другу. Здесь A и D - точки крепления нитей к потолку, C и E - точки касания нитей и диска в первоначальном положении, B и F - точки пересечения радиусов диска, проведенных в точки касания нитей в первоначальном положении с новыми положениями нитей. Следовательно, в этих треугольниках AB=AC и DE=DF, а потому $BC'=FE'=\omega R\Delta t$ (буквами C' и E' обозначены точки касания нитей и диска в его новом положении).

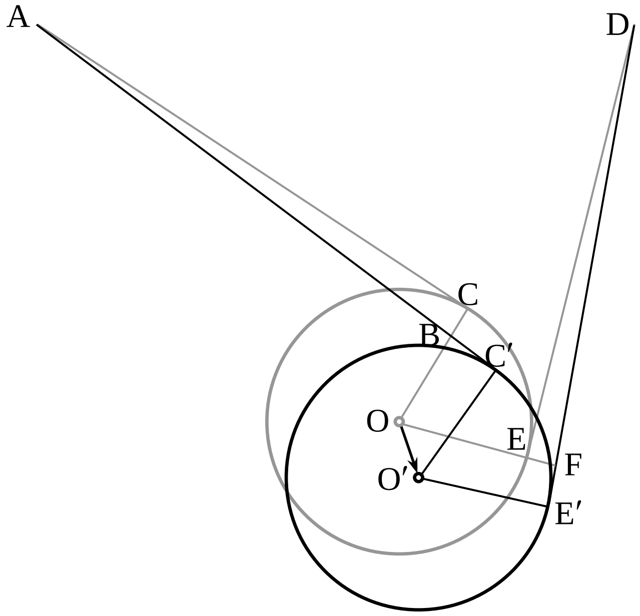


Рис. 1

Поэтому проекции вектора перемещения центра диска OO' на левую нить (AC или AC' - неважно, поскольку угол между старым и новым положением левой нити очень мал) и правую нить (неважно DE или DE') равны $\omega R\Delta t$. На рисунке 2 эти проекции показаны жирными отрезками $O'G$ и $O'H$ соответственно. Следовательно, прямоугольные треугольники OGO' и OHO' равны друг другу. Поэтому равны друг другу углы между вектором перемещения диска и нитями, что означает, что

$$\angle GO'O=\angle HO'O=\frac{\alpha}{2},$$

т.е. центр диска движется параллельно биссектрисе угла между нитями α, а длину вектора перемещения диска за

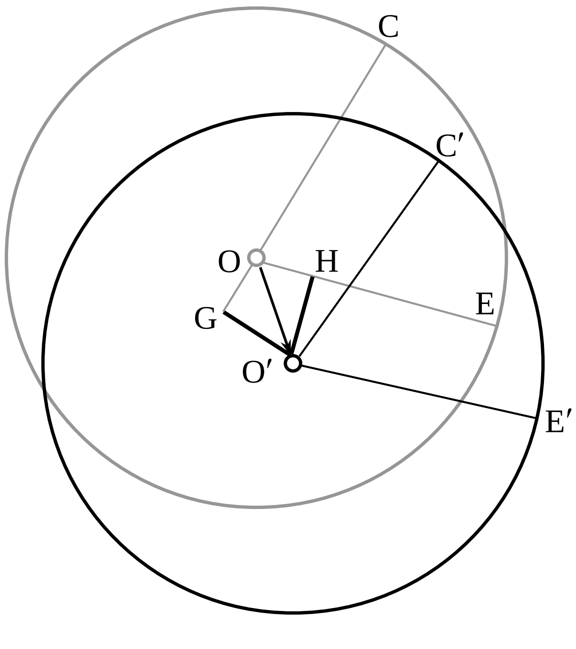


Рис. 2.

рассматриваемый интервал времени легко найти из прямоугольного треугольника OGO' (или OHO'). Находим

$$OO' = \frac{GO'}{\cos(\alpha/2)} = \frac{HO'}{\cos(\alpha/2)} = \frac{\omega R \Delta t}{\cos(\alpha/2)}$$

Поэтому скорость центра диска в рассматриваемый момент определяется соотношением

$$v = \frac{OO'}{\cos(\alpha/2)} = \frac{\omega R}{\cos(\alpha/2)}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – рассмотрение малого перемещения центра диска за некоторый малый интервал времени – 0,5 балла
2. Правильное нахождение перемещений точек касания нитей и и диска – 0,5 балла
3. Правильный ответ для величины скорости центра диска – 0,5 балла
4. Правильный ответ для направления скорости центра диска – 0,5 балла

Оценка работы
Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.

Решения и критерии оценивания решений
Задач заключительного тура олимпиады «Росатом», 2020-2021 учебный год,
физика, 10 класс

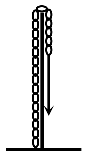
Задания

1. На шероховатом горизонтальном столе находятся два тела массами m и $2m$ ($m=1$ кг), связанные невесомой ниткой. Нитка разрывается, если к телу массой m прикладывают минимальную силу $F_1 = 200$ Н. Какую минимальную силу следует приложить к другому телу чтобы нить разорвалась? Коэффициенты трения между телами и поверхностью одинаковы и равны $\mu = 0,3$.

2. Феррари, Мерседес и Жигули движутся с постоянными скоростями по прямой дороге. Когда Мерседес и Жигули находились в одной точке, Феррари был на расстоянии S позади. Когда Феррари догнал Жигули, Мерседес был впереди них на расстоянии $2S/3$. На каком расстоянии позади Феррари и Мерседеса окажутся Жигули в тот момент, когда Феррари догонит Мерседес?

3. Тепловой насос, работающий по обратному циклу Карно, передает тепло от холодильника с водой при температуре $t_1 = 0°$ С нагревателю с водой при температуре $t_2 = 100°$ С. Сколько воды нужно заморозить в холодильнике, чтобы превратить в пар $m=1$ кг воды в нагревателе? Удельная теплота плавления льда - $\lambda = 3,4\cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплота парообразования воды - $r = 2,3\cdot 10^6$ Дж/кг.

4. Около тонкой гладкой вертикальной стенки лежит цепочка с очень мелкими звеньями длинной l и массой m. Высота стенки меньше длины цепочки и равна $5l/6$. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы втащить цепочку на стенку так, как показано на рисунке?



5. Тонкая металлическая пластинка площади S залита в очень широком сосуде слоем жидкого диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε и плотностью ρ так, что толщина слоя диэлектрика много меньше линейных размеров пластинки. Пластинка заряжена положительным зарядом Q. Поднимется или опустится уровень жидкости над пластиной, и если да, то на сколько?

Решения

Поскольку $F_1 > 3\mu mg$, разрыв нити произойдет в процессе движения тел. Поэтому второй закон Ньютона для тел при приложении силы F к телу массой m, дает

$$ma = F - T - \mu mg$$
$$2ma = T - 2\mu mg$$

где a - ускорение тел, T - сила натяжения нити. Отсюда находим

$$T = \frac{2F}{3}$$

Поскольку нить рвется, когда сила, действующая на тело массой m, равна F_1, то максимальная сила натяжения, которую выдерживает нить T_0, равна

$$T_0 = \frac{2F_1}{3}$$

Если сила приложена ко второму телу, то

$$ma = T - \mu mg$$
$$2ma = F - T - 2\mu mg$$

Отсюда

$$T = \frac{F}{3}$$

Нить порвется, если эта сила равна T_0. Поэтому значение силы, действующей на тело массой $2m$, при которой порвется нить, равно

$$F = 2F_1$$

Эта сила не зависит от трения.

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Идея решения – сила натяжения должна превысить предел прочности нити, найти его из одного условия, а затем использовать в другом – 0,5 балла
2. Правильно составлены уравнения второго закона Ньютона – 0,5 балла
3. Правильно найден предел прочности нити – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

2. Из условия понятно, что для скоростей выполнены неравенства $v_Ж < v_М < v_Ф$. В системе отсчета, связанной с Жигулями, Феррари и Мерседес едут в ту же сторону со скоростями $v_Ф - v_Ж$ и $v_М - v_Ж$ соответственно, причем $v_М - v_Ж < v_Ф - v_Ж$. В этой системе отсчета имеем для момента, когда Феррари догонит Жигули

$$\frac{S}{v_Ф - v_Ж} = \frac{d}{v_М - v_Ж}$$

(где $d = 2S/3$). Отсюда

$$\frac{S}{d} = \frac{v_Ф - v_Ж}{v_М - v_Ж}$$

Теперь можно найти расстояние от Жигулей до точки, в которой Феррари догонит Мерседес на расстоянии

$$x = \frac{S(v_М - v_Ж)}{(v_Ф - v_Ж) - (v_М - v_Ж)} = \frac{S}{\dfrac{v_Ф - v_Ж}{v_М - v_Ж} - 1}$$

(и которое от системы отсчета не зависит). Подставляя в эту формулу отношение скоростей Феррари и Мерседеса, находим расстояние от Жигулей до Феррари и Мерседеса

$$x = \frac{Sd}{S - d}$$

Подставляя в эту формулу $d = 2S/3$, получаем окончательно

$$x = 2S$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное использование формул расстояние-время-скорость – 0,5 балла
2. Правильное уравнение (через скорости машин) для расстояния, на котором Мерседес окажется впереди Феррари и Жигулей, когда последние встретятся – 0,5 балла
3. Правильное уравнение (через скорости машин) для расстояния, на котором Жигули окажутся позади Феррари и Жигулей, когда последние встретятся – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

3. Тепловой насос, работающий по любому обратному циклу, забирает некоторое количество теплоты у холодного тела (холодильника) и передает его горячему телу, совершая некоторую работу A (которая тоже передается нагревателю)

$$Q_н = A + Q_х$$

При этом переданное нагревателю количество теплоты и работа связаны определением КПД прямого цикла

$$\eta = \frac{A}{Q_н}$$

Отсюда находим связь количества теплоты, взятого насосом у холодильника и переданного нагревателю

$$Q_н = \frac{Q_х}{1-\eta}$$

Используя далее формулу для КПД цикла Карно, получим

$$Q_н = \frac{T_н Q_х}{T_х}$$

где $T_н$ и $T_х$ - абсолютные температуры нагревателя и холодильника данного цикла Карно. Для испарения в нагревателе $m = 1$ кг воды необходимо количество теплоты $Q_н = rm$, где r - удельная теплота парообразования. Для этого холодильник должен отдать количество теплоты

$$Q_х = \frac{T_х rm}{T_н}$$

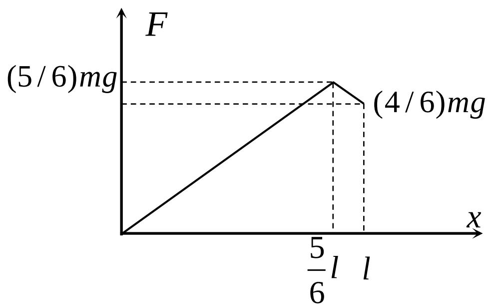
А для этого должно замерзнуть

$$m_1 = \frac{Q_х}{\lambda} = \frac{T_х rm}{T_н \lambda} = 4,95 \text{ кг}$$

воды в холодильнике.

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – понимание, какие процессы происходят в тепловом насосе, что тепло передается нагревателю, температуры которых при этом не меняются – 0,5 балла
2. Правильная формула для КПД цикла Карно, количества теплоты, переданного нагревателю – 0,5 балла
3. Правильные уравнения теплового баланса для испарения воды и таяния льда – 0,5 балла
4. Правильный ответ (в том числе и число) – 0,5 балла

4. Поскольку цепочку поднимают медленно, то сила, которой необходимо действовать на ее конец должна компенсировать силу тяжести, действующую на поднятые звенья. Поэтому эта сила меняется в процессе движения и для вычисления работы будем использовать графический метод.



Построим график зависимости внешней силы F от величины перемещения конца цепочки x. График начинается из нуля (когда цепочка целиком лежит на полу, ее можно начать поднимать, фактически, нулевой силой). Когда перемещение конца равно высоте стенки, масса поднятой части цепочки равна $5m/6$, сила равна $5mg/6$. При дальнейшем перемещении конца цепочки за стенку сила будет уменьшаться, поскольку перетянутый за стенку кусочек цепочки будет компенсировать определенную долю силы тяжести, действующей на другую часть цепочки. Очевидно, в конечный момент при перемещении конца цепочки l внешняя сила равна $4mg/6$ (см. рисунок). Вычисляя площадь под графиком, получим

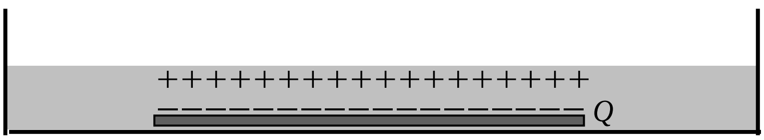
$$A = \frac{17}{36} mgl$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – искать работу через график зависимости силы от перемещения конца цепочки – 0,5 балла
2. Правильный график – 0,5 балла
3. Правильно вычислены площади – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

5. Поскольку жидкость – диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ε, то в пренебрежении краевыми эффектами напряженность электрического поля в жидкости уменьшится в ε раз по сравнению с полем в вакууме, и поле в диэлектрике будет равно

$$E = \frac{Q}{2S\varepsilon\varepsilon_0} \qquad (1)$$

С другой стороны, уменьшение поля связано с поляризацией диэлектрика, т.е. на поверхности диэлектрика будут индуцированы заряды, которые создают свое собственное поле, которое, сложившись с полем пластины, и дадут уменьшение поля в диэлектрике. Эти заряды (сумма которых равна нулю, поскольку диэлектрик не заряжен)будут индуцированы на поверхности диэлектрика, касающейся пластины, и на внешней поверхности диэлектрика (см. рисунок). Пусть эти заряды равны q и $-q$ (величину q считаем положительной). Тогда поле, созданное этими зарядами внутри диэлектрика



$$E_1 = \frac{q}{S\varepsilon_0}$$

вместе с полем зарядов пластины

$$E_0 = \frac{Q}{2S\varepsilon_0}$$

должно дать поле (1). Т.е.

$$\frac{Q}{2S\varepsilon\varepsilon_0} = E_0 - E_1 = \frac{Q}{2S\varepsilon_0} - \frac{q}{S\varepsilon_0}$$

Отсюда находим заряды, индуцированные в диэлектрике

$$q = \frac{(\varepsilon - 1)Q}{2\varepsilon}$$

В результате, на заряды поверхности диэлектрика будет действовать сила притяжения к заряду $-q$ и отталкивания от заряда Q, которое больше. Это значит, что на внешнюю поверхность диэлектрика будет действовать сила

$$F = \frac{q(Q-q)}{2S\varepsilon_0} = \frac{qQ}{2S\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{(\varepsilon^2 - 1)Q^2}{8S\varepsilon^2\varepsilon_0}, \qquad (2)$$

направленная вертикально вверх, и поверхность диэлектрика поднимется. Величину подъема Δh можно найти из условия, что сила (2) создает избыточное гидростатическое давление

$$\rho g \Delta h = \frac{F}{S} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta h = \frac{(\varepsilon^2 - 1)Q^2}{8S\varepsilon^2\varepsilon_0 S\rho g}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – нахождение зарядов внешней и внутренней (около пластины) поверхностей диэлектрика и учет взаимодействия внешнего заряда с остальными зарядами – 0,5 балла
2. Правильные заряды внешней и внутренней поверхностей диэлектрика – 0,5 балла
3. Правильная формула для силы, действующей на внешнюю поверхность диэлектрика – 0,5 балла
4. Правильный ответет – 0,5 балла

Оценка работы
Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.