

**Отборочный тур**  
**Отраслевой физико-математической олимпиады «Росатом»,**  
**2019-2020 учебный год,**  
**физика, 7 класс**

1. Винни Пух и Пятачок пошли в гости к Кролику и шли с постоянной скоростью  $v$ . Когда они прошли одну седьмую часть пути, Винни Пух вспомнил, что забыл взять пустую банку для меда и решил вернуться за ней. С какой скоростью Винни Пух должен двигаться с этого момента, чтобы прийти к кролику одновременно с Пятачком, который продолжал двигаться с той же скоростью?
2. В цилиндрический сосуд налита вода, уровень которой находится на высоте  $h = 1$  м от дна сосуда. В сосуд бросили несколько кусочков железа так, что они полностью покрыты водой. В этом положении средняя плотность воды с железом оказалась равной  $\rho_{cp} = 4$  г/см<sup>3</sup>. Насколько поднялся уровень воды в сосуде? Плотность воды  $\rho_e = 1$  г/см<sup>3</sup>, плотность железа  $\rho_{жс} = 7,8$  г/см<sup>3</sup>.
3. Для покраски внутренней поверхности контейнера в форме открытого сверху куба было потрачено столько же краски, сколько нужно, чтобы покрасить пол в комнате площадью  $S = 20$  м<sup>2</sup>. Найти объем контейнера. На все поверхности краска наносится слоем одинаковой толщины.
4. На тело вдоль одной прямой действуют силы  $f_1$ ,  $f_2$  и  $f_3$ , равнодействующая которых равна  $F = 20$  Н. Если направление силы  $f_1$  изменить на противоположное (не меняя величину), равнодействующая трех сил не изменит направление, но уменьшится на  $\Delta F_1 = 8$  Н. Если изменить направление силы  $f_2$ , равнодействующая изменит направление и уменьшится на  $\Delta F_2 = 6$  Н. Найти величину и направление (по отношению к силе  $F$ ) сил  $f_1$ ,  $f_2$  и  $f_3$ .
5. Перед светофором находится прямой участок дороги длиной  $L = 1$  км, заполненный «автомобильной пробкой». Зеленый сигнал включается на время  $\Delta t = 1$  мин., затем сразу же на то же время включается красный сигнал (время горения желтого мало). При включении зеленого сигнала автомобили одновременно начинают двигаться с некоторой скоростью  $v$ , при включении красного - мгновенно останавливаются. Оказалось, что средняя на участке скорость автомобиля, въехавшего на него одновременно с включением зеленого сигнала, в 1,7 раза меньше  $v$ . Найти  $v$ .

### Решения

1. Пусть расстояние от дома Винни Пуха до дома Кролика равно  $l$ . Тогда после того как Винни Пух пошел за банкой, Пятачку осталось пройти  $6l/7$ , а Винни Пуху -  $8l/7$ . Поскольку время, которое они должны затратить на это движение одинаково, имеем

$$\frac{6l/7}{v} = \frac{8l/7}{v_1}$$

где  $v_1$  - скорость Винни Пуха. Отсюда находим

$$v_1 = \frac{4}{3}v$$

**Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)**

1. Правильное использование формулы «расстояние-время-скорость» – 0,5 балла
2. Правильно определены расстояния, которые нужно пройти Винни-Пуху и Пятачку – 0,5 балла
3. Составлено правильное уравнение для определения скорости Винни-Пуха – 0,5 балла
4. Правильный ответ для скорости – 0,5 балла

2. Поскольку вода полностью покрывает кусочки железа, объем воды вырос ровно на объем кусочков. Поэтому средняя плотность воды с железом определяется соотношением

$$\rho_{cp} = \frac{M + m}{(h + h_1)S} \quad \Rightarrow \quad hS + h_1S = \frac{M}{\rho_{cp}} + \frac{m}{\rho_{жс}}$$

где  $M$  и  $m$  - массы воды и железа,  $S$  - площадь сечения сосуда. Выражая массы воды и железа через их плотности и объем, получим

$$hS + h_1S = \frac{\rho_e hS}{\rho_{cp}} + \frac{\rho_{жс} h_1S}{\rho_{cp}}$$

Отсюда

$$h_1 = h \frac{\rho_{cp} - \rho_e}{\rho_{жс} - \rho_{cp}} = 0,79 \text{ м}$$

**Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)**

1. Использована правильная формула для средней плотности – 0,5 балла
2. Использование правильных формул для массы воды и железа – 0,5 балла
3. Вывод, что объем содержимого сосуда вырос на объем кусочков – 0,5 балла
4. Правильный ответ для высоты подъема уровня, правильные вычисления – 0,5 балла

3. Внутренняя поверхность контейнера имеет такую же площадь, как и пол. Отсюда находим

$$5a^2 = S$$

где  $a$  - длина ребра контейнера. Поэтому

$$a = \sqrt{\frac{S}{5}}$$

Следовательно, объем контейнера равен

$$V = \left( \sqrt{\frac{S}{5}} \right)^3 = 8 \text{ м}^3$$

**Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)**

1. Вывод о равенстве площади пола и внутренней площади контейнера – 0,5 балла
2. Правильная формула для объема контейнера – 0,5 балла
3. Правильный ответ и вычисления – 1 балл

4. Будем считать силы положительными, если они направлены так же, как и равнодействующая сила  $\vec{F}$  и отрицательными в противном случае. Тогда первые два условия дают

$$\begin{aligned} f_1 + f_2 + f_3 &= F \\ -f_1 + f_2 + f_3 &= F - \Delta F_1 \end{aligned}$$

Вычитая второе уравнение из первого, получим

$$2f_1 = \Delta F_1 \Rightarrow f_1 = \frac{\Delta F_1}{2} = 4 \text{ Н.}$$

Сила  $f_1$  оказалась положительной, значит она направлена так же, как и равнодействующая сила  $F$ .

Первое и третье условие дают

$$\begin{aligned} f_1 + f_2 + f_3 &= F \\ f_1 - f_2 + f_3 &= -(F - \Delta F_2) \end{aligned}$$

Вычитая второе уравнение из первого, получим

$$2f_2 = 2F - \Delta F_1 \Rightarrow f_2 = F - \frac{\Delta F_1}{2} = 17 \text{ Н.}$$

Сила  $f_2$  оказалась положительной, значит, она направлена так же, как и равнодействующая сила  $F$ .

Теперь из первого условия находим

$$f_3 = F - f_1 - f_2 = \frac{\Delta F_2 - \Delta F_1}{2} = -1 \text{ Н.}$$

Сила  $f_3$  оказалась отрицательной, значит, она направлена противоположно равнодействующей силе  $F$ .

**Ответ.**  $f_1 = \frac{\Delta F_1}{2} = 4$  Н, направлена как сила  $F$ .  $f_2 = F - \frac{\Delta F_1}{2} = 17$  Н, направлена как сила  $F$ .

$f_3 = \frac{\Delta F_2 - \Delta F_1}{2} = -1$  Н, направлена противоположно силе  $F$ .

#### **Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)**

1. Правильное использование формулы для равнодействующей силы – 0,5 балла
2. Составлена правильная система уравнений для сил с учетом изменения их направлений – 0,5 балла
3. Правильные буквенные ответы для сил – 0,5 балла
4. Правильные вычисления – 0,5 балла

**5.** Найдем отношение скорости машины к ее средней скорости на рассматриваемом участке. При этом нам нужно рассмотреть скорости, при которых машины делают разное количество остановок на участке  $L$ , поскольку при разном количестве остановок получаются разные отношения.

**Первый случай.** Скорости машин  $v > L/\Delta t$ . В этом случае машина проезжает участок без остановки, время проезда

$$\Delta t_1 = \frac{L}{v}$$

Средняя скорость

$$v_{cp} = \frac{L}{\Delta t_1} = v$$

И отношение скорости машины к ее средней скорости

$$\frac{v}{v_{cp}} = 1$$

никогда не равно 1,7.

**Второй случай.** Скорости машин лежат в интервале  $L/2\Delta t < v < L/\Delta t$ . В этом случае рассматриваемая машина делает ровно одну остановку на участке  $L$ , и время прохождения участка складывается из одного интервала движения, одной остановки и времени прохождения остатка участка

$$\Delta t_2 = 2\Delta t + \frac{L - v\Delta t}{v} = \Delta t + \frac{L}{v}$$

Отсюда находим среднюю скорость машины

$$v_{cp} = \frac{L}{\Delta t_2} = \frac{L}{\Delta t + \frac{L}{v}}$$

И отношение скорости машины к ее средней скорости

$$\frac{v}{v_{cp}} = 1 + \frac{v\Delta t}{L} \quad (*)$$

Это отношение линейно зависит от скорости машины и на границах рассматриваемого интервала скоростей принимает значения

$$\text{при } v = L/\Delta t \quad \frac{v}{v_{cp}} = 2$$

$$\text{при } v = L/2\Delta t \quad \frac{v}{v_{cp}} = 1 + \frac{1}{2} = 1,5$$

Данное значение отношения 1,7 попадает в этот интервал. Поэтому из формулы (\*) находим скорость машин, при которой отношение скорости машины к ее средней скорости равно данному значению

$$v = \frac{0,7L}{\Delta t} = 11,7 \text{ м/с.}$$

**Третий случай.** Скорости машин лежат в интервале  $L/3\Delta t < v < L/2\Delta t$ . В этом случае рассматриваемая машина делает ровно две остановки на участке  $L$ , и время прохождения участка складывается из двух интервалов движения, двух остановок и времени прохождения остатка участка

$$\Delta t_3 = 4\Delta t + \frac{L - 2v\Delta t}{v} = 2\Delta t + \frac{L}{v}$$

Отсюда находим среднюю скорость машины в этом случае

$$v_{cp} = \frac{L}{\Delta t_3} = \frac{L}{2\Delta t + \frac{L}{v}}$$

И отношение скорости машины к ее средней скорости

$$\frac{v}{v_{cp}} = 1 + \frac{2v\Delta t}{L} \quad (**)$$

На границах рассматриваемого интервала скоростей это отношение принимает значения

при  $v = L/2\Delta t$   $\frac{v}{v_{cp}} = 2$

при  $v = L/3\Delta t$   $\frac{v}{v_{cp}} = 1 + \frac{2}{3} = 1,66$

Данное в условии значение отношения 1,7 попадает в этот интервал. Поэтому из формулы (\*\*)  
находим скорость машин, при которой отношение скорости машины к ее средней скорости равно  
данному значению (при двух остановках)

$$v = \frac{0,35L}{\Delta t} = 5,8 \text{ м/с.}$$

**Четвертый случай.** Скорости машин лежат в интервале  $L/4\Delta t < v < L/3\Delta t$ . В этом случае  
рассматриваемая машина делает ровно три остановки на участке  $L$ , и время прохождения участка  
складывается из трех интервалов движения, трех остановок и времени прохождения остатка участка

$$\Delta t_4 = 6\Delta t + \frac{L - 3v\Delta t}{v} = 3\Delta t + \frac{L}{v}$$

Отсюда находим среднюю скорость машины в этом случае

$$v_{cp} = \frac{L}{\Delta t_4} = \frac{L}{3\Delta t + \frac{L}{v}}$$

И отношение скорости машины к ее средней скорости

$$\frac{v}{v_{cp}} = 1 + \frac{3v\Delta t}{L} \quad (***)$$

На границах рассматриваемого интервала скоростей это отношение принимает значения

при  $v = L/3\Delta t$   $\frac{v}{v_{cp}} = 2$

при  $v = L/4\Delta t$   $\frac{v}{v_{cp}} = 1 + \frac{3}{4} = 1,75$

Данное в условии значение отношения 1,7 не попадает в этот интервал. Поэтому такой скорости  
машин, при которой отношение скорости машины к ее средней скорости равно 1,7 (при трех ее  
остановках) не существует.

**Пятый и другие случаи.** Из проведенного рассмотрения понятно, что если скорость машин лежит в  
интервале  $L/(n+1)\Delta t < v < L/n\Delta t$ , машина делает ровно  $n$  остановок. Повторяя проведенные  
вычисления, находим, что в этом случае отношение скорости машины к ее средней скорости лежит в  
интервале

$$1 + \frac{n+1}{n} < \frac{v}{v_{cp}} < 2$$

и значение отношения 1,7 ни для каких  $n$ , кроме  $n=2$  и  $n=3$  не попадает в рассматриваемый  
интервал. Это значит, что только при двух найденных значениях скорости машины

$$v = \frac{0,7L}{\Delta t} = 11,7 \text{ м/с и } v = \frac{0,35L}{\Delta t} = 5,8 \text{ м/с}$$

Отношение скорости рассматриваемой машины к ее средней скорости равно 1,7.

**Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)**

1. Правильные формулы для средней скорости в случае одной, двух и т.д. остановок – 0,5 балла
2. Правильное вычисление отношения скорости машин к их средней скорости в случае одной, двух, трех и т.д. остановок – 0,5 балла
3. Правильный способ проверки в каких пределах лежит данное отношение в случае одной, двух, трех и т.д. остановок – 0,5 балла
4. Правильные ответы для скорости – 0,5 балла

**Оценка работы**

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.